https://doi.org/10.22034/aa.2026.734247

اندیشه آماری، سال ۱۴۰۳، دوره ۲۹، شماره ۲، ص ۷ – ۱

اصل دلیلی ناکافی و چالش های آن

رحیم چینی پرداز[۱]* و بهزاد منصوری[۲]

[۱] گروه آمار، دانشکده علوم ریاضی و کامپیوتر، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز، ایران

[۲] گروه آمار، دانشکده علوم ریاضی و کامپیوتر، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز، ایران

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۸/۱۸

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۱۰/۱۸.

چکیده

اصل دلیل ناکافی یا اصل بی تفاوتی، یک اصل اولیه احتمال نیست. اما پایه و اساس تعریف احتمال کلاسیک (منطقی) است. آیا این اصل از نظر فلاسفه آمار قابل قبول است؟ چندین پارادکس در رد این اصل ارائه شده است. با وجود اینکه پارادکس‌ها رفع نشده‌اند، اما هنوز مهم‌ترین تعریف از احتمال، احتمال کلاسیک است. در این مقاله اصل دلیل ناکافی، منشا و پارادکس‌های آن مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

واژه‌های کلیدی: اصل دلیل کافی، تسلسل، احتمال منطقی، توزیع پیشین، توزیع پسین.

۱ مقدمه

سه اصل اولیه احتمال کلموگروف مورد اتفاق احتمال دانان قرار گرفته است و هر تعریفی از احتمال در این سه شرط صدق می‌کند. اما تعریفی مورد اتفاق در باره این که "احتمال چیست" وجود ندارد. حداقل سه تعریف کاملا متفاوت در باره احتمال وجود دارد: احتمال کلاسیک (منطقی)، احتمال بسامدی و احتمال شخصی (ذهنی). البته دیدگاه‌های دیگری در تعریف احتمال وجود دارند که می‌توان آن‌ها را در همین تعاریف دسته بندی کرد. در این میان مرسوم‌ترین تعریف از احتمال، تعریف کلاسیک آن است که احتمال یک پیشامد مانند A را به نسبت تعداد نقاط فضای نمونه مساعد با آن به تعداد کل فضای نمونه آزمایش تعریف می‌کند. به سادگی می‌توان برقراری اصول اولیه احتمال کلموگروف را در آن اثبات نمود. با وجود آنکه دفینیتی [۷] برای تعداد ناشمارای فضای نمونه به این تعریف ایراد گرفته و یا اینکه برای حالت‌های پیوسته و خصوصا ابعاد بالا و گسترش آن، تعریف با استفاده از نظریه اندازه انجام می‌شود، اما هنوز در اکثر قریب به اتفاق متون آموزشی پایه اصلی تعریف احتمال است.

تعریف احتمال کلاسیک به پذیرش اصل دلیل ناکافی مربوط می‌شود. مطابق این اصل اگر دلیل فیزیکی برای متفاوت بودن نتایج آزمایش وجود نداشته باشد، نتایج همتراز در نظر گرفته می‌شوند. بنابراین به آنها احتمال‌های مساوی نسبت داده می شود. در ادامه، این اصل به استفاده از توزیع یکنواخت در زمان بی اطلاعی منجر می‌شود. با وجود آنکه پذیرفتن اصل دلیل ناکافی مشکل تعریف احتمال کلاسیک را حل می‌کند، دارای مشکلاتی است که در این مقاله مورد بحث و بررسی قرار گرفته است. مقاله در پنج بخش تنظیم شده است. در بخش دوم مقاله، اصل دلیل ناکافی مطرح و در آن نقطه شروع و استفاده احتمال دانان از آن بحث می‌شود. در بخش سوم سه پارادکس مشهور تاریخی در نقد آن ارائه می‌شود. بخش چهارم رابطه این اصل و اصل دلیل کافی مطرح می‌شود. فصل پنجم مقاله به نتیجه گیری اختصاص دارد.

