

مدل سازی

محمد حسین پور سعید^۱

چکیده

در بسیاری از موارد تعیین مدل ریاضی مناسب برای حل یک مسئله، از اهمیتی بالا برخوردار است. در این نوشتار ابتدا با طرح یک مسئله شمارشی در حالتهای مختلف، روش‌های حل آن مطرح خواهند شد و سپس در حالتی خاص که روش‌های قبلی کارایی ندارند، با معرفی یک مدل ریاضی مناسب، روشی برای حل آن معرفی می‌شود.

واژه‌های کلیدی: اصل ضرب، قواعد شمارش، فرمول ترکیب در قواعد شمارش.

عمل قرار دادن ۱- امین مهره روی صفحه شترنج:

مقدمه

یکی از اساسی‌ترین روش‌های دستیابی به مطالب جدید علمی، افزایش سطح توانایی در مدل سازی پدیده‌های مورد مطالعه است. منظور از مدل سازی، بیان یک مسئله به زبان ریاضی است ([۱]). لذا ابتدا با استفاده از قواعد متعارف شمارش، نسبت به حل یک مسئله اقدام می‌شود و چون به کارگیری این فرمولها منوط به استقلال اعمال فرعی تشکیل دهنده یک عمل است، با طرح مسئله ای تحت شرایطی متفاوت، ضرورت معرفی یک مدل ریاضی را مطرح کرده و سپس برای حل آن الگویی ارائه می‌شود.

مسئله ۱

الف) فرض کنید می خواهیم تعداد حالتهای قرار دادن ۸ مهره

متمايز شترنج را روی صفحه شترنج تعیین کنیم. انجام این عمل منوط به انجام ۸ عمل مستقل است که می توان عمل L و این اعمال فرعی هشتگانه را به صورت زیر تعریف کرد:

عمل قرار دادن ۸ مهره متمايز روی صفحه شترنج: L

که در هر ردیف و هر ستون فقط یک مهره قرار گیرد، تعداد کل

حالتهای ممکن برابر است با: $1625702400 = 16 \times 8!$

اکنون در سه حالت بعدی مهره‌ها را یکسان در نظر می‌گیریم:

ت) با توجه به فرمول ترکیب، تعداد حالتهایی که می توان ۸

مهره یکسان را روی صفحه شترنج قرار داد، برابر است با:

$$\binom{64}{8} = 4426165368$$

^۱ گروه ریاضی، دانشگاه لرستان

*						
	*					
		*				
			*			
				*		
*						
	*					
		*				
			*			

در این صورت نمی توان هیچیک از خانه های ردیف هشتم را برای استقرار هشتمین مهره انتخاب کرد. بنابراین طبق روش آزمون و خطاب، باید موقعیت مهره هفتم را در ردیف هفتم تغییر داده و سپس برای استقرار هشتمین مهره، خانه های ردیف هشتم را بررسی کرد و در صورت بروز مشکل، موقعیت مهره های قبلی رانیز به ترتیب تغییر داد.

مانظور که ملاحظه می شود به کارگیری روش بالا، شبه مسئله قبل خیلی وقت گیر است. حال فرض کنید، شکل وقت گیر بودن را بتوان با به کار گیری رایانه رفع کرد، در این صورت ابزاری لازم است تا بتوان مفهوم «تهدید نشدن مهره های وزیر توسط یکدیگر» را در قالب یک برنامه به رایانه انتقال داد. به بیان دیگر، یک مدل ریاضی مناسب، برای انتقال این مفهوم لازم داریم. با توجه به روند تعیین موقعیت مهره ها که به آن اشاره شد و با توجه به آرایش ماتریسی، برای تعیین الگوی مناسب می توان به صورت زیر عمل کرد.

اگر زوج مرتب (j,i) بیانگر موقعیت سطري و ستوني يكى از مهره های واقع بر روی صفحه شطرنج باشد، باید:

الف) سایر مهره ها در سطر j -ام نباشند، یعنی از زوج مرتبهاي زير برای تعیين موقعیت مهره های دیگر استفاده نشود.

$$(i,1), (i,2), \dots, (i,8)$$

ب) سایر مهره ها در سطر i -ام نباشند، یعنی از زوج مرتبهاي زير برای تعیين موقعیت مهره های دیگر استفاده نشود.

