

## بحثی درباره اهمیت قابلیت اعتماد اجزای سیستم

مرضیه باغبان سیجانی<sup>۱</sup>

چکیده:

در قابلیت اعتماد، اهمیت نسبی یک جزء خاص یا گروهی از اجزاء را می‌توان با استفاده از اندازه‌های اهمیت ارزیابی نمود. اندازه‌های اهمیت معیارهایی کمی هستند که اجزاء را برحسب اهمیتشان رتبه‌بندی می‌کنند. در متون علمی، اندازه‌های اهمیت متفاوتی بر مبنای تفاسیر متفاوت از مفهوم مهم‌ترین جزء در سیستم ارائه شده است. این اندازه‌ها را می‌توان بر مبنای ساختار، قابلیت اعتماد و یا توزیع طول عمر اجزاء در یک سیستم تعیین نمود. هدف این مقاله مطالعه در زمینه اندازه‌های مختلف اهمیت اجزای یک سیستم از دیدگاه قابلیت اعتماد است.

**واژه‌های کلیدی:** اهمیت بیرن‌بام، اندازه‌های اهمیت، بهینه‌سازی، قابلیت اعتماد.

### ۱ مقدمه

بیرن‌بام<sup>۴</sup> [۵] اندازه‌های اهمیت را در سه کلاس ذیل دسته‌بندی نمود:

- اندازه اهمیت قابلیت اعتماد
- اندازه اهمیت طول عمر
- اندازه اهمیت ساختار

یکی از مسائل مهمی که در مطالعه سیستم‌ها و شبکه‌های پیچیده مورد توجه پژوهشگران قابلیت اعتماد و مهندسی قرار می‌گیرد، مسئله اندازه‌گیری میزان اهمیت یک جزء در سیستم است. معمولاً یک سیستم مجموعه‌ای از اجزای مرتبط با هم است که برای یک هدف معین طراحی شده است. برخی از این اجزاء برای بقای سیستم اهمیت ویژه‌ای دارند. لذا، نیاز است که اندازه‌های مشخص کمی ارائه گردد که بتوان به وسیله آن‌ها میزان اهمیت یک جزء را جهت طراحی، بهینه‌سازی، تعمیر و نگهداری بهتر سیستم‌ها اندازه‌گیری کرد.

اندازه اهمیت قابلیت اعتماد اجزاء، به ساختار سیستم و قابلیت اعتماد همه اجزاء در یک نقطه ثابت از زمان وابسته است. اندازه اهمیت طول عمر اجزاء، هم به ساختار سیستم و هم به توزیع طول عمر اجزاء وابسته است. اندازه اهمیت ساختار اجزاء، اهمیت نسبی یک جزء را برحسب جایگاه آن در سیستم ارزیابی می‌کند و تنها به ساختار سیستم وابسته است.

بر طبق نظر گیرفیت<sup>۲</sup> و گاویندارالو<sup>۳</sup> [۱۱]، نمی‌توان یک اندازه اهمیت منحصر به فرد برای سیستم‌های متفاوت در نظر گرفت. زیرا یک جزء را می‌توان از نقطه نظرهای متفاوتی نسبت به دیگر اجزاء در سیستم مورد بررسی قرار داد. بر این اساس، تاکنون اندازه‌های اهمیت متفاوتی بر مبنای تفاسیر متفاوت از مفهوم مهم‌ترین جزء در سیستم به وجود آمده است.

هدف این مقاله معرفی برخی از مهم‌ترین اندازه‌های اهمیت مطرح شده بر مبنای دیدگاه‌های مختلف در سیستم‌های منسجم با اجزای مستقل است. بیرن‌بام [۵] بر مبنای ساختار و قابلیت اعتماد اجزاء، اولین اندازه اهمیت را برحسب احتمال بحرانی بودن یک

<sup>۱</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد دانشگاه اصفهان

<sup>۲</sup>Griffith

<sup>۳</sup>Govindarajulu

<sup>۴</sup>Birnbaum

<sup>۵</sup>Lambert

<sup>۶</sup>Natvig

<sup>۷</sup>Barlow

<sup>۸</sup>Proschan

جزء در سیستم‌های منسجم تعریف کرد. سپس، کمبرت<sup>۹</sup> [۱۶] و نتویج<sup>۱۰</sup> این اندازه را برحسب توزیع طول عمر اجزاء در یک نقطه ثابت از زمان توسعه دادند. بارلو<sup>۷</sup> و پروشان<sup>۸</sup> [۴] احتمال بحرانی بودن یک جزء را در یک دوره طولانی از زمان مورد بررسی قرار دادند.

از آن‌جا که اندازه اهمیت بیرنهام برای یک جزء، مستقل از قابلیت اعتماد آن جزء است، از این اندازه در مسائلی مانند رتبه‌بندی اجزاء جهت اقدامات تعمیر و نگهداری نمی‌توان استفاده کرد. لذا، کو<sup>۹</sup> و زو<sup>۱۰</sup> [۱۵] برای رفع این مشکل دو اندازه اهمیت بحرانی پیشنهاد کردند.

زیه و شن<sup>۱۱</sup> [۲۱] یک اندازه اهمیت کلی جهت رتبه‌بندی اجزاء یک سیستم ارائه نمودند که بر اساس آن، اهمیت اجزاء برحسب میزان تأثیر آن‌ها در افزایش قابلیت اعتماد یک سیستم در نظر گرفته می‌شود. ویزر<sup>۱۲</sup> و لوری<sup>۱۳</sup> [۱۹] اندازه میزان افزایش قابلیت اعتماد و لیوتین<sup>۱۴</sup> و همکاران [۱۷] اندازه میزان کاهش قابلیت اعتماد را تعریف کردند. این دو اندازه بیشتر در طرح‌ها و نیروگاه‌های هسته‌ای کاربرد دارد.

اندازه اهمیت بیرنهام، تعیین کننده میزان تغییر اهمیت یک جزء در صورت فعال یا غیر فعال بودن جزء دیگر نیست. به این منظور، هانگ<sup>۱۵</sup> و لی<sup>۱۶</sup> [۱۳] اندازه اهمیت بیرنهام را توسعه داده و مفهوم اندازه اهمیت توأم ( $JRI$ ) را برای دو جزء در یک سیستم با اجزای مستقل تعریف کردند.

آرمسترانگ<sup>۱۷</sup> [۳] اندازه  $JRI$  را در حالتی که بین اجزاء وابستگی است مورد مطالعه قرار داد. گاو<sup>۱۸</sup> و همکاران [۱۰] مفهوم  $JRI$  را برای گروهی از اجزای مستقل توسعه دادند.

این مقاله شامل ۸ بخش است. در بخش ۲، به طور مختصر

با ساختار و قابلیت اعتماد سیستم‌ها و مفهوم افزونگی آشنا می‌شویم. در بخش ۳ اندازه اهمیت بیرنهام را در سه کلاس اندازه اهمیت قابلیت اعتماد، طول عمر و ساختار مورد مطالعه قرار می‌دهیم. در بخش‌های ۴-۷ مهم‌ترین اندازه‌های اهمیت مطرح شده در کلاس قابلیت اعتماد را معرفی می‌کنیم. در بخش ۸ اندازه اهمیت بحرانی اجزاء را مورد مطالعه قرار می‌دهیم. در بخش ۹ به معرفی اندازه بهبود واقع‌گرایانه پتانسیل به عنوان یک اندازه کلی جهت تعیین اولویت اجزای یک سیستم در اقدامات متفاوت بهینه‌سازی می‌پردازیم. در بخش ۶، اندازه میزان افزایش (کاهش) قابلیت اعتماد را معرفی می‌کنیم. در بخش ۷، به طور مختصر به معرفی اندازه اهمیت توأم می‌پردازیم. در بخش آخر اندازه اهمیت بارلو-پروشان را در دو کلاس اندازه اهمیت طول عمر و اندازه اهمیت ساختار بررسی می‌کنیم.

