# قابلیت اعتماد در محیط فازی

رضا زارعی[۱]
r_zarei@math.iut.ac.ir

## چکیده

در تحلیل قابلیت اعتماد کلاسیک، معمولاً داده‌های جمع آوری شده، پارامترهای مدل و احتمال‌های مربوطه، کمیت‌هایی دقیق درنظر گرفته می‌شوند. اما، در عمل با وضعیت‌هایی مواجه می‌شویم که در آن‌ها به‌دلیل شرایط حاکم بر آزمایش مفروضات فوق برقرار نیستند. در چنین شرایطی نیازمند توسیع روش‌های کلاسیک در جهت صورت‌بندی مفاهیم نادقیق هستیم. به‌کارگیری شیوه‌ها و ابزارهای نظریه مجموعه‌های فازی در گسترش و تعمیق قابلیت اعتماد، چندی است مورد توجه محققین قرار گرفته است. در این مقاله، تحقیقات کلیدی که در این زمینه انجام شده است، با یک تقسیم‌بندی معرفی و مرور می‌شوند.

**واژه‌های کلیدی:** قابلیت اعتماد، مجموعه‌های فازی، نظریه امکان، احتمال فازی، درخت عیب.

## ۱ مقدمه

نظریه قابلیت اعتماد کلاسیک عمدتاً مبتنی بر دو فرض زیر است

۱. عملکرد سیستم به‌صورت دو وضعیت کاملاً فعال و کاملاً غیر فعال در نظر گرفته می شود.

۲. رفتار کلی سیستم بر پایه‌ی مدل‌های احتمالی توصیف و ارزیابی می‌شود.

گر چه نظریه‌ی احتمال ابزار قدرتمندی را برای تجزیه و تحلیل قابلیت اعتماد کلاسیک فراهم می‌کند، اما در عمل وضعیت‌هایی وجود دارد که در آن‌ها به سبب شرایط حاکم بر مسئله حداقل یکی از فرض‌های فوق برقرار نمی‌باشد. نظریه مجموعه‌های فازی یکی از ابزارهای مناسب برای غلبه بر این مشکل فراهم می‌کند.

استفاده از روش‌های فازی برای تجزیه و تحلیل سیستم‌ها را اولین بار کافمن[۲۳] در سال ۱۹۷۵ پیشنهاد نمود. مطالعات اصلی در مورد به‌کارگیری روش‌های فازی در تحلیل قابلیت اعتماد از دهه‌ی ۸۰ میلادی به بعد شکل گرفت. تاناکا و همکاران [۴۲]، از مجموعه‌های فازی برای تقریب احتمال خرابی استفاده نمودند و آن را امکان خرابی نامیدند. کای و ون [۱۳، ۱۲]، مفهوم موفقیت فازی و شکست فازی را پیشنهاد دادند که در آن تغییر بین وضعیت فازی به‌عنوان عددی فازی درنظر گرفته شده بود. چنگ و مون [۱۹]، از مفهوم فواصل اطمینان برای تحلیل قابلیت اعتماد فازی استفاده کردند. یوتکین [۴۵، ۴۴، ۴۳]، تحلیل قابلیت اعتماد فازی را بر پایه‌ی فرض وضعیت دودویی و فرض امکانی پیشنهاد نمود. چن [۱۸] با بهره‌گیری از عملگرهای حسابی بین اعداد فازی، روشی را در زمینه قابلیت اعتماد فازی پایه‌گذاری کرد. فیتل و گورکر [۴۶] ضمن بررسی داده‌های طول عمر فازی، روش‌هایی چند برای برآورد تابع قابلیت اعتماد سیستم بر پایه‌ی این داده‌ها ارائه کردند. آن‌ها همچنین مفهوم تابع

[۱] دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه صنعتی اصفهان

قابلیت اعتماد تجربی و روش‌های برآورد قابلیت اعتماد بیزی را برای حالتی که داده‌های طول عمر فازی هستند، مورد مطالعه قرار دادند.

