

## نمونه‌گیری خوشه‌ای سازوار بر اساس آماره‌های ترتیبی

محمد صالحی<sup>۱</sup> فرخنده السادات سجادی<sup>۲</sup>

### چکیده

یکی از طرحهایی که برای نمونه‌گیری از جوامع خوشه‌ای و کمیاب به کار می‌رود، نمونه‌گیری خوشه‌ای سازوار است. در این طرح بعد از انتخاب یک نمونه اولیه، واحدهای دیگر جامعه در صورتی به نمونه اضافه می‌شوند که در شرطی صدق کنند. در بسیاری از موارد، تعیین این شرط قبل از نمونه‌گیری مشکل است. در این صورت می‌توان از اطلاعات به دست آمده طی نمونه‌گیری استفاده کرد. نمونه‌گیری خوشه‌ای سازوار بر اساس آماره‌های ترتیبی [۲]، امکان استفاده از این اطلاعات را به ما می‌دهد. در این مقاله با استفاده از شبیه‌سازی، کارایی این طرح نمونه‌گیری مورد بررسی قرار می‌گیرد. هرچه حالت خوشه‌ای جامعه‌ها افزایش پیدا کند، کارایی این روش زیاد می‌شود. همچنین تأثیر اندازه واحدهای اولیه نمونه‌گیری در میزان کارایی نیز، بررسی می‌شود. واژه‌های کلیدی: نمونه‌گیری شبکه‌ای، واحد مرزی، شبیه‌سازی، قاعده توقف، نمونه‌گیری با احتمال نابرابر.

### ۱. مقدمه

معمولاً بیشتر توجه در نظریه نمونه‌گیری و روش تحقیق، به طرحهای نمونه‌گیری است که روشهای انتخاب به مشاهداتی که در طول مطالعه به دست می‌آیند، بستگی نداشته باشد. بنابراین می‌توان نمونه کامل واحدها را قبل از عملیات میدانی مشخص کرد. اما در بسیاری از وضعیتهای نمونه‌گیری، مایلیم تصمیمهای خود را در طول مطالعه، بر اساس آنچه تاکنون مشاهده کرده ایم، اتخاذ کنیم.

نمونه‌گیری سازوار، نمونه‌گیری است که در آن انتخاب واحدهایی که در نمونه قرار می‌گیرند، بستگی به مقادیر متغیر مورد

علاقه مشاهده شده در طول مطالعه دارد. یکی از اهداف نمونه‌گیری سازوار این است که از مشخصه‌های مفید جامعه مورد مطالعه استفاده کرده تا برآوردی دقیقتر برای پارامترهای جامعه، مانند چگالی و یا فراوانی جامعه، نسبت به دیگر طرحهای متداول نمونه‌گیری به دست آورد.

### ۲. نمونه‌گیری خوشه‌ای سازوار

این روش نمونه‌گیری که در سال ۱۹۹۰ به وسیله تامسون<sup>۳</sup> [۱] مطرح شد، یکی از روشهای مفید نمونه‌گیری برای برآورد پارامتر در جامعه‌های خوشه‌ای و کمیاب است. در این روش با استفاده از بعضی روشهای نمونه‌گیری متداول مانند نمونه‌گیری تصادفی ساده

<sup>۱</sup> دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه صنعتی اصفهان

<sup>۲</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه صنعتی اصفهان

<sup>۳</sup> Thompson

مشاهده شده و به نمونه اضافه می شوند. بعضی از این واحدهای اضافه شده، ممکن است در شرط C صدق کنند (که در این صورت همسایگان این واحدها نیز به نمونه اضافه می شوند) و برخی دیگر در این شرط C صدق نمی کنند. به همین ترتیب برای واحدهایی که باز در شرط C صدق کنند، همسایگان آنها به نمونه اضافه می شوند و این کار ادامه می یابد تا اینکه خوشه ای از واحدها به دست آید. مرز این خوشه را واحدهایی تشکیل می دهند که واحد مرزی نامیده می شوند. این واحدها در شرط مورد نظر C صدق نکرده اند. یک خوشه را بدون در نظر گرفتن واحدهای مرزی آن شبکه می نامیم. واحدی که در شرط C صدق نکند ولی در نمونه اولیه انتخاب شده باشد، تشکیل یک شبکه با اندازه ۱ را می دهد. در این طرح نمونه گیری ممکن است تعدادی قابل توجه از واحدهای نمونه اولیه، در شرط از پیش مشخص شده C صدق کنند، به طوری که به دلیل محدودیتهای مالی یا زمانی قادر به اتمام طرح نمونه گیری نباشیم. برای حل این مشکل راه حل‌های مختلفی ارائه شده است. یکی از آنها که مورد توجه محققان دریایی قرار گرفته است، نمونه گیری خوشه ای سازوار بر اساس آماره های ترتیبی است که در بخش بعد معرفی می شود. شکل ۲، نمونه گیری سازوار خوشه ای برای برآورد تعداد اشیاء نقطه ای در ناحیه مورد مطالعه با ۶۴ واحد را نشان می دهد. یک نمونه تصادفی اولیه با ۴ واحد (واحدهای خاکستری) در شکل نشان داده شده است. واحدهای همسایه به نمونه اضافه می شوند، هرگاه حداقل یک شیء از جامعه در واحد انتخاب شده مشاهده شود. نمونه نهایی شامل واحدهای خاکستری و واحدهای هاشور زده شده است.