## ۲ مفاهیم اصلی

ابتدا با مفاهیم اولیه در زمینه ساختار و قابلیت اعتماد سیستم‌های منسجم آشنا می‌شویم [۱].

### ۱.۲ سیستم و اجزای آن

سیستمی را در نظر بگیرید که شامل تعدادی جزء  $c_1, \dots, c_n$  است و برای هدفی معین طراحی شده است. به طور طبیعی عملکرد سیستم، تابعی از عملکرد اجزای آن است. فرض می‌کنیم، سیستم  $n$  ( $n \geq 1$ ) جزء دارد و هر جزء در آن فعال یا غیرفعال است. برای توصیف این وضعیت یک متغیر دو مقداری  $x_i$ ،  $i = 1, \dots, n$ ، به

<sup>۹</sup>Kuo

<sup>۱۰</sup>Zhu

<sup>۱۱</sup>Shen

<sup>۱۲</sup>Vasseur

<sup>۱۳</sup>Llory

<sup>۱۴</sup>Levitin

<sup>۱۵</sup>Hong

<sup>۱۶</sup>Lie

<sup>۱۷</sup>Armstrong

<sup>۱۸</sup>Gao

## ۲.۲ توابع ساختار سیستم های منسجم

از معروفترین توابع ساختار در مهندسی قابلیت اعتماد می توان به سیستم هایی با ساختار متوالی، ساختار موازی، ساختار  $k$  از  $n$  و... اشاره کرد.

### سیستم متوالی

به یک سیستم متوالی گفته می شود هرگاه فعال بودن آن مستلزم فعال بودن همه اجزای آن باشد. با توجه به این تعریف، اگر سیستم دارای  $n$  جزء باشد و بردار وضعیت آن را با  $\mathbf{X} = (x_1, \dots, x_n)$  نمایش دهیم، آنگاه

$$\phi(\mathbf{X}) = \prod_{i=1}^n x_i,$$

یا معادل آن

$$\phi(\mathbf{X}) = \min(x_1, \dots, x_n).$$

### سیستم موازی

سیستمی را موازی گویند که فعال بودن آن مستلزم فعال بودن حداقل یکی از اجزای آن باشد. به عبارت دیگر، سیستم هنگامی از کار می افتد که تمام اجزای آن غیر فعال باشند. تابع ساختار یک سیستم موازی با  $n$  جزء بر اساس تعریف سیستم عبارت از

$$\phi(\mathbf{X}) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - x_i),$$

یا به طور معادل

$$\phi(\mathbf{X}) = \max(x_1, \dots, x_n),$$

است.

### سیستم های $k$ از $n$

یک سیستم شامل  $n$  جزء را  $k$  از  $n$  می نامند هرگاه فعال بودن آن، مستلزم فعال بودن حداقل  $k$  جزء از  $n$  جزء آن باشد. تابع ساختار این سیستم ها را نمی توان به صورت بسته، مانند سیستم ها متوالی و موازی، ارائه کرد. نمایش جبری تابع ساختار سیستم های  $k$  از  $n$  به صورت

$$\phi(\mathbf{X}) = \begin{cases} 1, & \sum_{i=1}^n x_i \geq k \\ 0, & o.w \end{cases},$$

است.

صورت زیر تعریف می کنیم.

$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{جزء } c_i \text{ فعال است} \\ 0, & \text{جزء } c_i \text{ غیر فعال است} \end{cases}$$

که در آن  $x_i = 1$  است اگر جزء  $i$  ام در سیستم فعال باشد و در غیر این صورت ۰ است. همچنین فرض می کنیم که سیستم نیز در یکی از دو وضعیت فعال یا غیرفعال است. برای تعیین وضعیت سیستم بر حسب وضعیت اجزاء، فرض می شود که پیوند سیستم با اجزای آن، با تابع دو مقداری  $\varphi(\mathbf{X})$ ، که به تابع ساختار سیستم معروف است، مشخص شود که در آن  $\mathbf{X} = (x_1, \dots, x_n)$  بردار  $\mathbf{X}$  را بردار وضعیت سیستم می گوئیم. بنابراین بسته به وضعیت بردار  $\mathbf{X}$  داریم

$$\varphi(\mathbf{X}) = \begin{cases} 1, & \text{سیستم فعال است} \\ 0, & \text{سیستم فعال نیست} \end{cases}$$

شکل تابعی،  $\varphi(\mathbf{X})$  پس از آن که نوع ارتباط بین اجزاء در سیستم معلوم شود، قابل تعیین خواهد بود.

**تعریف ۱.۲.** یک سیستم با تابع ساختار  $\varphi$  را در نظر بگیرید. سیستم را یکنوا گویند هرگاه برای هر دو بردار وضعیت  $\mathbf{X}$  و  $\mathbf{Y}$  که در آن  $\mathbf{X} \leq \mathbf{Y}$  داشته باشیم،  $\varphi(\mathbf{X}) \leq \varphi(\mathbf{Y})$ .

بنابراین در یک سیستم یکنوا، هرگاه وضعیت یکی از اجزای آن از غیر فعال به وضعیت فعال تبدیل شود، وضعیت سیستم بدتر نخواهد شد.

**تعریف ۲.۲.** به جزء  $c_i$  در سیستم جزء نامربوط گفته می شود هرگاه به ازای هر  $c_i \neq c_j$  و برای هر بردار از مرتبه  $n-1$ ، مانند  $(x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n)$  داشته باشیم،

$$\varphi(1_i, \mathbf{x}^{(i)}) = \varphi(0_i, \mathbf{x}^{(i)}).$$

با توجه به تعاریف بالا، یک سیستم منسجم را به صورت زیر تعریف می کنیم.

**تعریف ۳.۲.** یک سیستم را زمانی منسجم می نامند که تابع ساختار آن یکنوا بوده و جزء نامربوط در آن وجود نداشته باشد.

در ادامه بحث، سیستم هایی را مورد بررسی قرار می دهیم که در تعریف سیستم منسجم صدق می کنند.

### ۳.۲ افزونگی

$c_i$  سبب کارکرد یا عدم کارکرد سیستم شود. طبق رابطه قبل حدود  $I_B$  از نتیجه ذیل حاصل می شود.