*نویسنده مسئول مقاله، chinipardaz_r@scu.ac.ir

۲ اصل دلیل ناکافی

اولین بار کاردانو [۶] تعریف احتمال را به نسبت حالت‌های مساعد یک پیشامد مانند A به تعداد کل حالت‌های ممکن Ω در بازی‌های تاس مطرح کرد:

$$Pr(A)=\frac{|A|}{|\Omega|}=\frac{m}{n}.$$

بعد از هزاران سال بازی‌های شانسی، کاردانو با نبوغ خود توانسته بود از آزمایش عملی انداختن تاس، قانون علمی تجرید کند. او همچنین توانست دو قانون مهم احتمال را نیز از این بازی‌ها کشف کند. اگر دو پیشامد A و B مجزا باشند: [۱]

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$$

و اگر دو پیشامد نامرتبط باشند:

$$P(A\cap B)=P(A)P(B).$$

کاردانو به این مساله توجه نداشت که با این تعریف از احتمال، اصل یکسان بودن رویه های تاس را پذیرفته است. در مکاتبات بین پاسکال و فرما در سال ۱۶۵۴ برای «مساله امتیازها» [۲] تقسیم پول شرط بندی وقتی بازی ناتمام می‌ماند، مهارت بازیکنان یکسان در نظر گرفته می‌شود. [۱]

ریشه اصلی «اصل دلیل ناکافی» [۳] به قسمت چهارم کتاب برنولی [۴] [۴] بر می‌گردد. طبق این اصل اگر دلیل کافی برای تفاوت بین حالت‌های یک آزمایش تصادفی وجود نداشته باشد، هم شانس در نظر گرفته می‌شوند. بنابراین اگر در پرتاب یک تاس دلیلی فیزیکی بر اریبی تاس موجود نباشد احتمال هر رویه آن $\frac{1}{6}$ و در نتیجه احتمال زوج آمدن آن تاس $\frac{1}{2}$ است. به عبارت دیگر کاردانو توزیع یکنواخت گسسته را به جای عدم اثبات اریبی تاس در نظر گرفته بود.

اصل دلیل ناکافی مورد استفاده بسیاری از ریاضیدانان از جمله لایب نیتز [۱۴] ، بیز [۳] ، لاپلاس [۱۲، ۱۳] و نقد افرادی مانند کینز [۱۱] قرارگرفته است. کینز همین اصل را بدون تغییر، اصل بی‌تفاوتی [۵] نامیده است.

لاپلاس [۱۳] ضمن پذیرفتن و دفاع از اصل دلیل ناکافی، پذیرش آن را برای تعریف احتمال ضروری دانسته و آن را برای تاسیس یک سیستم استفاده کرده است تا ده اصل اساسی احتمال را از آن اقتباس کند بیز برای توزیع پیشین نسبت P هرگاه اطلاعی از احتمال مقادیر آن نیست، توزیع یکنواخت را $U(0,1)$ به کار برده است.

توزیع دوجمله‌ای $b(n,p)$ را در نظر بگیرید. برای دو نقطه p_1,p_2 با توزیع پیشین یکنواخت، احتمال پسین عبارت است از:

$$\begin{aligned}
&Pr(p_1\leq P\leq p_2|X=x)\\
=&\int_{p_1}^{p_2}\pi(p|x)dp=\int_{p_1}^{p_2}\frac{f(x|p)}{\int_0^1 f(x|p)dp}dp\\
=&\int_{p_1}^{p_2}\frac{\binom{n}{x}p^x(1-p)^{n-x}}{\int_0^1\binom{n}{x}p^x(1-p)^{n-x}dp}dp\\
=&\frac{(n+1)!}{x!(n-x)!}\int_{p_1}^{p_2}p^x(1-p)^{n-x}dp
\end{aligned}$$

چون:

$$\begin{aligned}
Pr(X=x)&=\int_0^1\binom{n}{x}p^x(1-p)^{n-x}dp\\
&=\frac{1}{n+1},\quad x=0,1,\ldots,n
\end{aligned}$$

که توزیع یکنواخت گسسته است. یعنی عدم اطلاع [۶] از p به معنی یکسان دانستن احتمال برای مقادیر مختلف X است.

در مواردی که بیزین‌ها از توزیع پیشین یکنواخت استفاده می‌کنند، به نتایج ریاضی ساده‌ای برای تحلیل احتمال پسین دست می‌یابند. به همین دلیل بسیاری در مخالفت با این توزیع‌های پیشین اعتقاد دارند، اولویت اصلی استفاده کنندگان سادگی در تحلیل است نه بی اطلاعی. با استفاده از توزیع‌های پیشین یکنواخت تاثیر اعتقادات قبلی درباره پارامتر کاهش و تاثیر تابع درستنمایی و در حقیقت نمونه افزایش می‌یابد.