### ۳. نمونه گیری سازوار خوشه ای بر اساس آماره های ترتیبی

در نمونه گیری سازوار خوشه ای، هرگاه مقدار متغیر مورد مطالعه برای یک واحد در نمونه در شرطی معین صدق کند، واحدهای همسایه آن به نمونه اضافه می شوند. در بیشتر کاربردهای عملی نمونه گیری سازوار، شرط برای اضافه کردن همسایه ها به

(بدون جایگذاری - با جایگذاری)، نمونه گیری سیستماتیک و ... یک نمونه اولیه از واحدهای جامعه انتخاب می شود، و هرگاه متغیر مورد مطالعه واحد انتخاب شده در شرطی صدق کند، واحدهایی که در همسایگی آن واحد قرار دارند، به نمونه اضافه می شوند.

همسایگی می تواند به مفهوم عادی آن تعریف شود، تنها با این شرط که این رابطه همسایگی، یک رابطه متقارن است. بدین معنا که اگر واحد  $i$  در همسایگی واحد  $j$  باشد، آنگاه واحد  $j$  نیز در همسایگی واحد  $i$  است. این همسایگیها به مقادیر متغیر مورد مطالعه جامعه بستگی ندارند. همچنین این همسایگیها ممکن است بر اساس یک رابطه خاص که بین واحدها وجود دارد، تعریف شوند. همسایگی می تواند به صورت یک منطقه جغرافیایی نیز در نظر گرفته شود. در شکل ۱، همسایه های واحد  $A$ ، واحدهای  $B$ ،  $C$ ،  $D$  و  $E$  هستند که به ترتیب در بالا، سمت راست، پایین و سمت چپ واحد  $A$  قرار دارند.



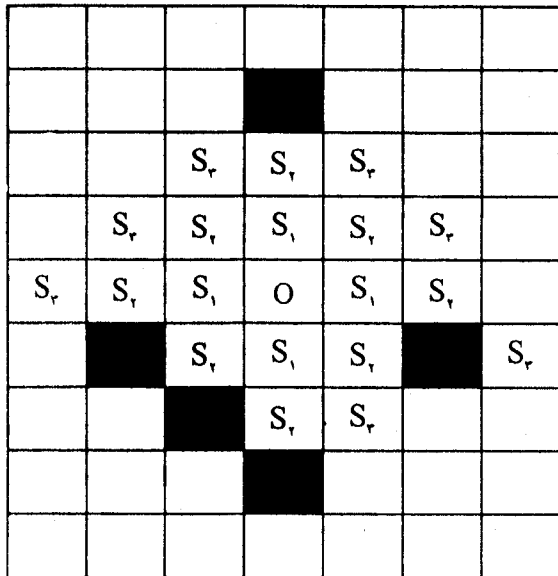
شکل ۱

شرطی که برای انتخاب نمونه های اضافی بعد از نمونه گیری اولیه وجود دارد، (اضافه کردن واحدهای همسایه واحد نمونه اولیه)، به وسیله یک فاصله یا یک مجموعه  $C$  در برد متغیر مورد مطالعه معین می شود.

فرض می کنیم از یک جامعه متناهی با اندازه  $N$ ، نمونه گیری می کنیم و اعضا را با برچسبهای  $1, 2, \dots, N$  مشخص کرده و مقادیر مورد علاقه را به صورت  $y = \{y_1, y_2, \dots, y_N\}$  نشان می دهیم، به طوری که  $y_i$  مقدار متغیر مورد مطالعه برای واحد  $i$  ام است. در این صورت می گوئیم واحد  $i$  در شرط مورد نظر که آن را با  $C$  نمایش می دهیم، صدق می کند، اگر  $y_i \in C$  باشد.

بعد از نمونه گیری اولیه، هنگامی که یک واحد انتخاب شده در شرط  $C$  صدق کرد، همه واحدهایی که در همسایگی آن هستند

استفاده کنندگان این طرح، از قبل، تعداد مراحل را که به نمونه سازوار اضافه می‌شود مشخص می‌کنند و بعد از آن نمونه‌گیری را متوقف می‌کنند. قاعده توقف  $S$  را به عنوان سطح  $S$  ام نمونه‌گیری سازوار - جدا از واحد انتخاب شده در نمونه‌گیری اولیه - تعریف می‌کنیم که بعد از این سطح، فرایند نمونه‌گیری متوقف می‌شود.



شکل ۳

شکل ۳ نمونه‌گیری خوشه‌ای سازوار با قاعده توقف  $S = 3$  است. (O نشان دهنده واحد نمونه اولیه و واحدهای سایه زده شده، نشان دهنده واحدهای مرزی اند.)