**نتیجه ۱.۳.** برای یک سیستم منسجم با  $n \geq 2$  و برای  $i = 1, \dots, n$

$$0 \leq I_B(i; \mathbf{p}) \leq 1$$

از استقلال اجزای سیستم ثابت می شود که اندازه بیرنجام معادل رابطه ذیل است

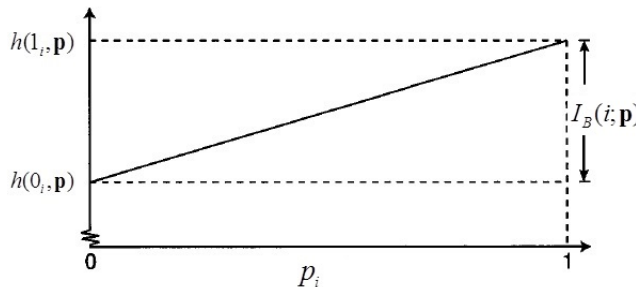
$$I_B(i; \mathbf{p}) = h(1_i, \mathbf{p}^{(i)}) - h(0_i, \mathbf{p}^{(i)}), \quad (2)$$

که در آن

$$(1_i, \mathbf{p}^{(i)}) = (p_1, \dots, p_{i-1}, 1_i, p_{i+1}, \dots, p_n)$$

$$(0_i, \mathbf{p}^{(i)}) = (p_1, \dots, p_{i-1}, 0_i, p_{i+1}, \dots, p_n).$$

این اندازه به صورت نموداری در شکل (۱) نشان داده شده است.



شکل ۱: نمودار اندازه اهمیت بیرنجام

بنابراین می توان گفت که اندازه اهمیت بیرنجام، معادل با میزان افزایش قابلیت اعتماد سیستم در صورت یک واحد افزایش قابلیت اعتماد جزء  $c_i$  است.

**مثال ۲.۳.** یک سیستم متوالی با اجزای مستقل و قابلیت اعتماد  $p_i$ ،  $i = 1, \dots, n$  را در نظر بگیرید. اندازه اهمیت بیرنجام جزء  $c_i$

به صورت ذیل به دست می آید

$$I_B(i; \mathbf{p}) = \frac{\partial h(\mathbf{p})}{\partial p_i} = \frac{\partial}{\partial p_i} \prod_{j=1}^n p_j = \prod_{j \neq i} p_j.$$

بنابراین، در یک سیستم متوالی با اجزای مستقل، اهمیت نسبی قابلیت اعتماد هر جزء با حاصل ضرب قابلیت اعتماد اجزای دیگر برابر است. اگر فرض کنیم اجزای سیستم به گونه ای شماره گذاری شوند که  $p_1 \leq p_2 \leq \dots \leq p_n$  آن گاه

$$I_B(1; \mathbf{p}) \geq \dots \geq I_B(n; \mathbf{p}).$$

یکی از روش های بهینه سازی سیستم، افزونگی است. در این روش، در کنار یک جزء خاص از سیستم، یک یا چند جزء را، معمولاً با همان کیفیت قرار می دهند. اینگونه اجزاء را اجزای افزوده می نامند که معمولاً دو نوع هستند. یکی اجزای افزوده فعال که هنگام عملکرد جزء اصلی، این اجزاء نیز همزمان مشغول فعالیت هستند و دیگری اجزای افزوده غیرفعال، که به صورت آماده باش با جزء اصلی به صورت موازی متصل شده و در صورت از کار افتادن جزء اصلی، یکی از آنها شروع به فعالیت می کند تا وظیفه آن جزء را انجام دهد.

اجزای افزوده فعال را با توجه به نوع اتصالشان با دیگر اجزای سیستم به دو نوع متوالی و موازی تقسیم می کنند. استفاده از روش افزوده فعال موازی باعث افزایش قابلیت اعتماد سیستم می شود و در بیشتر مواقع از این نوع افزونگی استفاده می شود.

### ۳ اندازه اهمیت بیرنجام

سیستم منسجمی با  $n$  جزء  $c_1, \dots, c_n$  را در نظر بگیرید که قابلیت اعتماد جزء  $c_i$ ،  $p_i$  و  $h(\mathbf{p})$  قابلیت اعتماد سیستم است.

اندازه اهمیت بیرنجام جزء  $c_i$  ( $I_B(i; \mathbf{p})$ )، نرخ تغییر بهبود قابلیت اعتماد سیستم برحسب تغییر قابلیت اعتماد جزء  $c_i$  است که به صورت ذیل تعریف می شود

$$I_B(i; \mathbf{p}) = \frac{\partial h(\mathbf{p})}{\partial p_i}. \quad (1)$$

بزرگ بودن  $I_B$  به این معنی است که یک تغییر کوچک در قابلیت اعتماد جزء  $c_i$  می تواند باعث افزایش قابلیت اعتماد سیستم شود. لذا در مرحله بهبود یا طراحی سیستم اجزایی بیشتر مورد توجه قرار می گیرند که  $I_B$  بزرگ تری دارند.

توجه کنید که اندازه اهمیت بیرنجام جزء  $c_i$ ،  $I_B(i; \mathbf{p})$ ، تنها به ساختار سیستم و قابلیت اعتماد دیگر اجزاء وابسته است.

اندازه اهمیت بیرنجام را می توان طبق رابطه زیر

$$I_B(i; \mathbf{p}) = P(\varphi(1_i, \mathbf{x}^{(i)}) - \varphi(0_i, \mathbf{x}^{(i)}) = 1)$$

احتمال بحرانی بودن یک جزء برای سیستم نیز در نظر گرفت. به عبارتی این اندازه، احتمال آن است که کارکرد یا عدم کارکرد جزء

یعنی ضعیف‌ترین جزء در سیستم متوالی بنابر اندازه اهمیت بیرنهام از بقیه اجزاء مهم‌تر است. تعریف ذیل  $(m'_i)m_i$  نشان دهنده تعداد بردارهای قطع‌کننده (مسیر) بحرانی شامل جزء  $c_i$  است.

**مثال ۳.۳.** یک سیستم موازی با اجزای مستقل و قابلیت اعتماد  $p_i$ ،  $i = 1, \dots, n$  را در نظر بگیرید. اندازه اهمیت بیرنهام جزء  $c_i$  به صورت ذیل به دست می‌آید

$$I_B(i; \mathbf{p}) = \frac{\partial h(\mathbf{p})}{\partial p_i} = \frac{\partial}{\partial p_i} [1 - \prod_{j=1}^n (1 - p_j)] = \prod_{j \neq i} (1 - p_j).$$

است که در آن  $\mathbf{x}^{(i)}$  نشان دهنده بردار حالت اجزاء، صرف نظر از جزء  $c_i$  است و  $(1_i, \mathbf{x}^{(i)})$  نشان دهنده بردار حالت اجزاء در صورتی است که  $c_i$  در حالت فعال باشد. به عبارتی، اندازه اهمیت ساختار بیرنهام جزء  $c_i$ ،  $I_B(i; \mathbf{p})$  نسبت بین تعداد بردارهای حالتی که در آن جزء  $c_i$  برای سیستم بحرانی باشد به تعداد بردارهای حالت برای  $n-1$  جزء است.

در رابطه فوق،  $2^{n-1}$  نشان دهنده تعداد بردارهای حالت برای  $n-1$  جزء (صرف نظر از جزء  $c_i$ ) است و  $\sum_{\{., \mathbf{x}^{(i)}\}} (\varphi(1_i, \mathbf{x}^{(i)}) - \varphi(0_i, \mathbf{x}^{(i)}))$  نشان دهنده تعداد بردارهای حالتی است که در آن جزء  $c_i$  برای سیستم بحرانی است.

در حقیقت اندازه اهمیت ساختار یک جزء، اندازه اهمیت جایگاه آن جزء در سیستم است و مستقل از قابلیت اعتماد اجزاء است.