به عنوان مثال فرض کنید $X\sim N(\theta,1)$ و فرضیه $H_0:\theta\leq\theta_0$ در مقابل $H_1:\theta>\theta_0$ آزمون می‌شود. اگر x مقدار مشاهده شده X باشد، مقدار احتمال برابر

$$p-value=Pr(X\geq x|\theta_0)=1-\Phi(x-\theta_0)$$

است. در اینجا $\Phi(u)$ تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد در نقطه u است.

احتمال پسین $\theta\leq\theta_0$ با توزیع پیشین یکنواخت $\pi(\theta)=1$ به

---

[۱] خواننده توجه دارد که علامت گذاری‌ها به زبان کنونی نوشته شده، نه آن دوران.

[2] The problem of points

[3] Insufficient reason principle

[4] Ars Conjectandi

[5] Indifference principle

[6] Noninformative

صورت

$$Pr(\theta \leq \theta_{\circ}|x) = \Phi(\theta_{\circ} - x) = p - value$$

است. (روبرت [۱۵]) پس در آزمون آماری با روش کلاسیک که استفاده از مشاهدات را برای استنباط کافی می‌داند و روش بیز که توزیع پیشین را همراه مشاهدات به کار می‌گیرد تفاوتی وجود نخواهد داشت. در این صورت توزیع پیشین یکنواخت در استنباط بی اثر خواهد بود. از اشکالات به کارگیری توزیع‌های پیشین یکنواخت، زمانی است که فضای پارامتر نامحدود باشد. در این صورت توزیع‌های پیشین ناسره [۷] خواهد بود. با این وجود بیزین‌ها در رفع این مشکل ادعا می‌کنند که معمولا استفاده از توزیع پیشین ناسره منجر به توزیع پسین سره می‌شود که برای آماردانان بیزی معیار اصلی استنباط است. با پذیرفتن اصل دلیل ناکافی اصول دیگری به دنبال آن پذیرفتنی است. به عنوان مثال در اصل هفتم سیستم احتمال لاپلاس احتمال یک پیشامد در آینده برابر حاصل ضرب احتمال های پیشامدهای به دست می‌آید. که می‌توانند علت آن باشند، او همچنین با تایید استفاده توزیع پیشین یکنواخت روش بیز را تحت عنوان احتمال معکوس [۸] به کار می‌برد (گورچرن [۹]).

۱.۲ مساله تسلسل

مهم‌ترین استفاده از اصل دلیل ناکافی احتمال تسلسل است. فرض کنید تعداد بسیار زیاد یا بی‌نهایت بلیط سفید و سیاه وجود دارد. اگر در $m+n$ آزمایش بیرون آوردن بلیط m سفید و n سیاه به‌دست آمده باشد، احتمال اینکه بلیط بعدی سفید باشد چقدر است؟ چون دلیلی بر تغییر آزمایش بعدی وجود ندارد مطابق اصل دلیل ناکافی $P \sim U(\circ, ۱)$ و احتمال پسین عبارت است از

$$\pi(p|m,n) = \frac{p^m(۱-p)^n}{\int_{\circ}^{۱} p^m(۱-p)^n dp}.$$

پس احتمال سفید بودن بلیط بعدی امید ریاضی P با توزیع بالا است:

$$\begin{aligned} \tilde{P} &= E(P|m,n) = \int_{\circ}^{۱} p \frac{p^m(۱-p)^n}{\int_{\circ}^{۱} p^m(۱-p)^n dp} dp \\ &= \frac{m+۱}{m+n+۲}. \end{aligned} \quad (۱)$$

لاپلاس با این استدلال که بر اساس اصل دلیل ناکافی حاصل شده درصدد جوابی است برای مساله تسلسل هیوم است.

هیوم [۱۰] قضایای جهانی را به دو دسته تقسیم می‌کند. در دسته اول که رابطه ایده‌ها [۹] می‌داند، حقایق و صحت آنها به خارج از خود قضایا بستگی ندارند و بنابراین کشف درستی یا نادرستی آنها ساده و قابل اثبات است. در قضیه «مثلث سه وجه دارد» سه وجه داشتن در مفهوم مثلث نهفته و بنابراین درستی قضیه بدیهی است. در دسته دوم که حقیقت محض [۱۰] نامیده می‌شوند، صحت قضایا با آزمایش و تجربه صورت می‌گیرد. پس صحت آنها را نمی‌توان با منطق پذیرفت. صحت قضیه «مشتری بزرگترین سیاره منظومه شمسی است» تنها از درون تجربه و آزمایش صورت می‌گیرد. به صوت منطقی ممکن است زمین بزرگترین باشد. در آنجا هیوم به مساله استقرا می‌پردازد که در بسیاری از آزمایش‌های علمی دلیل صحت در نظر گرفته می‌شود.