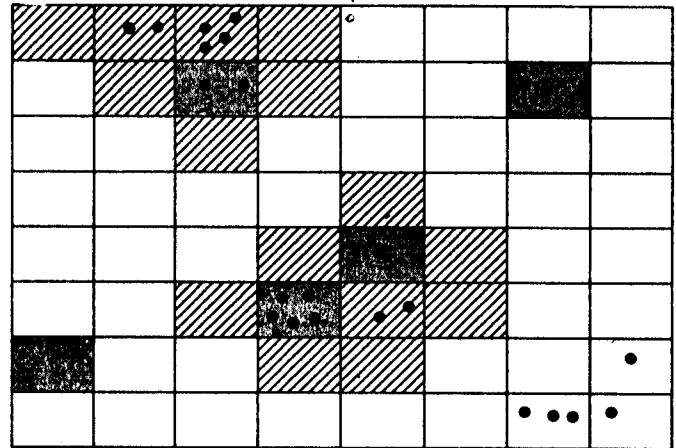
#### ۴. برآوردگرهای هنسن - هورویتس<sup>۴</sup> و هورویتس - تامسون<sup>۵</sup>

یک برآوردگر نارایب برای میانگین، برآوردگر هنسن - هورویتس است که برای نمونه‌گیری خوشه‌ای سازوار بر اساس آماره‌های ترتیبی به صورت زیر است:

$$\hat{\mu}_{HH} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n w_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{x_i}$$

<sup>۴</sup> Hansen - Hurwitz

<sup>۵</sup> Horvitz - Thompson



شکل ۲

نمونه، به صورت  $y_i > c$  است که  $c$  مقدار ثابتی است. اگر  $c$  مقدار نامناسب کوچکی انتخاب شود، ممکن است تعداد واحدهای لازم برای اضافه شدن به مجموعه نمونه خیلی زیاد باشد. به طوری که قادر به اتمام طرح نمونه‌گیری نباشیم. همچنین انتخاب مقدار نامناسب و بزرگی برای  $c$  نیز ممکن است باعث شود تا هیچ یک از واحدهای اولیه در شرط مورد نظر صدق نکند و عملاً نمونه نهایی شامل همان نمونه اولیه باشد. در این گونه موارد تامسون در سال ۱۹۹۶ طرح نمونه‌گیری سازوار خوشه‌ای بر اساس آماره‌های ترتیبی را مطرح کرد [۲]. بدین ترتیب که فرض کنید در نمونه‌گیری اولیه با اندازه  $n$ ، مقادیر  $y_1, y_2, \dots, y_n$  را برای واحدهای  $1, 2, \dots, n$  مشاهده کنیم. آنها را به صورت  $y_{(1)} \leq y_{(2)} \leq \dots \leq y_{(n-r)} \leq \dots \leq y_{(n)}$  مرتب می‌کنیم به طوری که  $y_{(i)}$  مقدار  $i$  امین آماره ترتیبی باشد. برای هر واحد  $i$  در نمونه، همسایه‌های آن، به نمونه اضافه می‌شوند، اگر  $y_i$  مربوط به آن واحد از مقدار  $(n-r)$  امین آماره ترتیبی بزرگتر باشد.

استفاده از نمونه‌گیری سازوار بر اساس آماره‌های ترتیبی، کنترل قابل توجهی روی حجم نمونه نهایی دارد. اما اگر با یک جامعه بسیار غیر طبیعی با خوشه‌های بزرگ روبه‌رو شویم، بعد از انتخاب نمونه اولیه، باز هم مجبور به انتخاب واحد‌های زیادی هستیم که ممکن است برای ما عملی نباشد. به همین دلیل بعضی از

ماهی لوتی اقیانوس آرام (POP) یکی از مهمترین گونه های تجارتي است. صيد اين گونه ماهی در سال ۱۹۶۵ به بالاترين مقدار خود (حدود ۳۵۰۰۰۰ تن) در دهه ۱۹۶۰ رسيد. صيد زياد موجب کاهش نژاد اين گونه ماهی شد. بررسيهای ماهیگیری در سرتاسر خليج، هر سه سال يك بار، از سال ۱۹۸۴، برای برآورد بيومس<sup>۸</sup> ماهیهای صخره ای انجام شده است [۳]. در سال ۱۹۹۸ يك پروژه مشترک برای يافتن برآوردهای بهتر از فراوانی ماهیهای صخره ای بين دانشگاه فربانکس آلاسکا<sup>۹</sup>، صنعت شيلات و آزمایشگاه ملی آک بی<sup>۱۰</sup>، در ناحیه کوچکی از خليج آلاسکا آغاز شد [۴]. فرضیه اساسی مسؤولان طرح اين بود که نمونه گیری سازوار در دستیابی به برآوردهای دقيق از فراوانی ماهیهای صخره ای، کاراتر از نمونه گیری تصادفی طبقه بندی استاندارد است. فرضیه بعدی آنها عبارت بود از اين که برآورد فراوانی POP از طريق نمونه گیری خوشه ای سازوار، سودمندتر از برآورد گونه های Shortraker و Rougheye از ماهیهای صخره ای است. به عبارت ديگر استفاده از نمونه گیری خوشه ای سازوار برای جمعیتهایی مانند Shortraker و Rougheye که خوشه ای نیستند، مفيد نخواهد بود، زیرا آنها معتقد بودند که POP ها در توزيعشان نسبت به Shortraker و Rougheye خوشه ای تر هستند. يك مطالعه دو هفته ای در اوت ۱۹۹۸ بر طبق طرح نمونه گیری خوشه ای سازوار در ۶ طبقه، نزديک پورت لاک بانک<sup>۱۱</sup> در خليج آلاسکا انجام گرفت (چهار طبقه برای POP و دو طبقه برای Shortraker/Rougheye). اين طبقه بندی بر اساس انواع زیستگاههای متفاوت و نواحی فرض شده از چگالیهای مختلف بود. در هر طبقه بندی در ۱۲ یا ۱۵ ایستگاه تصادفی که توسط رایانه مشخص شده بود، نمونه گیری اولیه اجرا