## ۴ اندازه اهمیت بحرانی اجزاء

اندازه اهمیت بیرنهام جزء  $c_i$  مستقل از قابلیت اعتماد جزء  $c_i$  است و این یک نقص برای  $I_B$  است. کو و زو [۱۵] دو اندازه اهمیت بحرانی<sup>۱۹</sup> برای رفع این مشکل مطرح کردند. این اندازه، معیار مناسبی برای اولویت‌بندی عمل نگهداری پیشگیرانه اجزاء است که به اندازه اهمیت بیرنهام وابسته است.

**تعریف ۱.۴.** اهمیت قابلیت اعتماد بحرانی جزء  $c_i$  برای کارکرد سیستم<sup>۲۰</sup>،  $I_{Cs}(i; \mathbf{p})$ ، احتمال آن است که جزء  $c_i$  فعال باشد و فعال بودن آن برای کارکرد سیستم بحرانی باشد به شرط آن‌که

## ۱.۳ اندازه اهمیت طول عمر بیرنهام

لمبرت [۱۶] و نتویج اندازه اهمیت بیرنهام را با استفاده از توزیع طول عمر اجزاء با جایگذاری  $\bar{F}_i(t)$  به جای  $p_i$  توسعه دادند. بر این اساس اندازه اهمیت طول عمر بیرنهام از رابطه ذیل حاصل می‌شود

$$I_B(i; \bar{F}(t)) = P(\varphi(1_i, \mathbf{x}^{(i)}(t)) - \varphi(0_i, \mathbf{x}^{(i)}(t)) = 1) = h(1_i, \bar{F}^{(i)}(t)) - h(0_i, \bar{F}^{(i)}(t)), \quad (۳)$$

که در آن

$$(.i, \mathbf{x}^{(i)}(t)) = (x_1(t), \dots, x_{i-1}(t), .i, x_{i+1}(t), \dots, x_n(t)).$$

براین اساس،  $I_B(i; \bar{F}(t))$ ، احتمال بحرانی بودن جزء  $c_i$  برای سیستم در زمان  $t$  است.

## ۲.۳ اندازه اهمیت ساختار بیرنهام

بیرنهام [۵] اندازه اهمیت ساختار را بر مبنای مفهوم بحرانی بودن جزء  $c_i$  برای سیستم تعریف کرد. در این حالت فرض بر این است که همه اجزاء دارای قابلیت اعتماد یکسان و برابر  $\frac{1}{2}$  هستند. در

<sup>۱۹</sup> Criticality Reliability Importance

<sup>۲۰</sup> Criticality Importance For System Functioning (Success)

بدانیم سیستم فعال است و به صورت ذیل تعریف می شود

$$I_{Cs}(i; \mathbf{p}) = \frac{p_i[h(1_i, \mathbf{p}^{(i)}) - h(0_i, \mathbf{p}^{(i)})]}{h(\mathbf{p})} \quad (4)$$

$$= \frac{p_i}{h(\mathbf{p})} I_B(i; \mathbf{p}).$$

با توجه به مثال ۳.۲ و رابطه فوق، نتیجه ذیل حاصل می شود.

**نتیجه ۲.۴.** در یک سیستم با ساختار موازی و با  $n$  جزء مستقل، اگر اجزاء به گونه ای شماره گذاری شوند که  $p_1 < p_2 < \dots < p_n$  آن گاه

$$I_{Cs}(1; \mathbf{p}) \leq I_{Cs}(2; \mathbf{p}) \leq \dots \leq I_{Cs}(n; \mathbf{p}).$$

براساس نتیجه فوق،  $I_{Cs}$  و  $I_B$  در یک سیستم موازی به طور معادل اجزاء را رتبه بندی می کنند.

**تعریف ۳.۴.** اهمیت قابلیت اعتماد بحرانی جزء  $c_i$  برای عدم کارکرد سیستم  $^{21}$ ،  $I_{Cf}(i; \mathbf{p})$ ، احتمال آن است که جزء  $c_i$  غیر فعال باشد و غیر فعال بودن آن برای عدم کارکرد سیستم بحرانی باشد به شرط آن که بدانیم سیستم غیر فعال است و این اندازه از رابطه ذیل حاصل می شود

$$I_{Cf}(i; \mathbf{p}) = \frac{q_i[h(1_i, \mathbf{p}^{(i)}) - h(0_i, \mathbf{p}^{(i)})]}{1 - h(\mathbf{p})} \quad (5)$$

$$= \frac{q_i}{1 - h(\mathbf{p})} I_B(i; \mathbf{p}).$$

با توجه به مثال ۲.۲ و رابطه فوق، نتیجه ذیل حاصل می شود.

**نتیجه ۴.۴.** در یک سیستم با ساختار متوالی و با  $n$  جزء مستقل، اگر اجزاء به گونه ای شماره گذاری شوند که  $p_1 < p_2 < \dots < p_n$  آن گاه

$$I_{Cf}(1; \mathbf{p}) \geq I_{Cf}(2; \mathbf{p}) \geq \dots \geq I_{Cf}(n; \mathbf{p}).$$

بر طبق نتیجه فوق،  $I_{Cf}$  و  $I_B$  در یک سیستم متوالی به طور معادل اجزاء را رتبه بندی می کنند.

## ۵ اهمیت اجزاء در بهینه سازی

هر معیاری جهت تعیین اولویت اجزاء برای بهینه شدن باید به قابلیت اعتماد جزء مورد نظر و نوع روش بهینه سازی وابسته باشد. آید.

زیرا هر نوع اقدامی جهت بهینه سازی سیستم می تواند نوع رتبه بندی اجزاء را تغییر دهد. به عنوان مثال، در بهینه سازی سیستم به روش جایگزین کردن یک جزء کاملاً قابل اعتماد،  $p_i = 1$ ، با جزء دیگر، اولویت انتخاب اجزاء برای بهینه سازی سیستم لزوماً برابر با رتبه اهمیت اجزاء به روش افزونگی موازی نیست.

زیه و شن [۲۱] اندازه بهبود واقع گرایانه پتانسیل  $^{22}$  جزء  $c_i$ ،  $I_{RIP}(i; \mathbf{p})$  را به صورت ذیل تعریف کردند.

$$I_{RIP}(i; \mathbf{p}) = h(p'_i, \mathbf{p}^{(i)}) - h(\mathbf{p}), \quad (6)$$

که در آن  $p'_i$  قابلیت اعتماد جزء  $c_i$  پس از بهینه سازی است و  $h(p'_i, \mathbf{p}^{(i)})$  نشان دهنده قابلیت اعتماد سیستم پس از بهبود قابلیت اعتماد جزء  $c_i$  است. بر اساس رابطه فوق،  $I_{RIP}(i; \mathbf{p})$  نشان دهنده میزان افزایش قابلیت اعتماد سیستم به سبب بهبود جزء  $c_i$  است. این اندازه برحسب اندازه اهمیت بیرنجام از رابطه زیر حاصل می شود

$$I_{RIP}(i; \mathbf{p}) = (p'_i - p_i) I_B(i; \mathbf{p}).$$

از این اندازه در رتبه بندی اجزاء با هر نوع روش بهینه سازی می توان استفاده کرد. در قسمت ۱.۴ و ۲.۴ به دو روش بهینه سازی در سیستم ها اشاره می کنیم و نشان می دهیم که می توان با استفاده از  $I_{RIP}$ ، اجزاء را برحسب اهمیتشان در سیستم، بر مبنای شیوه بهینه سازی، رتبه بندی نمود.