فرض کنید پیشامد A در تعداد زیادی آزمایش، n بار رخ داده است که در m آزمایش آن پیشامد B نیز همراه A رخ داده باشد. اصل استقرا ایجاب می‌کند که اعتقاد داشته باشیم در $\frac{m}{n}$ از آزمایش‌های A، پیشامد B هم رخ می‌دهد. یعنی احتمال شرطی A به شرط B برابر $\frac{m}{n}$ باشد. هیوم چنین نتیجه گیری را دارای توجیه منطقی نمی‌داند. بلکه آن را یک تسلسل بین دو پیشامد می‌داند. [۱۱] اگرچه هدف اصلی هیوم در طرح این مساله مورد تردید قرار دادن علیت بین دو پیشامد است، اما تردید او نتیجه‌گیری احتمال بین A و B را هم نقص می‌کند. هیوم در این رابطه مثال طلوع روزانه خورشید را مطرح می‌کند. بدیهی است از طلوع هر روز خورشید تا زمان کنونی، نمی‌توان گفت خورشید همیشه طلوع خواهد کرد.

لاپلاس در جواب این مساله به اصل دلیل ناکافی تمسک می‌جوید. فرض کنید پنج هزار سال از دوران به وجود آمدن زمین گذشته باشد (اعتقاد دانشمندان آن دوران درباره عمر زمین). تعداد روزهای طلوع خورشید برابر $۱۸۲۶۲۱۳ = ۳۶۵/۲۴۲۶ \times ۵۰۰۰$ است. چون $m = ۱۸۲۶۲۱۳, n = \circ$ پس از رابطه (۱):

$$\tilde{P} = \frac{۱۸۲۶۲۱۴}{۱۸۲۶۲۱۵} \approx \circ/۹۹۹۹۹۹۴$$

احتمال طلوع فردای خورشید خواهد بود. احتمالی که بسیار به یک نزدیک است. نادرست بودن استدلال لاپلاس در به‌کارگیری اصل دلیل

[7] Improper priors

[8] Inverse probability

[9] Relation of ideas

[10] Matter of fact

[۱۱] تردید در اصل استقرا فقط به دیدگاه هیوم مربوط نمی‌شود. فلاسفه متاخر مانند برتراند راسل (۱۸۷۲–۱۹۷۰) که ریاضیدان هم بود، به گونه‌ای دیگر به شمولیت این اصل ایراد می‌گیرد. مراجعه شود به راسل [۱۶].

ناکافی برای هم شانس بودن روزهای طلوع خورشید روشن است. این احتمال حتی در یک روز مانده به تمام شدن خورشید بیشتر هم می‌شود. دلایل زیادی وجود دارد که نباید شانس این روزها را یکسان دانست. در یک مثال برای استفاده نادرست از این اصل، احتمال زنده ماندن سال بعدی فرد ده ساله $0/917 = \frac{11}{12}$ است. احتمال زنده ماندن پدر بزرگ او برای سال بعد هرگاه ۹۰ سال داشته باشد، اما برابر $0/99 = \frac{91}{92}$ خواهد بود.

۳ پارادکس علیه اصل دلیل ناکافی

ریاضیدانان زیادی اصل دلیل ناکافی را نقد کرده‌اند و حتی استدلال احتمال معکوس را به دلیل استفاده از این اصل مورد تردید قرار داده‌اند. از میان پارادکس‌های مطرح شده سه پارادکس دارای اهمیت هستند.

۱.۳ پارادکس برتراند

برتراند [۵] به عنوان احتمال هندسی در مساله پنجم کتاب خود این مساله را مطرح کرد. در یک دایره که مثلثی متساوی الاضلاع در آن محاط شده وتری رسم می‌شود احتمال اینکه طول وتر از ضلع مثلث بزرگتر باشد، چقدر است.

در این مثال با استفاده از دلیل ناکافی در به‌کارگیری احتمال به سه نتیجه مختلف برای این پیشامد می‌رسیم.