وو [۵۰]، از احتمال فازی برای مطالعه قابلیت اعتماد سیستم‌ها استفاده کرد. وی همچنین یک رهیافت بیزی برای قابلیت اعتماد سیستم‌ها در محیط فازی پیشنهاد نمود [۴۷، ۴۹، ۴۸]. در این رهیافت، پارامترهای فازی به‌عنوان متغیرهای تصادفی فازی با تابع توزیع‌های پیشین درنظر گرفته شده‌اند. به‌علاوه، هوانگ و همکاران [۲۱]، رهیافت بیزی را برای تحلیل داده‌های طول عمر فازی مورد مطالعه قرار دادند. اخیراً، شارما و همکاران [۳۸] ساختاری را برای پیش‌بینی رفتار مبهم سیستم‌های صنعتی با استفاده از روش‌های فازی پیشنهاد نموده‌اند.

تحلیل مدل‌های قابلیت اعتماد چند وضعیتی (وضعیت‌های گسسته نامتناهی، شمارای نامتناهی، پیوسته) مرتبط با وضعیت‌های فازی نیز از زمینه‌های مورد توجه است. در حالت کلی بررسی چنین مدل‌هایی دشواری‌های خاص خود را دارا می‌باشد و در حال حاضر از موضوعاتی به‌شمار می‌آید که محققین بسیاری در جهت پیشبرد آن تلاش می‌کنند. علاقه‌مندان جهت مطالعه بیشتر می‌توانند به مراجع [۹، ۱۰، ۱۷] رجوع کنند. در زمینه قابلیت اعتماد انسانی در محیط‌های فازی مراجع [۲۷، ۳۵] و استفاده از رهیافت منطق فازی برای مدل‌های قابلیت اعتماد مرجع [۵۱] می‌تواند مفید باشد. شایان یادآوری است که از دیگر معیارها برای ارزیابی سیستم‌ها در شرایط یاد شده، می‌توان به کنترل کیفیت فازی و به‌ویژه شاخص کارایی فرایند فازی اشاره کرد. پرچمی و ماشین‌چی [۳۲] بر اساس رهیافت باکلی برای برآورد، الگوریتمی را پیشنهاد داده و از فواصل اطمینان برای برآورد شاخص‌های کارایی فرایند بر پایه اعداد فازی مثلثی استفاده نمودند. برای مطالعه بیشتر در این زمینه مطالعه مراجع [۲۶، ۳۲، ۳۳، ۳۴] می‌تواند مفید باشد.

کی و همکاران [۱۴]، با توجه به ماهیت سیستم و شرایط حاکم بر آن فرض‌های حالت فازی را به‌صورت زیر مطرح نمود

(۱) فرض وضعیت فازی[۲]: خرابی سیستم را نمی‌توان به‌طور دقیق تعریف نمود و سیستم درهر لحظه از زمان می‌تواند هرکدام از حالات شکست فازی یا موفقیت فازی را دارا باشد.

(۲) فرض امکانی[۳]: به‌علت عدم برقراری شرایط اصول احتمالی، رفتار سیستم بر اساس الگوهای امکانی مشخص می‌شود.

آن‌ها بر پایه فرض‌های فوق، قابلیت اعتماد فازی را در سه گروه زیر طبقه‌بندی کردند[۱۴، ۱۵، ۱۶]

الف) قابلیت اعتماد بر اساس فرض‌های احتمالی[۴] و فرض وضعیت فازی که به اختصار $PROFUST$ نامیده می‌شود.

ب) قابلیت اعتماد بر اساس فرض‌های امکانی و فرض وضعیت دودویی که به اختصار $POSIBIT$ نامیده می‌شود.

پ) قابلیت اعتماد بر اساس فرض‌های امکانی و فرض وضعیت فازی که به اختصار $POSFUST$ می‌شود.