## ۱.۵ اندازه بهبود پتانسیل

فرض کنید، سیستمی با قابلیت اعتماد  $h(\mathbf{p})$  داریم. گاهی اوقات علاقه مندیم که بدانیم اگر جزء  $c_i$  را با یک جزء کاملاً قابل اعتماد،  $p_i = 1$ ، تعویض نماییم چقدر قابلیت اعتماد سیستم افزایش می یابد. به اختلاف بین  $h(1_i, \mathbf{p})$  و  $h(\mathbf{p})$  اندازه بهبود پتانسیل  $^{23}$  گفته می شود که آن را با  $I_{IP}(i; \mathbf{p})$  نشان می دهیم. این اندازه از رابطه زیر حاصل می شود

$$I_{IP}(i; \mathbf{p}) = h(1_i, \mathbf{p}^{(i)}) - h(\mathbf{p}). \quad (7)$$

اندازه اهمیت بهبود پتانسیل نشان دهنده ماکزیمم بهبود قابلیت اعتماد یک سیستم است که می تواند به سبب بهبود جزء  $c_i$  به دست آید.

<sup>21</sup> Criticality Importance For System Failure

<sup>22</sup> Realistic improvement potential

<sup>23</sup> Improvement Potential Importance

با توجه به شیب خط در شکل (۱) می‌توان اندازه اهمیت بیربنام

$$I_{SR}(i; \mathbf{p}) = q_i^* p_i I_B(i; \mathbf{p}). \quad (10)$$

مطابق با روابط (۹) و (۱۰)، اندازه اهمیت افزونگی متوالی و موازی جزء  $c_i$  به قابلیت اعتماد خود جزء یعنی  $p_i$ ، اندازه اهمیت بیربنام جزء  $c_i$  یعنی  $I_B(i; \mathbf{p})$  و قابلیت اعتماد جزء افزوده،  $q_i^*$  وابسته است. بر مبنای این تعاریف، در صورتی که مجاز به افزودن تنها یک جزء به سیستم باشیم، ماکزیمم مقدار اندازه اهمیت افزونگی موازی (متوالی) معادل است با ماکزیمم مقدار (مینیمم مقدار) افزایش (کاهش) قابلیت اعتماد سیستم است.

**مثال ۱.۵.** یک سیستم متوالی با اجزای مستقل  $c_1$  و  $c_2$  با قابلیت اعتماد  $p_1 = 0.98$  و  $p_2 = 0.96$  و اجزای یدکی  $c_1^*$  و  $c_2^*$  را با قابلیت اعتماد  $p_1^* = p_2^* = 0.9$  در نظر بگیرید، می‌توان اندازه  $I_{SR}(i; \mathbf{p})$  و  $I_{PR}(i; \mathbf{p})$  را محاسبه کرد. نتایج حاصل از محاسبات را در جدول زیر مشاهده کنید.

|       | $I_{SR}(i; \mathbf{p})$ | $I_{PR}(i; \mathbf{p})$ | $I_B(i; \mathbf{p})$ |  |
|-------|-------------------------|-------------------------|----------------------|--|
| $c_1$ | ۰/۰۹۴۰۸                 | ۰/۰۱۷۲۸                 | ۰/۹۶                 |  |
| $c_2$ | ۰/۰۹۴۰۸                 | ۰/۰۳۵۲۸                 | ۰/۹۸                 |  |

با توجه به فرضیات مسئله و نتایج جدول فوق، اگر  $p_2 < p_1$  و  $p_1^* = p_2^*$  آنگاه  $I_{PR}(2; \mathbf{p}) > I_{PR}(1; \mathbf{p})$ . بر این اساس در یک سیستم متوالی، در صورتی که اجزای افزوده قابلیت اعتماد یکسانی داشته باشند، بیشترین اندازه  $I_{PR}$  مربوط به جزئی است که کمترین قابلیت اعتماد را دارد. همچنین، اگر  $p_2 < p_1$  و  $p_1^* = p_2^*$  آنگاه  $I_{SR}(1; \mathbf{p}) = I_{SR}(2; \mathbf{p})$  لذا، می‌توان گفت که در یک سیستم متوالی با دو جزء  $c_1$  و  $c_2$ ، اندازه  $I_{SR}$  برای هر دو جزء  $c_1^*$  و  $c_2^*$  یکسان است.

## ۶ میزان افزایش (کاهش) قابلیت اعتماد

ویزر و لوری [۱۹] اندازه میزان افزایش قابلیت اعتماد  $^{۲۵}$  (RAW) را مطرح کردند. این اندازه، بیشترین مقدار افزایش در قابلیت اعتماد یک سیستم را بر حسب یک جزء خاص تعیین می‌کند. از این اندازه بیشتر در طرح‌ها و نیروگاه‌های هسته‌ای استفاده می‌شود.

را به صورت ذیل تعریف کرد

$$I_B(i; \mathbf{p}) = \frac{h(1, \mathbf{p}^{(i)}) - h(\mathbf{p})}{1 - p_i}.$$

در این حالت، اندازه بهبود پتانسیل را می‌توان به صورت ذیل بازنویسی نمود

$$I_{IP}(i; \mathbf{p}) = I_B(i; \mathbf{p})(1 - p_i). \quad (۸)$$

## ۲.۵ اندازه اهمیت افزونگی

بولند  $^{۲۴}$  و همکاران [۷، ۸، ۹]، زیه و شن [۲۱، ۲۲]، اندازه اهمیت افزونگی متوالی و موازی را با استفاده از مفهوم اندازه بهبود واقع گرایانه پتانسیل تعریف نموده و کاربردهای آن را مورد بررسی قرار دادند.

فرض کنید  $(N, \varphi)$  یک سیستم منسجم است که در آن  $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_n)$  بردار قابلیت اعتماد همه اجزاء است و برای هر جزء  $c_i$  یک جزء یدکی (اضافی)  $c_i^*$  با قابلیت اعتماد  $p_i^*$  وجود دارد. فرض کنید  $N^* = \{1^*, 2^*, \dots, n^*\}$  مجموعه اجزای یدکی،  $c_i^*$  با قابلیت اعتماد  $\mathbf{p}^* = (p_1^*, p_2^*, \dots, p_n^*)$  باشند.

با افزودن جزء یدکی  $c_i^*$  با قابلیت اعتماد  $p_i^*$  به جزء  $c_i$  به صورت موازی قابلیت اعتماد جایگاه  $i$ ام به میزان  $p' = p_i + q_i p_i^*$  افزایش می‌یابد. بر این اساس طبق اندازه بهبود واقع گرایانه پتانسیل، اندازه اهمیت قابلیت اعتماد افزونگی موازی جزء  $c_i$ ،  $I_{PR}(i; \mathbf{p})$  از رابطه ذیل حاصل می‌شود

$$I_{PR}(i; \mathbf{p}) = p_i^* q_i I_B(i; \mathbf{p}). \quad (۹)$$

این اندازه نشان‌دهنده میزان افزایش قابلیت اعتماد سیستم به واسطه افزودن یک جزء یدکی با قابلیت اعتماد  $p_i^*$  به صورت یک جزء افزوده موازی با جزء  $c_i$  است.