الف: اگر BC ضلع مثلث باشد، نقطه وسط کمان بالای آن را A بگیریم. تمام زاویه‌های که از A رسم می‌شوند در صورتی دارای وتر بزرگتر از BC تولید می‌کنند که زاویه A کوچکتر از ۶۰ باشد. بنابراین احتمال برابر $\frac{1}{3}$ است.

ب: اگر از وسط کمان BC خطی به مرکز دایره رسم شود، خطوط عمود بر آن در صورتی از BC بزرگتر هستند که در فاصله تقاطع خط با BC و مرکز دایره قرار گیرند. چون این نصف طول خط را شامل می‌شود احتمال برابر $\frac{1}{2}$ است.

ج: اگر در داخل مثلث محاط شده دایره‌ای با مرکزیت دایره اصلی رسم شود. شعاع دایره جدید نصف شعاع دایره اصلی است. تمام وترهایی که از ضلع مثلث بزرگتر هستند این دایره را قطع می‌کنند. چون نسبت مساحت مثلث کوچکتر $\frac{1}{4}$ است، احتمال برابر $\frac{1}{4}$ است. سه جواب بالا اگر اصل دلیل ناکافی پذیرفته شود درست هستند، یعنی برای یک پیشامد سه احتمال متفاوت وجود خواهد داشت.

۲.۳ پارادکس وان میس [۱۷]

یک لیوان شامل مخلوط آب، W، و چای، T، را در نظر بگیرید. اطلاعات ما فقط این است که مقدار آب به اندازه مقدار چای تا دو برابر آن است. بنابراین دامنه نسبت تغییرات آب به چای در فاصله ۱ تا ۲ است. اصل دلیل ناکافی بیانگر تقارن فاصله بین این دو مقدار است. احتمال نسبت مقدار آب بین یک تا یک و نیم برابر مقدار چای $\frac{1}{2}$ و احتمال بین یک و نیم تا دو نیز $\frac{1}{2}$ است.

$$P(1 \leq \frac{W}{T} \leq 1/5) = P(1/5 \leq \frac{W}{T} \leq 2) = \frac{1}{2}$$

اکنون از زاویه دیگر مساله را براین سبت چای به کار ببریم. نسبت چای به آب بین $\frac{1}{2}$ تا یک است. در اینجا فاصله بین یک دوم تا سه چهارم و سه چهارم تا یک دارای احتمال‌های یکسان خواهند بود.

$$P(\frac{1}{2} \leq \frac{T}{W} \leq \frac{3}{4}) = P(\frac{3}{4} \leq \frac{W}{T} \leq 1) = \frac{1}{2}$$

اگر با استدلال دوم به نسبت آب به چای دقت کنیم:

$$P(\frac{4}{3} \leq \frac{W^*}{T^*} \leq 2) = P(1 \leq \frac{W^*}{T^*} \leq \frac{4}{3}) = \frac{1}{2}$$

۳.۳ پارادکس فیشر [۸]

اگر از مقدار یک پارامتر هیچ اطلاعی نداشته باشیم، طبیعی است که از تابع یک به یک آن نیز هیچ اطلاعی نداشته باشیم. پس لازم است توزیع یکسانی برای پارامتر و تابع یک به یک آن برقرار باشد. فیشر در رد نظریه بیزی فرض می‌کند توزیع پیشین برای پارامتر P برابر یکنواخت $U(0,1)$ باشد. پس:

$$\pi(p) = 1, \quad 0 < p < 1$$

اگر تبدیل $\sin\theta = 2p - 1$ را در نظر بگیریم، اطلاع ما از این تابع همان اطلاع از P است. بنابراین باید همان توزیع یکنواخت را داشته باشد.

$$\pi(\theta) = \frac{1}{\pi}, \quad -\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$$

و

$$\pi(p) = \pi(\theta)|\frac{d\theta}{dp}| = \frac{1}{\pi\sqrt{p(1-p)}}, \quad 0 < p < 1$$

که با $\pi(p) = 1$ تناقض دارد.