که  $w_i$  و  $y_i$  به ترتیب میانگین و مجموع کل مشاهده در شبکه ای است که با واحد  $\alpha$  نمونه اولیه اشتراک دارد. برآوردگر هورویتس - تامسون برای میانگین، به صورت زیر است:

$$\hat{\mu}_{HT} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^K \frac{y_k}{\alpha_k}$$

که  $y_k$  مجموع مقادیر  $y$  برای شبکه  $k$  ام،  $K$  تعداد شبکه های مجزا در نمونه، و  $\alpha_k$  احتمال این است که شبکه  $k$  در نمونه باشد. اگر  $x_k$  واحد، در شبکه  $k$  ام وجود داشته باشند، آنگاه

$$\alpha_k = 1 - \frac{\binom{N - x_k}{n}}{\binom{N}{n}}$$

در نمونه گیری خوشه ای سازوار بر اساس آماره های ترتیبی، برخلاف نمونه گیری خوشه ای سازوار، برآوردگر هورویتس - تامسون اریب است.

## ۵. مثالی از کاربرد نمونه گیری سازوار بر اساس آماره های ترتیبی و اعمال قاعده توقف

بررسيهای ماهیگیری (طی کردن مسیر مورد نظر در دریا با کشتی و شمارش ماهیها با صيد کردن آنها و یا استفاده از روشهای مختلف ديگر) با طرح نمونه گیری ساده طبقه بندی، برای ارزیابی چگونگی جمعیت ماهیها، از رایجترین طرحهایی است که به کار می رود. اگر چه این روش نمونه گیری برای گونه هایی از ماهی، کارایی خوبی دارد اما برای گونه هایی که توزيع جمعیتشان به صورت خوشه ای است (در مکانهایی خاص تجمع کرده اند)، ممکن است طرحی کارا نباشد. ماهیهای صخره ای<sup>۱</sup> در شمال شرقی اقیانوس آرام، نمونه ای از اين گونه ها هستند. مجموعه ماهیهای صخره ای در خليج آلاسکا از گونه های مختلف تشکیل می شود.

<sup>۷</sup> Pacific Ocean Perch

<sup>۸</sup> BIOMASS

<sup>۹</sup> University of Alaska Fairbanks

<sup>۱۰</sup> Auke Bay

<sup>۱۱</sup> Portlock Bank

<sup>۱</sup> Rockfish

ماهیهای لوتی اقیانوس آرام بهتر از نمونه‌گیری تصادفی ساده در طبقات مختلف عمل کرده است. در مقایسه با نمونه‌گیری تصادفی ساده، مقدار SE برای برآوردگرهای سازوار از فراوانی ماهیهای لوتی اقیانوس آرام در هر ۴ طبقه کاهش یافته، اما نمونه‌گیری سازوار در مقایسه با نمونه‌گیری تصادفی ساده برای ماهیهای Shortraker و Rougheye در طبقه شمال که توزیع جمعیت آنها به صورت خوشه‌ای نبوده، خوب عمل نکرده است. برای طبقه جنوبی، نتایج حاصل از نمونه‌گیری تصادفی ساده و نمونه‌گیری سازوار تقریباً یکسان است. بنابراین با اجرای نمونه‌گیری سازوار سود بیشتری نسبت به استفاده از نمونه‌گیری تصادفی ساده در برآورد فراوانیها به دست نخواهیم آورد. پاسخ به این سؤال که «آیا استفاده از نمونه‌گیری سازوار سودی را برای ماهیهای Shortraker و Rougheye به دست می‌دهد یا نه؟»، منوط به انجام تحقیقات بیشتر است.

نتایج بالا که از زبان متخصصان علوم دریایی بازگو شده است، اگرچه چندان پایه آماری قوی و مستدلی ندارند، ولی برای آشنایی خواننده با نوع استنتاجی که توسط دانشمندان علوم دیگر صورت می‌گیرد، بیان شده اند. برای بررسی خواص طرح نمونه‌گیری خوشه‌ای سازوار بر اساس آماره‌های ترتیبی با پایه‌های قویتر، شبیه‌سازی کوچکی در قسمت بعد آورده می‌شود.