با افزودن جزء  $c_i^*$  با قابلیت اعتماد  $p_i^*$  به جزء  $c_i$  به صورت متوالی قابلیت اعتماد جایگاه  $i$ ام،  $h_i(\mathbf{p})$  به میزان  $p' = p_i p_i^*$  کاهش می‌یابد. بر این اساس طبق اندازه بهبود واقع گرایانه پتانسیل، اندازه اهمیت قابلیت اعتماد افزونگی متوالی جزء  $c_i$ ،  $I_{SR}(i; \mathbf{p})$  از رابطه

<sup>۲۴</sup>Boland

<sup>۲۵</sup>Reliability achievement worth

**تعریف ۱.۶.** اندازه میزان افزایش قابلیت اعتماد جزء  $c_i$ ، باشد و همچنین، نشان دهنده اهمیت نگهداری پیش گیرانه جزء  $c_i$  در یک سطح متداول از قابلیت اعتماد سیستم است. از رابطه (۱۵) و مثال ۳.۲ نتیجه ذیل حاصل می شود.

$$I_{RAW}(i; \mathbf{p}) = \frac{h(1_i, \mathbf{p}^{(i)})}{h(\mathbf{p})}, \quad (11)$$

است. به سادگی رابطه فوق را می توان برحسب اندازه اهمیت بیرنهام به صورت ذیل تعریف کرد

$$I_{RAW}(i; \mathbf{p}) = 1 + \frac{q_i}{h(\mathbf{p})} I_B(i; \mathbf{p}). \quad (12)$$

رابطه (۱۱) را می توان برحسب اندازه بهبود پتانسیل نیز به صورت ذیل تعریف کرد

$$I_{RAW}(i; \mathbf{p}) = 1 + \frac{I_{IP}(i; \mathbf{p})}{h(\mathbf{p})}. \quad (13)$$

اندازه  $RAW$  نشان دهنده نسبت قابلیت اعتماد سیستم در حالت جایگذاری جزء  $c_i$  با یک جزء کاملاً قابل اعتماد،  $p_i = 1$ ، به قابلیت اعتماد واقعی سیستم است. این اندازه نشان دهنده ارزش جزء  $c_i$  در افزایش سطح کلی قابلیت اعتماد سیستم است. از مثال ۲.۲ و رابطه (۱۲)، نتیجه ذیل حاصل می شود.

**نتیجه ۲.۶.** در یک سیستم متوالی با  $n$  جزء مستقل و با فرض آن که  $p_1 < p_2 < \dots < p_n$  آنگاه اندازه  $RAW$  اجزای سیستم به صورت ذیل مرتب می شود

$$I_{RAW}(1; \mathbf{p}) > \dots > I_{RAW}(n; \mathbf{p}).$$

بنابر نتیجه فوق،  $I_{RAW}$  و  $I_B$  در یک سیستم با ساختار متوالی به طور معادل اجزاء را رتبه بندی می کنند.

لیوتین و همکاران [۱۷] اندازه میزان کاهش قابلیت اعتماد<sup>۲۶</sup> را مطرح کردند. این اندازه زیان پتانسیل وارد شده به یک سیستم را توسط یک جزء خاص ارزیابی می کند.

**تعریف ۳.۶.** اندازه اهمیت میزان کاهش قابلیت اعتماد ( $RRW$ ) جزء  $c_i$  به صورت ذیل تعریف می شود

$$I_{RRW}(i; \mathbf{p}) = \frac{h(\mathbf{p})}{h(0_i, \mathbf{p}^{(i)})}. \quad (14)$$

می توان رابطه فوق را برحسب اندازه بیرنهام به صورت ذیل تعریف کرد

$$I_{RRW}(i; \mathbf{p}) = \frac{1}{1 - \frac{P_i}{h(\mathbf{p})} I_B(i; \mathbf{p})}. \quad (15)$$

اندازه  $RRW$ ، نشان دهنده نسبت قابلیت اعتماد سیستم به قابلیت اعتماد سیستم در حالتی است که جزء  $c_i$  در سیستم غیرفعال

**نتیجه ۴.۶.** در یک سیستم با ساختار موازی و با  $n$  جزء مستقل، اگر اجزاء به گونه ای شماره گذاری شوند که  $p_1 < p_2 < \dots < p_n$  آنگاه داریم،

$$I_{RRW}(1; \mathbf{p}) < \dots < I_{RRW}(n; \mathbf{p}).$$

بنابراین،  $I_B$  و  $I_{RRW}$  در یک سیستم با ساختار موازی به طور معادل اجزاء را رتبه بندی می کنند.

## ۷ اندازه اهمیت قابلیت اعتماد توأم

هانگ و لی [۱۳] اندازه اهمیت قابلیت اعتماد توأم دو جزء  $c_i$  و  $c_j$ ،  $I_{JRII}(i, j; \mathbf{p})$ ، را به صورت زیر تعریف کردند

$$I_{JRII}(i, j; \mathbf{p}^{(ij)}) = \frac{\partial^2 h(\mathbf{p})}{\partial p_i \partial p_j}. \quad (16)$$

برحسب اندازه فوق، از لحاظ تعمیر و نگهداری و یا حتی انتخاب اجزاء با هزینه و کیفیت بالاتر، دو جزئی بیشتر مورد توجه قرار می گیرند که  $JRI$  بزرگتری داشته باشند.

هانگ و لی [۱۳] در قضیه ۱.۷ رابطه بین  $I_B$  و  $I_{JRII}$  را در یک سیستم منسجم به دست آوردند.

فرض کنید نماد  $I_B(j; 1_i, \mathbf{p}^{(i)})$  نشان دهنده اندازه اهمیت بیرنهام جزء  $c_j$  به شرط فعال بودن جزء  $c_i$  در سیستم و نماد  $I_B(j; 0_i, \mathbf{p}^{(i)})$  نشان دهنده اندازه اهمیت بیرنهام جزء  $c_j$  به شرط غیرفعال بودن جزء  $c_i$  در سیستم است.

**قضیه ۱.۷.** در سیستم منسجم  $(N, \varphi)$  با اجزای مستقل  $c_n, \dots, c_1$

داریم  
(الف)

$$I_{JRII}(i, j; \mathbf{p}) = I_B(j; 1_i, \mathbf{p}^{(i)}) - I_B(j; 0_i, \mathbf{p}^{(i)}).$$

(ب)

$$I_{JRII}(i, j; \mathbf{p}) = I_B(i; 1_j, \mathbf{p}^{(j)}) - I_B(i; 0_j, \mathbf{p}^{(j)}).$$

<sup>۲۶</sup>Reliability reduction worth

گاو و همکاران [۱۰] اندازه اهمیت توأم را برای  $k$  جزء در سیستم به صورت زیر توسعه دادند

$$I_{JR^k}(c_1, \dots, c_k) = \frac{\partial^k h(\mathbf{p})}{\prod_{i=1}^k \partial p_i}. \quad (17)$$

**مثال ۵.۷.** یک سیستم موازی-متوالی با اجزای  $i.i.d$  و قابلیت اعتماد یکسان  $p$  را در نظر بگیرید. فرض کنید سیستم دارای  $k$  زیر سیستم (مدول) متوالی با  $n_k$  جزء در  $k$  امین زیر سیستم،  $k = 1, \dots, m$  باشد. بنابراین، قابلیت اعتماد سیستم برابر است با  $h(\mathbf{p}) = 1 - \prod_{k=1}^m (1 - p^{n_k})$ . دو جزء  $c_i$  و  $c_j$  در زیر سیستم  $k$ ، به صورت ذیل محاسبه می شود.