[12]The principle of sufficient reason

۴ اصل دلیل کافی و اصل دلیل ناکافی

درکنار اصل دلیل ناکافی، اصل دلیل کافی وجود دارد. ریشه اصل دلیل کافی که اصل مهم و چالش برانگیزی در فلسفه علم محسوب می‌شود، [۱۲] به فلاسفه یونان باستان بر می‌گردد اما فرمول‌بندی آن مربوط به قرن هفدهم توسط لایپ نیتز آلمانی است. برای لایپ نیتز حقایق به دو صورت حقایق ضروری و حقایق احتمالی تقسیم بندی می‌شوند. اثبات حقایق ضروری مبتنی بر «عدم تناقض» است. به گونه‌ای که نادرست بودن حقایق ضروری مستلزم تناقض می‌شود. اما حقایق احتمالی باید از طریق «دلیل کافی» انجام شود. اصل دلیل کافی دلالت بر عدم وجود واقعیتی است اگر برای آن دلیل کافی موجود نباشد. بنا بر این اصل

۱. برای هر موجود مانند X توضیح چرایی وجود آن وجود دارد.

۲. برای رخ دادن هر پیشامد مانند E دلیل چرایی رخ دادن وجود دارد.

۳. برای هر گزاره صادق مانند P توضیح کافی برای درستی آن وجود دارد.

بنابراین از نظر لایب نیتز حقایق احتمالی لزوما صادق نیستند بلکه با وجود دلیل کافی صادق هستند. در نتیجه برای هر موجود و هر حقیقت، علت، دلیل یا زمینه‌ای لازم است. نپذیرفتن این اصل به تناقض در گزاره‌های علمی و عدم اطمینان به اتفاقات می‌شود. با وجود این بعضی از فلاسفه با پذیرش این اصل مخالف و ادعا می‌کنند مجموعه حقایق بسیار بزرگتر از آن است که اصل دلیل کافی جوابگوی آنها باشد.

۱.۴ رابطه اصل دلیل کافی و اصل دلیل ناکافی

برای ارتباط دو اصل دلیل کافی و دلیل ناکافی و اینکه نشان داده شود در تعارض همدیگر نیستند و حتی ممکن است از همدیگر نتیجه شوند، به مثال مشهور آربودنات [۲] توجه کنید. آربودنات برای بررسی اینکه آیا شانس تولد پسر و دختر مساوی است (اصل دلیل ناکافی)، داده‌های متولدین ۸۲ سال لندن را مورد بررسی قرار داده و مشاهده نمود در تمامی سال‌ها تعداد متولدین پسر بیشتر بوده است. بنابراین فرضیه $H_0: p = \frac{1}{2}$ با مقدار احتمال $(\frac{1}{2})^{82}$ رد می‌شود. وی این حقیقت را به مشیت الهی نسبت می‌دهد که به دلیل تعداد فوتی‌های مردان (در جنگ‌ها و سفرهای دریایی آن زمان) تعداد زنان و مردان متعادل می‌شود (اصل دلیل کافی).

۵ نتیجه گیری

اصل دلیل ناکافی را می‌توان یک نتیجه گیری از "اصل عدم شناختی" به یک اصل ایجابی «استفاده از توزیع پیشین یکنواخت» دانست. از آنجا که با اصل دلیل ناکافی بیش از حد پیشامدها را هم شانس در نظر گرفته می‌شوند، برای برخی، اصل منسوخ شده‌ای است. با وجود این، تعریف احتمال منطقی (کلاسیک) که برنولی برای آن این اصل را مطرح کرده بود، هنوز در سیستم‌های احتمال مورد استفاده قرار می‌گیرد. برای اثبات این ادعا کافی است به تعریف احتمال در متون درسی توجه شود.

در نظریه تصمیم گیری، اصل دلیل ناکافی برای قاعده مطلوبیت از بدیهیات محسوب می‌شود. هرگاه تصمیم گیرنده وضعیت های ممکن را بداند اما اطلاعی در مورد وضعیت‌ها نداشته باشد، باید به گونه ای رفتار کند که همه وضعیت‌ها دارای احتمال‌های یکسان هستند. همچنین در نظریه تصمیم گیری برای آزمون‌های آماری، وقتی دلیلی بر تفاوت بین زیان رد کردن فرضیه‌ها وجود ندارد، زیان‌ها یکسان گرفته شده و تصمیم گیری به نظریه آزمون‌های فرضیه (نیمن و پیرسون) تحویل می‌شود.

بسیاری از آماردانان بیزی نیز برای رفع مشکل استفاده از توزیع پیشین یکنواخت، نه تنها از توزیع یکنواخت پرهیز می کنند بلکه به جای استفاده از یک توزیع پیشین، به خانواده‌ای از توزیع‌های پیشین متوسل می‌شوند.