## ۶. مقایسه کارایی نمونه‌گیری تصادفی ساده و نمونه‌گیری خوشه‌ای سازوار بر اساس آماره‌های ترتیبی

فرض کنید ناحیه مورد مطالعه را به ۴۰۰ واحد مربع تقسیم کرده ایم که گونه خاص از نوعی گیاه، تنها در بعضی از نقاط آن می‌روید. اگر گیاهی که تکثیر می‌یابد و گیاهان دیگری از نوع خود را در اطرافش تولید می‌کند، گیاه مولد، و گیاهان تولید مثل شده را گیاهان فرعی بنامیم، جمعیتی به شرح زیر را بر این اساس تولید می‌کنیم:

شد. بعد از اتمام نمونه‌گیری اولیه، نمونه‌گیری خوشه‌ای سازوار بر اساس آماره‌های ترتیبی و اعمال قاعده توقف اجرا شد. بدین ترتیب که اگر  $y$  را CPUE<sup>۱۱</sup> گونه هدف تعریف کنیم و مقادیر مشاهده شده  $y$  از نمونه‌گیری اولیه را به صورت

$$y_{(1)} \leq y_{(r)} \leq \dots \leq y_{(n-r)} \leq \dots \leq y_{(n)}$$

که  $n$  برابر با ۱۵ یا ۱۲ است، نشان دهیم، همسایگان واحدهای اولیه در صورتی به نمونه اضافه می‌شوند که مقدار CPUE مشاهده شده در آنها بزرگتر از  $y_{(n-r)}$  باشد. برای ناحیه مورد مطالعه Shortraker-Rougheye، مقدار CPUE برای دو گونه Shortraker و Rougheye ترکیب شد. در ابتدا مقدار  $r$  برابر با ۳ انتخاب شد.

در طبقات West Gully، East Gully و Slop\_Gully Intersection همسایگی به صورت چهار واحد در شمال - جنوب - شرق - غرب واحد انتخاب شده در نمونه اولیه و در طبقات Slop و Shortraker\_Rougheye، همسایگی به صورت خطی تعریف شد.

برای محدود کردن نمونه‌گیری سازوار، یک قاعده توقف دلخواه اعمال شد. برای طبقاتی که نمونه‌گیری سازوار در شمال، جنوب، شرق و غرب واحد اولیه اجرا شد، انتخاب مقدار ۳ برای  $S$  موجب شد تا حداکثر ۲۴ واحد سازوار اطراف هر واحدی که در شرط مورد نظر صدق می‌کرد، بررسی شود. در طبقاتی که نمونه‌گیری سازوار به صورت خطی انجام می‌شد، با انتخاب مقدار ۶ برای  $S$ ، حداکثر ۱۲ واحد سازوار مورد بررسی قرار گرفتند.

جدول ۱ برآوردهای به دست آمده برای فراوانی ماهیهای صخره‌ای و انحراف استاندارد (SE) این برآوردگرها را نشان می‌دهد. SFS نشان دهنده برآورد به دست آمده از نمونه‌گیری تصادفی ساده است. HH و HT به ترتیب بیسانگر مقادیر برآوردگرهای سازوار هنین - هورویتس و هورویتس - تامسون هستند. در این جدول مشاهده می‌شود، نمونه‌گیری سازوار برای

<sup>۱۱</sup> Catch-Per-Unit-Effort

مقادیر  $\hat{\mu}_{HH}$ ،  $\hat{\mu}_{HT}$  و اندازه نمونه مؤثر که با  $E(v')$  نشان داده می شود و

$$E(v') = \sum_{k=1}^N \alpha_k$$

محاسبه می شوند. واریانس میانگین در نمونه گیری تصادفی ساده را نیز از رابطه زیر به دست می آوریم:

$$\text{Var}(\hat{\mu}_{srs}) = (1 - E(v')/N)\sigma^2/E(v')$$

سرانجام مقادیر ( $R = 10000$ ;  $\hat{\mu}_i = \hat{\mu}_{HH}$  or  $\hat{\mu}_{HT}$ )

$$\bar{\mu} = \sum_{i=1}^R \frac{\hat{\mu}_i}{R}, \quad \text{VARP} = \sum_{i=1}^R (\hat{\mu}_i - \bar{\mu})^2 / R$$

$$\text{MSE}(\hat{\mu}) = (\bar{\mu} - \mu)^2 + \text{VARP}$$

$$\text{RE}(\hat{\mu}) = \text{Var}(\hat{\mu}_{srs}) / \text{MSE}(\hat{\mu})$$

را برای هر برآوردگر سازوار هتسین - هورویتس یا هورویتس - تامسون به دست می آوریم. نمودارهای شکل ۴ کارایی برآوردگرهای سازوار را نسبت به برآوردگر میانگین در نمونه گیری تصادفی ساده (بدون جایگذاری) نشان می دهند.