$$I_{JR^{II}}(i, j; p) = p^{n_k-2} \prod_{r \neq k} (1 - p^{n_r}) \geq 0.$$

جزء  $c_i$  در زیر سیستم  $k$  و جزء  $c_j$  در زیر سیستم  $k'$  به صورت ذیل محاسبه می شود.

$$I_{JR^{II}}(i, j; p) = -p^{n_k-n_{k'}-2} \prod_{r \neq k, k'} (1 - p^{n_r}) \leq 0.$$

## ۸ اندازه اهمیت بارلو-پروشان

سیستمی با  $n$  جزء  $c_1, \dots, c_n$  و توزیع طول عمر  $F_1, \dots, F_n$  را در نظر بگیرید. فرض کنید که تنها عدم کارکرد یک جزء، مانند جزء  $c_i$ ، سبب غیرفعال شدن سیستم شود. به این معنا که فقط یک جزء بحرانی در بازه زمانی  $(0, \infty)$  برای سیستم وجود داشته باشد.

**تعریف ۱.۸.** اندازه اهمیت بارلو-پروشان،  $I_{BP}(i; \bar{\mathbf{F}}^{(i)})$ ، احتمال آن است جزء  $c_i$  برای سیستم در یک زمان نامتناهی بحرانی باشد.

به عبارت دیگر

$$I_{BP}(i; \bar{\mathbf{F}}) = \int_0^\infty [h(1_i, \bar{\mathbf{F}}^{(i)}(t)) - h(0_i, \bar{\mathbf{F}}^{(i)}(t))] dF_i(t), \quad (18)$$

با توجه به تعریف اندازه اهمیت طول عمر بیرنهام داریم

$$I_{BP}(i; \bar{\mathbf{F}}) = \int_0^\infty I_B(i; \bar{\mathbf{F}}(t)) dF_i(t).$$

به عبارت دیگر اندازه  $I_{BP}(i; \bar{\mathbf{F}})$  یک متوسط وزنی از اندازه اهمیت  $I_B(i; \bar{\mathbf{F}}(t))$  در یک دوره زمانی نامتناهی است. بر مبنای این اندازه، جزئی بیشترین اهمیت را دارد که با احتمال بیشتری،

در اصل  $JRI$  دو جزء نشان دهنده میزان تغییر اهمیت قابلیت اعتماد یک جزء در حضور یا عدم حضور جزء دیگر است که براساس آن، نتیجه ذیل حاصل می شود.

**نتیجه ۲.۷.** برای هر دو جزء  $c_i$  و  $c_j$

$$-1 \leq I_{JR^{II}}(i, j; \mathbf{p}) \leq 1.$$

## ۱.۷ علامت $JRI$ برای دو جزء

علامت  $I_{JR^{II}}$  نشان دهنده رابطه بین دو جزء در سیستم است. لذا، تعیین علامت  $I_{JR^{II}}$  نقش مهمی در تجزیه و تحلیل قابلیت اعتماد سیستم و مباحث مربوط به تعمیر و نگهداری پیش گیرانه ایفا می کند.

قضیه ذیل در حالتی که متغیرها مستقل یا وابسته باشند، برقرار است.

### قضیه ۳.۷

الف) اگر هیچ مسیر مینیمالی شامل هر دو جزء  $c_i$  و  $c_j$  وجود نداشته باشد آنگاه

$$I_{JR^{II}}(i, j; \mathbf{p}) \leq 0.$$

ب) اگر هیچ قطع کننده مینیمالی شامل هر دو جزء  $c_i$  و  $c_j$  وجود نداشته باشد آنگاه

$$I_{JR^{II}}(i, j; \mathbf{p}) \geq 0.$$

بنابراین قضیه فوق، در حالتی که دو جزء به صورت متوالی به یکدیگر متصل هستند علامت  $I_{JR^{II}}$  مثبت است و در حالتی که دو جزء به صورت موازی متصل هستند علامت  $I_{JR^{II}}$  منفی است.

**تذکر ۴.۷.** دو جزء، مکمل (جانشین) قابلیت اعتماد یکدیگر هستند اگر با فعال بودن یکی از این دو جزء، اهمیت جزء دیگر افزایش (کاهش) یابد

(هاگسترام<sup>۲۷</sup> [۱۲]). بنابراین، دو جزء، مکمل (جانشین) قابلیت اعتماد یکدیگر هستند اگر علامت  $JRI$  آن ها غیر منفی (غیر مثبت) باشد.

<sup>۲۷</sup>Hagstrom

<sup>۲۸</sup>Neweihi

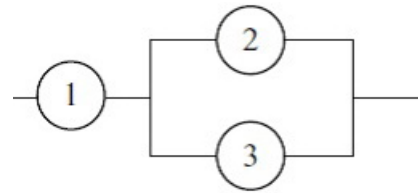
در بازه زمانی  $(0, \infty)$ ، برای سیستم بحرانی باشد. بولند و نیوهی<sup>۲۸</sup> **قضیه ۳.۸**

ثابت کردند که اگر  $T_\varphi$  طول عمر سیستم و  $T_i$  طول عمر جزء  $i$  باشد، اندازه اهمیت  $BP$  دقیقاً برابر با احتمال آن است که طول عمر سیستم برابر با طول عمر جزء  $c_i$  باشد، به عبارتی

$$I_{BP}(i; \bar{\mathbf{F}}) = P(T_\varphi = T_i).$$

(ب) اگر جزء  $c_i$  در حالت موازی با سایر اجزای سیستم باشد و

**مثال ۲.۸** سیستمی شامل سه جزء مستقل  $c_2$ ،  $c_1$  و  $c_3$  مانند ساختار شکل (۲) در نظر بگیرید.



شکل ۲: ساختار متوالی-موازی

توجه کنید که طرف راست نابرابری اول وقتی که جزء  $c_j$  در حالت متوالی با سایر اجزای سیستم باشد، صفر است. طرف راست نابرابری دوم وقتی صفر می‌شود که جزء  $c_j$  در حالت موازی با سایر اجزای سیستم باشد.

از قضیه فوق، نتیجه ذیل حاصل می‌شود.

**نتیجه ۴.۸** در یک سیستم متوالی (موازی)، اگر برای  $t \geq 0$ ،  $I_{BP}(i; \bar{\mathbf{F}}) \geq I_{BP}(j; \bar{\mathbf{F}})$ ،  $\bar{F}_i(t) \geq \bar{F}_j(t)$ ،  $F_i(t) \geq F_j(t)$ ،  $\bar{F}_i(t) \geq \bar{F}_j(t)$ ،  $F_i(t) \geq F_j(t)$

بر طبق این نتیجه، در یک سیستم متوالی (موازی) جزئی بیشترین اندازه اهمیت  $BP$  را دارد که کمترین (بیشترین) قابلیت اعتماد را داشته باشد.