صورت جدید اصل دلیل ناکافی را می‌توان در اصل ماکسیمم آنتروپی دید. پیشامدهای متقابلا ناسازگار $E_1, E_2, \ldots, E_n$ را با احتمال‌های $p_1, p_2, \ldots, p_n$ در نظر بگیرید. تابع آنتروپی به صورت

$$H(p_1, p_2, \ldots, p_n) = -k \sum_{i=1}^{n} p_i \ln(p_i)$$

که در آن k مقدار مثبتی است، تعریف می‌شود. اصل ماکسیمم آنتروپی بیان می‌کند در استنباط علمی، مبتنی بر توضیح احتمال با بیشترین آنتروپی (به معنی غیر یقینی) است. می‌توان نشان داد عدم اطلاع مطلق از پیشامدها معادل ماکسیمم کردن غیر یقینی اطلاع است که با محدودیت $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$ به $P(E_i) = \frac{1}{n}$ منجر می‌شود.

آماردانان در تحویل این اصل به اصل قابل قبول‌تر اصل پایداری [۱۳] را مطرح کرده‌اند که تا حد زیادی با آن متفاوت است.

[13] Invariance

مراجع

[۱] چینی پرداز، ر. (۱۳۹۰)، تاریخ آمار و احتمال، انتشارات دانشگاه شهید چمران .

[2] Arbuthnot, J. (1710), An argument for divine providence, taken from constant regularity observed in the births of both sexes, *Philosophical Transactions of the Royal ociety of London*, **27**: 186-190

[3] Bayes, T. (1764), An essay toward solving a problem in the doctrine of chances, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London,* **53**, 370-418

[4] Bernoulli, J. (1713). *Ars Conjectani*. Thurnisius, Basel.

[5] Bertrand, J. (1889), Calcul des Probabilites, Gauthier-Villars, Paris.

[6] Cardano, G. (1663), *Liber de Leudo aleae* , in Open Omnia, **1**, 262-276.

[7] de Finetti, B. (1974), *Theory of Probability*, Vol. 1, John Wiley, Chichester.

[8] Fisher, R. (1922), On the mathematical foundations of theoretical statistics, *Philosophical Transformations of the Royal Society of London*, A **222**, 309-368.

[9] Gorroochurn, P. (2016), The Histroy of Modern Matheatical Statistics, John Wiley, New York.

[10] Hume, D. (1748), *An Inquiry Concerning Human Understanding*, London (2007 edition by Millican), Oxford University Press, Oxford.

[11] Keynes, J. M. (1921), *Fundamental Ideas.* Ch. 4 in A Treatise on Probability. Macmillan.

[12] Laplace, P. S. (1774) , Memoire sur la paobabilite des Causes par les evenements, *Memoire de L' Academi Royal des Sciences de Paris*, **6**, 621-656.

[13] Laplace, P.S. (1812) , *Theorie Analytique des Probabilities*, Courcier, Paris

[14] Leibniz, G. W. (1710), The'odice'e, Garnier- Flammarion, Paris.

[15] Robert, C. P. (1994), The Bayesain Choice, Springer-Verlag, New York.

[16] Russell, B. (1912), *The Problems of Philosophy*, Henry Hollt and Company, New York.

[17] von Misses, R. (1957), Probability, Statistics, and Truth, 2nd revised English Edition, Gerorge Allen and Unwin Ltd, London.

Andisheye Amari, 2024, Vol. 29, No. 2
https://doi.org/10.22034/aa.2026.734247

The Principle of Insufficient Reason and its Challenges

Rahim Chinipardaz[1]*, **Behzad Mansouri**[2]

[1] *Department of Statistics, Faculty of Mathematics and Comupter Science, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran*

[2] *Department of Statistics, Faculty of Mathematics and Comupter Science, Shahid Chamran University of Ahvaz, Avaz, Iran*

Received: 2025/11/09
Accepted: 2026/01/08

Abstract

The principle of insufficient reason, or indifference principle, is not an axiom of probability but the basis for the definition of classical (logical) probability. Bayesian statisticians also follow the principle of using uniform distributions when there is no a priori information about the parameter. Is this principle acceptable to statistical philosophers?. Several paradoxes have been proposed to refute this principle. Although these paradoxes have not been resolved, the principle is still the basis of the most important definition of probability, classical probability. In this article, this principle, its origin, and paradoxes are evaluated.

Keywords: Logical probability, Posterior distribution, Prior distribution, Succession, Sufficient reason principle.

*Corresponding author, chinipardaz_r@scu.ac.ir