در ادامه‌ی این مقاله، در بخش‌های دوم و سوم، به‌ترتیب مروری بر قابلیت اعتماد $PROFUST$ و قابلیت اعتماد $POSIBIT$ خواهیم داشت. با وجود تقسیم‌بندی ارائه شده برای قابلیت اعتماد فازی توسط کی و همکاران، مطالعات انجام شده توسط محققین لزوماً تحت این عناوین ارائه نمی‌شوند. قابلیت اعتماد فازی بر اساس احتمال فازی و تحلیل درخت عیب فازی از جمله رهیافت‌هایی هستند که با استفاده

[۲] Fuzzy State Assumption
[۳] Possibility Assumption
[۴] Probability Assumption

از آن‌ها نیز تحلیل قابلیت اعتماد فازی انجام شده است. در بخش‌های چهارم و پنجم ضمن معرفی آن‌ها، ارتباط این دو مبحث را با سه گروه ذکر شده در بالا بیان می‌کنیم. در بخش ششم مواردی پیشنهاد می‌گردد که می‌توانند موضوع تحقیقیات آینده باشند. در این مقاله فرض بر آن است که خواننده با نظریه مجموعه‌های فازی و قابلیت اعتماد کلاسیک آشنایی دارد.

## ۲ قابلیت اعتماد $PROFUST$

در نظریه‌ی قابلیت اعتماد کلاسیک همواره وضعیت سیستم و مولفه‌های تشکیل دهنده‌ی آن به‌صورت دودویی (فعال/غیرفعال) در نظر گرفته می شود. یعنی سیستم (مولفه) در هر لحظه یا کار می‌کند یا از کار افتاده است و هیچ وضعیتی بین این دو وجود ندارد. در زمینه‌های مختلف کاربردی، موارد بسیاری وجود دارد که لحاظ نمودن فرض وضعیت دودویی، یعنی تعریف سیستم به صورت کاملاً فعال یا کاملاً غیرفعال غیر منطقی به نظر می‌رسد و سیستم وضعیت‌هایی بین این دو را نیز اختیار می‌کند. در این شرایط ارائه‌ی تعریفی دقیق از خرابی سیستم به‌راحتی امکان‌پذیر نیست. یکی از روش‌های جایگزین که در این‌گونه موارد پیشنهاد می‌شود، در نظر گرفتن فرض وضعیت فازی به‌جای فرض دودویی است. یعنی موفقیت و شکست سیستم به‌وسیله‌ی عبارات (مجموعه‌های) فازی مشخص می‌شود. این نوع قابلیت اعتماد، که براساس فرض احتمالی و فرض وضعیت فازی است و به اختصار $PROFUST$ نامیده می‌شود اولین بار کی و ون در سال ۱۹۹۰ مطرح شد[۱۲]. بحث را با ذکر مثالی پی می‌گیریم.

**مثال ۱** یک سیستم کامپیوتری را در نظر بگیرید که پردازش اطلاعات در آن مبتنی بر سه واحد کاری است که به‌طور مستقل وظیفه خود را انجام می‌دهند. سیستم زمانی که هر سه واحد کاری فعال باشند، کاملاً فعال است و هرگاه هر سه واحد از کار بیفتند سیستم کاملا غیرفعال است. در عین حال وقتی دو واحد فعالیت می‌کنند و یکی از کار افتاده و یا یک واحد کار می‌کند و دو واحد دیگر از کار افتاده‌اند، سیستم در سطحی پایین‌تر از توانایی خود به فعالیت‌اش ادامه می‌دهد. در چنین وضعیت‌هایی سیستم نه کاملاً فعال است و نه کاملاً غیرفعال است و در وضعیتی بین این دو قرار دارد و از این‌رو نمی‌توان تعریف دقیقی را برای موفقیت یا شکست سیستم ارائه نمود.
در مثال حاضر سیستم دارای چهار وضعیت $\{S_۰, S_۱, S_۲, S_۳\}$، $S_i$ نشان‌دهنده تعداد واحدهای فعال سیستم است، را اختیار می‌کند (وضعیت‌ها با ترتیب صعودی ذکر شده‌اند). از آن‌جایی که هیچ اطلاعی در رابطه با زمان وقوع این وضعیت‌ها در دست نیست، آن‌ها را تصادفی در نظر می‌گیریم. پس سیستم در هر وضعیت دارای درجه‌ای از موفقیت و درجه‌ای از شکست است.