## ۷. بحث و نتیجه گیری

مثالی که در مورد نمونه گیری از جمعیت ماهیهای صخره ای بیان شد، از مقاله ای تحت عنوان «نمونه گیری خوشه ای سازوار جمعیت ماهیهای صخره ای» گرفته شده است [۴]. ما سعی کرده ایم تا آنجا که ممکن است، مقاله حاضر را از فرمول و نظریه موضوع مورد مطالعه دور نگه داریم، به این امید که مجموعه بزرگتری از خوانندگان این مجله را به خواندن مقاله ترغیب کنیم. به طور سنتی، جامعه دانشگاهی آماری ایران، توجه خاصی به مبانی نظری و ریاضیات داشته است و این امر مایه مباهات و افتخار است. ولی امروزه که علم آمار توسط طیف وسیعی از محققان و کاربران علوم دیگر مورد استفاده قرار می گیرد، موجب شده تا وظیفه آماردانان

تعدادی گیاه مولد از توزیع پواسون با میانگین  $\lambda_p$  تولید کرده و با استفاده از توزیع یکنواخت در فاصله (۰, ۲۰) مکان این گیاهان را در ناحیه مورد نظر مشخص می کنیم. گیاهان فرعی هر گیاه مولد را بر طبق یک فرایند پواسون با میانگین  $\lambda_c$  تولید کرده و با استفاده از توزیع نرمال دومتغیره ای که میانگین آن مختصات مکان گیاه مولد در ناحیه و واریانس آن  $\sigma^2 I_{r \times r}$  است، در اطراف گیاه مولد پراکنده می کنیم. با مقادیر کوچک  $\sigma^2$  خوشه هایی از گیاه را به دست می آوریم که ناحیه کوچکی را می پوشانند. مقادیر بزرگ  $\sigma^2$  خوشه هایی با پراکندگی زیاد در ناحیه بزرگی را نتیجه می دهد. بدین معنی که در هر مربع تعداد گیاه کم، ولی مربعهای زیادی دارای این پوشش گیاهی هستند. هر یک از واحدهای اولیه را به صورت مربع واحد در نظر می گیریم. برای مطالعه چگونگی در نظر گرفتن اندازه واحدهای اولیه، ناحیه را به سه حالت زیر مورد بررسی قرار می دهیم:

- (۱) ناحیه، مربعی به طول ضلع ۱۰ واحد مربع است ( $N = 10 \times 10$ ).
- (۲) ناحیه، مستطیلی به طول ۲۰ و عرض ۱۰ واحد مربع است ( $N = 20 \times 10$ ).
- (۳) ناحیه، مستطیلی به طول ۱۰ و عرض ۲۰ واحد مربع است ( $N = 10 \times 20$ ).

میانگین و واریانس سه جمعیت تولید شده عبارت اند از:

$$N = 10 \times 10: \mu = 5/85, \sigma^2 = 762/6338$$

$$N = 20 \times 10: \mu = 2/925, \sigma^2 = 258/4617$$

$$N = 10 \times 20: \mu = 2/925, \sigma^2 = 204/6928$$

برای مقایسه کارایی نمونه گیری تصادفی ساده و نمونه گیری خوشه ای سازوار بر اساس آماره های ترتیبی، نمونه های اولیه را با روش نمونه گیری تصادفی ساده بدون جایگذاری و با اندازه های  $n = 5, 10, 15, 20$  از جمعیت شبیه سازی شده، انتخاب می کنیم. برای هر  $n$ ، مقدار  $r$  از ۱ تا  $\frac{2}{3}n$  تغییر می کند. برای هر ترکیب  $n$  و  $r$ ، ۱۰۰۰۰ مرتبه نمونه گیری را تکرار می کنیم و برای هر تکرار

با افزایش مقدار  $r$ ،  $RE(HT)$  افزایش می‌یابد (در برخی از جامعه‌ها مانند  $N=10 \times 10$  و  $N=20 \times 10$  با  $n=5$ ). با کاهش مقدار  $c$ ،  $E(v')$  افزایش یافته و بنابراین واریانس برآوردگر میانگین در نمونه‌گیری تصادفی ساده کاهش می‌یابد. در هر یک از جامعه‌ها، با افزایش اندازه نمونه اولیه ( $n$ )، مقادیر  $MSE$  برای هر دو برآوردگر  $HT$  و  $HH$  کاهش یافته است و علاوه بر آن معمولاً افزایشی در مقادیر  $RE$ ، برای هر دو برآوردگر سازوار  $HT$  و  $HH$  مشاهده می‌شود. مقادیر  $MSE$  برآوردگرهای سازوار با افزایش حالت خوشه‌ای جامعه‌ها، کاهش یافته و هرچه اندازه نمونه اولیه ( $n$ ) افزایش یابد، این کاهش چشمگیرتر است. انتخاب کوچک واحدهای اولیه نمونه‌گیری،  $MSE$  برآوردگرهای سازوار را کاهش داده است (مقایسه مقادیر  $MSE$  برای دو جامعه  $N=10 \times 10$  و  $N=10 \times 20$ ).

