

توزیع وایبل گسسته

رضا پاکبازی*

چکیده

توزیع معروف وایبل در رده توزیعهای پیوسته جای دارد و توزیع وایبل گسسته ناشناخته و کمتر مورد توجه قرار گرفته است. بعضی از خواص توزیع وایبل پیوسته در بخش ۲ ذکر شده است. دو نوع توزیع وایبل گسسته را به ترتیب در بخشهای ۳ و ۴ معرفی کرده، به مطالعه خواص آنها خواهیم پرداخت و خواهیم دید که چه ارتباطی بین توزیع وایبل گسسته و صورت پیوسته آن وجود دارد.

۱ پیشگفتار

توزیعهای نمایی، گاما، وایبل و لاگ نرمال، توزیعهای پیوسته مهمی در مبحث قابلیت اعتماد هستند. گاهی اوقات، طول عمر یک وسیله یا یک ماده توسط یک متغیر تصادفی گسسته توصیف می شود. به عنوان مثال، تعداد روزهایی که طول می کشد تا یک دستگاه سالم از کار باز ایستد. یا تعداد دورهایی که یک لاستیک نواتومبیل تا زمان فرسوده شدن می زند. یا تعداد دفعاتی که یک سوئیچ الکتریکی از وضعیت خاموش به وضعیت روشن تغییر می کند و برعکس، تا زمانی که از کار افتد. داده های خرابی مثالهای فوق از نوع گسسته هستند. توزیعهای گسسته متناظر با توزیعهای پیوسته نمایی و گاما به ترتیب عبارتاند از توزیع هندسی و توزیع دو جمله ای منفی و سئوالی که

*- رضا پاکبازی، گروه ریاضی، دانشگاه سیستان و بلوچستان

می تواند مطرح باشد، این است که چه توزیع گسسته ای متناظر با توزیع وایبل است؟ ناکاگاوا و اساکی [۲] اول بار در پاسخ به سئوال فوق، توزیع گسسته ای را ارائه کردند که ما آن را توزیع وایبل گسسته نوع I می نامیم و در بخش ۳ آنرا مرور خواهیم کرد. ۹ سال پس از آن، استین و داترو [۴] توزیع گسسته دیگری را معرفی کردند که ما آنرا توزیع وایبل گسسته نوع II نامیده ایم و در بخش ۴ به مطالعه آن خواهیم پرداخت.

۲ چند ویژگی توزیع وایبل پیوسته

واضح است که هر توزیع گسسته ای را نمی توان صورت گسسته توزیع وایبل پیوسته در نظر گرفت، بلکه باید دو توزیع در بعضی از خواص مهم خود با هم مشترک باشند.

۱.۲ تعریف

فرض کنید $F(x)$ تابع توزیع متغیر تصادفی X باشد. تابع بقاء $S(x)$ ، به صورت زیر تعریف می شود.

$$S(x) = 1 - F(x) \quad (1)$$

از تعریف فوق معلوم می شود که $S(x) = P[X > x]$. تابع بقاء را گاهی تابع قابلیت اعتماد نیز می نامند و در این صورت آنرا با $R(x)$

پیوسته قرار دهیم $c = \alpha\beta$ رابطه (۸) حاصل خواهد شد. همچنین اگر در (۸) قرار دهیم $\beta = 1$ ، نرخ خرابی توزیع هندسی به دست می‌آید که صورت گسسته توزیع نمایی است. به علاوه از (۸) به راحتی معلوم می‌شود که نرخ خرابی به ازای $\beta > 1$ صعودی و به ازای $\beta < 1$ نزولی می‌باشد.

در خاتمه اضافه می‌کنیم که برآورد پارامترهای توزیع وایبل گسسته نوع I و نوع II به روشهای متعارف برآورد، قدری مشکل و پیچیده می‌باشد، اما علی‌خان، خالق و ابوعمو [۱] روشی ساده برای برآورد پارامترهای توزیع وایبل گسسته نوع I ارائه کرده‌اند.

تابع چگالی احتمال و تابع بقای این توزیع توسط روابط زیر داده می‌شوند.

$$f(i) = c_i^{\beta-1} \prod_{j=1}^{i-1} (1 - c_j^{\beta-1}); \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (10)$$

$$S(i) = \prod_{j=1}^{i-1} (1 - r_j); \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (11)$$

توجهی که استین و داترو برای توزیع وایبل گسسته خود آورده‌اند این است که اگر در رابطه (۳) یعنی فرمول نرخ خرابی برای توزیع وایبل

مراجع

- [1] Ali Khan, M.S. and Khalique, A. and Abouammoh, A. M. (1986), On estimating parameters in a discrete Weibull distribution. IEEE Trans. Reliability, 38, 348-350.
- [2] Nakagawa, T. and Osaki, S (1975), The discrete Weibull distribution. IEEE Trans. Reliability, 24, 300-301.
- [3] Pakyari, R. (1993). Weibull distribution: A Survey. M. Sc. thesis, Shiraz Univ. (in persian)
- [4] Stein, W. E. and Dattero, R. (1984), A new discrete Weibull distribution. IEEE Trans. Reliability, 33, 196-197.