## ۱.۸ اندازه اهمیت ساختار BP

اندازه اهمیت ساختار  $BP$  حالت خاصی از اندازه اهمیت طول عمر  $BP$  است که در آن توزیع طول عمر برای همه اجزاء یکسان در نظر گرفته می‌شود. یعنی  $F_1 = F_2 = \dots = F_n$  که با تغییر متغیر  $p = \bar{F}_i(t)$  رابطه ذیل حاصل می‌شود.

$$I_{BP}(i; \varphi) = \int_0^1 [h(1_i, p) - h(0_i, p)] dp \quad (20)$$

$$= \int_0^1 I_B(i; p) dp,$$

که در آن بردار  $(1_i, p)$  نشان دهنده آن است که در  $i$ امین مکان جزء  $c_i$  فعال است و در مکان‌های دیگر اجزاء با احتمال  $p$  فعال هستند. به همین ترتیب بردار  $(0_i, p)$  را می‌توان تعریف کرد. طبق تعریف فوق، اندازه اهمیت ساختار  $BP$  متوسط اندازه اهمیت  $B - i.i.d$  در حدود  $p \in [0, 1]$  است.

با فرض آن که  $\bar{F}_i(t) = \exp[-\lambda_i t]$ ،  $i = 1, 2, 3$ ، اندازه اهمیت  $BP$  هر جزء به صورت ذیل محاسبه می‌شود.

قابلیت اعتماد سیستم، با تغییر متغیر  $p = e^{-t}$  برابر

$$h(p^{\lambda_1}, p^{\lambda_2}, p^{\lambda_3}) = p^{\lambda_1} [1 - (1 - p^{\lambda_2})(1 - p^{\lambda_3})],$$

است،  $c_1$  در حالت متوالی با  $\{c_2, c_3\}$  است.

لذا  $h(0, p^{\lambda_2}, p^{\lambda_3}) = 0$  بنابراین

$$I_{BP}(c_1) = \int_0^1 [1 - (1 - p^{\lambda_2})(1 - p^{\lambda_3})] \lambda_1 p^{\lambda_1 - 1} dp$$

$$= \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} + \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_3} - \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3}. \quad (19)$$

به طور مشابه، اندازه اهمیت  $BP$  برای سایر اجزاء محاسبه می‌شود

$$I_{BP}(c_2) = \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3},$$

$$I_{BP}(c_3) = \frac{\lambda_3}{\lambda_1 + \lambda_3} - \frac{\lambda_3}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3}.$$

بارلو و پروشان [۴] تحت قضیه‌ای معیار ساده‌ای جهت مقایسه

اندازه اهمیت  $BP$  دو جزء  $c_i$  و  $c_j$  در یک سیستم ارائه کردند که براساس این قضیه می‌توان با استفاده از تابع بقا یا تابع توزیع دو جزء  $c_i$  و  $c_j$  اندازه اهمیت  $BP$  آن‌ها را در یک سیستم مورد مقایسه قرار داد. نتویج و گسمیر [۱۸] این قضیه را تعمیم دادند و کران پایینی برای تفاضل  $I_{BP}(i; \bar{\mathbf{F}})$  از  $I_{BP}(j; \bar{\mathbf{F}})$  به دست آوردند. در ادامه به این قضیه می‌پردازیم.

تذکر ۵.۸. در صورتی که اجزای سیستم  $i.i.d$  باشند،  $B - i.i.d$  اندازه اهمیت بیرنهام را با  $I_B(i; p)$  برحسب اسکالر  $p$  نشان می‌دهیم. به اندازه اهمیت قابلیت اعتماد بیرنهام اشاره دارد. در این صورت

## مراجع

- [۱] اسدی، مجید. آشنایی با نظریه قابلیت اعتماد. (۱۳۹۲). چاپ اول، مرکز نشر دانشگاهی.
- [۲] باغبان سیچانی، مرضیه. بحثی درباره اهمیت قابلیت اعتماد اجزای سیستم. (۱۳۹۳). رساله کارشناسی ارشد، دانشگاه اصفهان.
- [3] Armstrong, M. J. (1995). Joint reliability-importance of components. *IEEE Transactions on Reliability*, **44**, 408–412.
- [4] Barlow, R. E. and Proschan, F. (1975a). Importance of system components and fault tree events. *Statistic Processes and Their Applications*, **3**, 153–172.
- [5] Birnbaum, Z. W. (1969). On the importance of different components in a multicomponent system. In: Krishnaiah, P. R., ed. *Multivariate Analysis II*. New York: Academic Press, pp. 581–592.
- [6] Boland, P. J. and Proschan, F. (1983). The reliability of k out of n systems. *Annals of Probability*, **11**, 760–764.
- [7] Boland, P. J., El-Newehi, E. and Proschan, F. (1988). Active redundancy allocation in coherent systems. *Probability in the Engineering and Informational Sciences*, **2**, 343–353.
- [8] Boland, P. J., El-Newehi, E. and Proschan, F. (1991). Redundancy importance and allocation of spares in coherent systems. *Journal of Statistical Planning and Inference*, **29**, 55–65.
- [9] Boland, P. J., El-Newehi, E. and Proschan, F. (1992). Stochastic order for redundancy allocations in series and parallel systems. *Advances in Applied Probability*, **24**, 161–171.
- [10] Gao, X., Cui, L. and Li, J. (2007). Analysis for joint importance of components in a coherent system. *European Journal of Operational Research*, **182**, 282–299.
- [11] Griffith, W. S. and Govindarajulu, Z. (1985). Consecutive k-out-of-n failure systems: reliability, availability, component importance, and multistate extensions. *American Journal of Mathematical and Management Sciences*, **5**, 125–160.
- [12] Hagstrom, J. N. (1990). Redundancy, substitutes and complements in system reliability. Technical report, College of Business Administration, University of Illinois, Chicago.
- [13] Hong, J. S. and Lie, C. H. (1993). Joint reliability-importance of two edges in an undirected network. *IEEE Transactions on Reliability*, **42**, 17–33.

- [14] Kuo, W. and Zhu, X. (2012). Some recent advances on importance measures in reliability. *IEEE Transactions on Reliability*, **61**, 344–360.
- [15] Kuo, W. and Zuo, M. J. (2003). *Optimal Reliability Modeling: Principles and Applications*. Wiley, New York.
- [16] Lambert, H. E. (1975). Measure of importance of events and cut sets in fault trees. In *Reliability and Fault Tree Analysis*, (eds. Barlow RE, Fussell JB, and Singpurwalla ND). Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, pp. 77–100.
- [17] Levitin, G., Podofillini, L. and Zio, E. (2003). Generalised importance measures for multi-state elements based on performance level restrictions. *Reliability Engineering and System Safety*, **82**, 287–298.
- [18] Natvig, B. and G°asemyr, J. (2009). New results on the Barlow-Proschan and Natvig measures of component importance in nonrepairable and repairable systems. *Methodology and Computing in Applied Probability*, **11**, 603–620.
- [19] Vasseur, D. and Llory, M. (1999). International survey on PSA figures of merit. *Reliability Engineering and System Safety*, **66**, 261–274. Xie, M. and Lai, C. D. (1996). Exploiting symmetry in the reliability analysis of coherent systems. *Naval Research Logistics*, **43**, 1025–1034.
- [20] Xie, M. (1988). A note on the Natvig measure. *Scandinavian Journal of Statistics*, **15**, 211–214.
- [21] Xie, M. and Shen, K. (1989). On ranking of system components with respect to different improvement actions. *Microelectronics and Reliability*, **29**, 159–164.
- [22] Xie, M. and Shen, K. (1990). On the increase of system reliability due to some improvement at component level. *Reliability Engineering and System Safety*, **28**, 111–120.