بنابراین همان‌طور که انتظار داشتیم، در جامعه‌های خوشه‌ای تر، برآوردگرهای سازوار برای میانگین جامعه، بهتر از برآوردگر میانگین نمونه در نمونه‌گیری تصادفی ساده عمل می‌کنند.

در این راستا مشکل و خطیر شود به طوری که هر آمادانی همزمان باید کاربران علوم دیگر را درک کرده و در عین حال به اصول آمار و احتمال پای بند بماند.

کاربرانی همچون زیست محیط شناسان با وجود این که استفاده از آزمونهای معنی دار آماری را به عنوان یک معیار مهم در تصمیم‌گیری هایشان در نظر می‌گیرند، اما معتقدند که بزرگترین خطایی که هر زیست محیط شناس می‌تواند در به کار بردن آمار مرتکب شود این است که مفهوم معنی دار بودن آماری را با معنی دار بودن زیست محیطی اشتباه بگیرد! این جمله در کتاب [۵] آمده است. خواننده علاقمند را به خواندن فصل اول این کتاب ارجاع می‌دهیم.

در این مقاله یک مثال عملی از یک طرح نمونه‌گیری ارانه شد و همان‌گونه که دیدیم کاربران از برآوردهای واریانس برای ارزیابی طرح نمونه‌گیری استفاده کردند. اگرچه ارزیابی یک طرح نمونه‌گیری بر اساس برآورد واریانس می‌تواند نشانگر خاصیت و رفتار طرح نمونه‌گیری باشد ولی هرگز نمی‌تواند به عنوان مدرک مستدلی برای ارزیابی قابل دفاع از طرح نمونه‌گیری به کار رود.

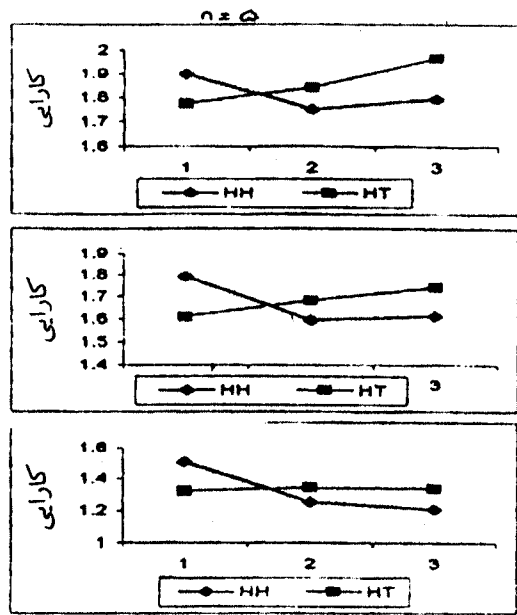
نویسندگان این مقاله معتقدند که تا این مرحله که کاربران پیش رفته‌اند، بسیار امیدوارکننده است و اینک وظیفه آمادان است که با استفاده از نظریه و شبیه‌سازی به این سؤال پاسخ دهند که نتیجه کاربران که بر اساس یک نمونه به دست آمده است، چقدر صحت دارد. به همین دلیل در این مقاله بعد از عنوان یک مثال عملی، یک مثال شبیه‌سازی شده ارائه شد تا نتایج عملی به دست آمده، مورد بحث و بررسی قرار گیرد. نتایج این بررسی به طور خلاصه به شرح زیر است:

برآوردگر هورویتنس - تامسون ( $HT$ ) معمولاً کاراتر از برآوردگر هنینس - هورویتنس ( $HH$ ) در نمونه‌گیری سازوار است. مثال شبیه‌سازی شده نیز نشان داد که در بسیاری از موارد برآوردگر  $HT$  بهتر از برآوردگر  $HH$  عمل می‌کند و در بعضی از جامعه‌ها با افزایش مقدار  $r$  کارایی آن بیشتر از  $HH$  می‌شود. همچنین

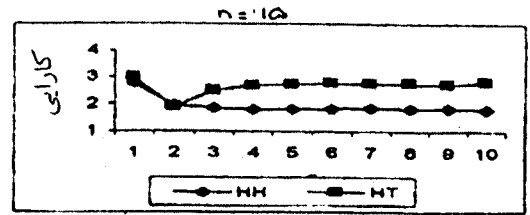
جدول ۱: مقایسه برآوردگرهای سازوار HH و HT و برآوردگر فراوانی (مایل دریایی / کیلوگرم) در نمونه گیری تصادفی ساده