ث) حال اگر ۸ مهره یکسان را به نحوی روی صفحه قرار دهیم که در هر ردیف فقط یک مهره قرار گیرد، تعداد کل حالتها برابر است با: $8^8 = 16777216$.

ج) اگر ۸ مهره یکسان به گونه ای روی صفحه قرار گیرند که در هر ردیف و هر ستون فقط یک مهره قرار داشته باشد، تعداد کل حالتها ممکن برابر است با: $8! = 40320$.

اگر در هر یک از موارد بالا، برای تعیین تعداد حالتها ممکن از فرمولهای قواعد شمارش استفاده نشود و با قرار دادن مهره ها بر روی صفحه شطرنج، تعداد حالتها مساعد تعیین شود، قطعاً خیلی زمانبر خواهد بود. به عنوان مثال اگر برای تعیین هر یک از حالتها مساعد یک ثابه وقت لازم باشد، در این صورت مدت زمان لازم برای تعیین کل حالتها ممکن در هر یک از موارد بالا تقریباً به صورت زیر است:

الف) ۵۶۵۹۰۲۴ سال (ب) ۲۱۴۵۰ سال (پ) ۵۱/۵ سال

ت) ۱۴۰ سال (ث) ۱۹۴ روز (ج) ۱۱ ساعت

اکنون به طرح مسئله ای می پردازیم که به سهولت نمی توان در آن از قواعد شمارش استفاده کرد.

مسئله ۲

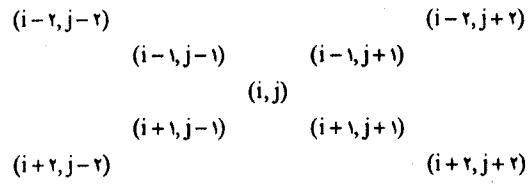
فرض کنیم می خواهیم تعداد حالتای را تعیین کنیم که بتوان ۸ مهره وزیر (یکسان) را روی صفحه شطرنج طوری قرار داد که این مهره ها با توجه به نقش وزیر در شطرنج، یکدیگر را تهدید نکنند. بدیهی است که باید در هر ردیف و هر ستون صفحه شطرنج، فقط یک مهره قرار گیرد و همچنین مهره ها در قطعه بکدیگر نباشند. در این حالت نمی توان از فرمولهایی که در مسئله قبل به کار رفته استفاده کرد، زیرا تعیین موقعیت هر مهره بستگی به موقعیت سایر مهره های قبلی دارد و به بیانی معادل، این اعمال مستقل از یکدیگر نیستند. از طرفی اگر بخواهیم از طریق قرار دادن مهره ها بر روی صفحه شطرنج، تعداد حالتها مساعد را تعیین کنیم، خیلی وقت گیر خواهد بود. به عنوان مثال اگر در تعیین اولین حالت مساعد، موقعیت هفت مهره اول به صورت زیر باشد،

کارگیری حلقه های تکراری تودر تو اعمال کنیم، همه ۹۲ حالت مساعد مشخص خواهد شد. یکی از این حالتها به صورت زیر است:[۲]

*								
						*		
			*					
						*		
		*						
				*				
					*			
						*		
	*							

$(1, j), \dots, (i-1, j), (i, j), (i+1, j), \dots, (8, j)$

پ) سایر مهره ها در قطر مربوط به مهره واقع در موقعیت (j, j) نباشند، یعنی نباید از موقعیتهای زیر برای استقرار مهره های دیگر استفاده شود.



نظر به اینکه هدف از ارائه این مطالب فقط در حد معرفی یک مدل ریاضی مناسب است، لزومی در معرفی برنامه رایانه ای مربوطه نخواهد بود. با این حال اگر سه بند الف، ب و پ را در مورد موقعیت کل مهره ها و در قالب یک برنامه رایانه ای مناسب با به

مراجع

[۱] بخشعلی زاده، شهرناز، پاشا، عین الله و رستگار، آرش، آمار و مدل سازی سال دوم آموزش متوسطه، چاپ اول، ۱۳۷۹، صفحه ۸.

[۲] Wirth, Niklaus, Algorithms + Data Structure = Programs, By Prentice-Hall, Inc. 1979, Englewood Cliffs, New Jersey, P. 144.