**تعریف ۱** سیستمی با $n$ وضعیت غیرفازی $S_۱, S_۲, ..., S_n$ را در نظر بگیرید. مجموعه‌ی مورد بحث $X = \{S_۱, S_۲, ..., S_n\}$ است. در این مجموعه‌ی مرجع موفقیت و شکست فازی به‌ترتیب به‌صورت زیر تعریف می‌شوند

$$\tilde{S} = \Big\{(S_i, S(s_i)), \quad i = ۱, ۲, ..., n\Big\},$$
$$\tilde{F} = \Big\{(S_i, F(s_i)), \quad i = ۱, ۲, ..., n\Big\}.$$

که $S(.)$ و $F(.)$ به‌ترتیب توابع عضویت موفقیت و شکست فازی می‌باشند. در حالت پیوسته با فرض $X = \Big\{x : \ a \leq x \leq b\Big\}$، موفقیت و شکست فازی به‌ترتیب به‌صورت زیر تعریف می‌شوند

$$\tilde{S} = \Big\{(x, S(x)), \quad a \leq x \leq b\Big\},$$
$$\tilde{F} = \Big\{(x, F(x)), \quad a \leq x \leq b\Big\}.$$

**مثال ۲** (ادامه مثال ۱) از آن‌جایی که در وضعیت $S_0$ سیستم کاملاً غیرفعال است منطقی است بگوییم $S(s_0)=0$ و $F(s_0)=1$ در وضعیت $S_3$ که سیستم کاملاً فعال است، $S(s_3)=1$ و $F(s_3)=0$. در وضعیت $S_1$ می‌توان گفت سیستم به اندازه $\frac{1}{3}$ فعال و به اندازه $\frac{2}{3}$ غیرفعال است. به سخنی دیگر، $S(s_1)=\frac{1}{3}$ و $F(s_1)=\frac{2}{3}$. به همین ترتیب در وضعیت $S_2$ سیستم به اندازه $\frac{2}{3}$ فعال و به اندازه $\frac{1}{3}$ غیرفعال می‌باشد.

درنظریه‌ی قابلیت اعتماد همواره پیشامد انتقال از حالت موفقیت به حالت شکست سیستم مورد مطالعه قرار می گیرد. به همین دلیل در این‌جا نیز علاقمند به پیشامد انتقال از حالت موفقیت فازی به حالت شکست فازی سیستم هستیم. این پیشامد را به‌صورت $\tilde{T}_{\tilde{S}\tilde{F}}$ نمایش می‌دهیم. با توجه به این‌که $\tilde{S}$ و $\tilde{F}$ وضعیت‌های فازی هستند، انتقال بین آن‌ها نیز به‌طور قطع فازی است. پس $\tilde{T}_{\tilde{S}\tilde{F}}$ را می‌توان به‌عنوان یک پیشامد فازی در نظر گرفت.

$\tilde{T}_{\tilde{S}\tilde{F}}$ وقتی روی می دهد که انتقال‌هایی بین وضعیت‌های $\{S_1,\ldots,S_n\}$ صورت بگیرد. اگر

$$\beta_{\tilde{F}/\tilde{S}}(S_i)=\frac{F(S_i)}{F(S_i)+S(S_i)}$$

را درجه‌ی عضویت نسبی شکست برای وضعیت $S_i$ در نظر بگیریم، منطقی است که بگوییم انتقال از $S_i$ به $S_j$ انتقالی از $\tilde{S}$ به $\tilde{F}$ ایجاد می کند اگر $\beta_{\tilde{F}/\tilde{S}}(S_j)>\beta_{\tilde{F}/\tilde{S}}(S_i)$؛ یعنی به‌طور نسبی کاهشی در عملکرد سیستم مشاهده شود.