طبقه	آماره	Srs	HH	HT
ناحیه مورد مطالعه ماهیهای لوتی اقیانوس آرام				
Stop	برآورد فراوانی	۴۲۲	۴۲۰	۴۲۱
	SE	۱۶۶	۱۴۹	۱۴۹
Intersection	برآورد فراوانی	۱۴۶۱	۱۱۱۱	۴۶۵
	SE	۸۲۲	۵۱۱	۳۲۱
West Gully	برآورد فراوانی	۲۹۷	۲۹۱	۲۹۱
	SE	۱۳۳	۱۲۷	۱۲۷
East Gully	برآورد فراوانی	۳۵۴	۳۴۲	۳۴۳
	SE	۲۱۳	۲۰۲	۲۰۲
ناحیه مورد مطالعه ماهیهای Rougheye و Shortraker				
North	برآورد فراوانی	۱۳۷۶	۱۸۸۴	۱۸۸۷
	SE	۲۹۳	۵۹۳	۵۹۲
South	برآورد فراوانی	۵۱۶	۵۱۷	۵۱۷
	SE	۱۲۸	۱۲۹	۱۲۹

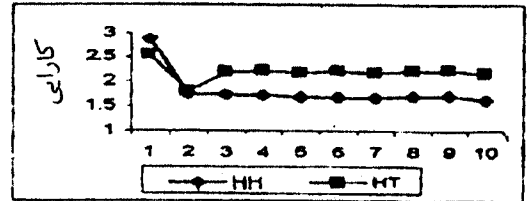
شکل ۴: کارایی برآوردگرهای سازوار نسبت به برآوردگر میانگین در نمونه‌گیری تصادفی ساده در سه جامعه با اندازه‌های نمونه اولیه ۵، ۱۰، ۱۵، ۲۰،  $n = 0, 10, 15, 20$



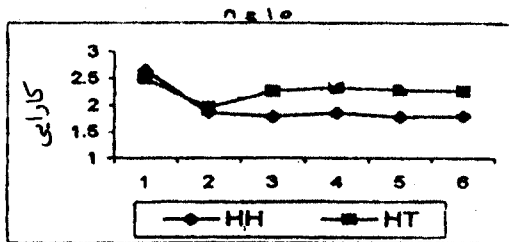
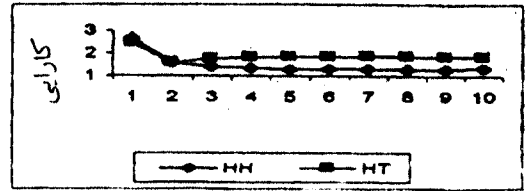
$N = 10 \times 10$



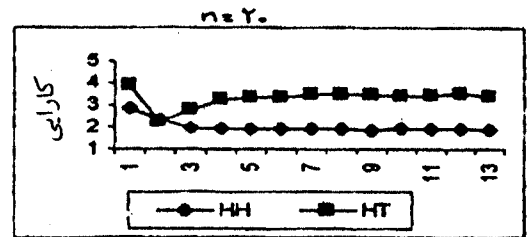
$N = 20 \times 10$



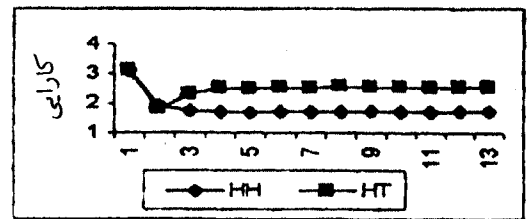
$N = 10 \times 20$



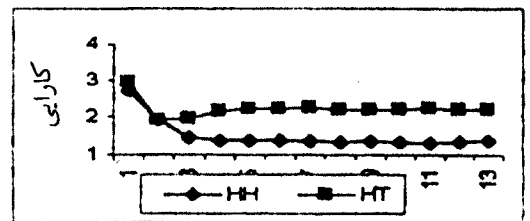
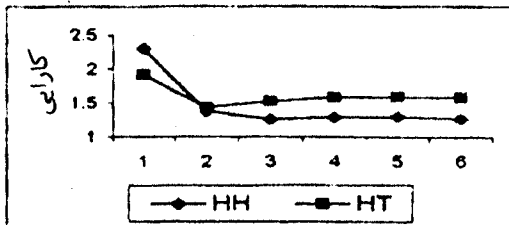
$N = 10 \times 10$



$N = 20 \times 10$



$N = 10 \times 20$



## منابع

- [1] Thompson, S. K., (1990), *Adaptive Cluster Sampling*, J.A.M., Statist. Assoc., 85, 1103-1115.
- [2] Thompson, S. K., (1996), *Adaptive Cluster Sampling Based on Order Statistics*, Environmetrics, Vol. 7, 123-133.
- [3] Heifetz, J., Ianelli, J. N. and Clausen, D. M., (1996), *Slope Rockfish*, In: Stock Assessment and Fishery Evaluation Report for the Groundfish Resources of the Gulf of Alaska as Projected For 1997.
- [4] Quinn II, T. J., Hanselman, D. H., Clausen, D. M., Heifetz, J. and Lunsford, C., (1999), *Adaptive Cluster Sampling of Rockfish Population*, Proceeding of American Statistical Association, Joint Statistical Meeting, Biometrics Section 11-20.
- [5] Krebs, Chales J., (1998), *Ecological Methodology*.

آمار مطالعه لذت بخشی است در باب این موضوع که چگونه می توان جهان  
ناشناخته را با گشودن چند دریچه بر روی آن توصیف کرد.