**تعریف ۲** $\tilde{T}_{\tilde{S}\tilde{F}}$ در مجموعه‌ی مرجع $U_T=\{m_{ij},i,j=1,\ldots,n\}$ که $m_{ij}$ انتقال از وضعیت $S_i$ به $S_j$ می‌باشد به‌صورت زیر تعریف می شود

$$\tilde{T}_{\tilde{S}\tilde{F}}=\left\{\left(m_{ij},\tilde{T}_{SF}(m_{ij})\right),i,j=1,\ldots,n\right\}$$

که $\tilde{T}_{SF}(m_{ij})$ عبارت است از

$$\tilde{T}_{SF}(m_{ij})=\begin{cases}\beta_{\tilde{F}/\tilde{S}}(S_j)-\beta_{\tilde{F}/\tilde{S}}(S_i) & \beta_{\tilde{F}/\tilde{S}}(S_j)>\beta_{\tilde{F}/\tilde{S}}(S_i)\\ 0 & \text{در غیر این‌صورت}\end{cases}$$

به بیان ساده‌تر میزان کاهش نسبی عملکرد سیستم طی انتقال از وضعیت $S_i$ به $S_j$، به‌عنوان درجه‌ی عضویت انتقال در نظر گرفته می‌شود.

با توجه به مطالب بالا قابلیت اعتماد $PROFUST$ به‌صورت زیر تعریف می شود.

**تعریف ۳** [۲۲] فرض کنید مجموعه‌ی مرجع $U$ که شامل $n$ وضعیت سیستم است، به‌طور کاملاً تصادفی در طول زمان اختیار شود. قابلیت اعتماد $PROFUST$ سیستم به‌صورت زیر تعریف می‌شود

$$\tilde{R}(t_0,t_0+t)=P\left\{\tilde{T}_{\tilde{S}\tilde{F}}\ \text{در بازه‌ی زمانی}\ [t_0,t_0+t]\ \text{رخ ندهد}\right\}$$
$$=1-\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\tilde{T}_{SF}(m_{ij})P\left\{m_{ij}\ \text{در طول}\ [t_0,t_0+t]\ \text{روی دهد}\right\}$$

در حالتی که وضعیت‌ها پیوسته هستند تعریفی مشابه با جایگزینی انتگرال به‌جای مجموع ارائه می‌شود.

رابطه فوق تحت شرایط خاصی به‌صورت زیر خلاصه می‌شود[۱۲]

$$\tilde{R}(t_0,t_0+t)=1-E(\tilde{F}).$$

## ۳ قابلیت اعتماد $POSIBIT$

امروزه سیستم‌های مدرن بسیاری وجود دارد که خرابی در آن‌ها به‌ندرت روی می‌دهد. همین امر سبب شده تا متخصصین در به‌دست آوردن قابلیت اعتماد و محاسبه‌ی ایمنی چنین سیستم‌هایی از طریق روش‌های احتمالی دچار مشکل شوند، چرا که داده‌های آماری مورد نیاز کمیاب است و به‌سختی می‌توان برآورد دقیقی از نرخ خرابی و یا احتمال خرابی ارائه نمود.

نکته قابل تامل دیگری که می‌توان در این‌جا مطرح نمود این

است که در چنین سیستم‌های با قابلیت اعتماد بالا، برای مثال اگر احتمال خرابی $۱۰^{-۶}$ برآورد شود آیا می‌توان این سیستم را کاملاً ایمن در نظر گرفت؟ و آیا می‌توان این‌گونه تشخیص داد که امکان ندارد سیستم برای $۱۰^{۶}$ سال خراب شود؟ مطمئناً درعمل پدیده‌هایی که احتمال وقوع آنها بسیار کوچک است، ممکن است اتفاق بیفتند. از این‌رو در چنین شرایطی احتمال که نشات گرفته از تکرارپذیری و فراوانی نسبی پیشامدهاست، الگوی مناسبی برای بیان قابلیت اعتماد و ایمنی در چنین شرایطی فراهم نمی‌کند.

تلاش زیادی برای تعریف قابلیت اعتماد براساس اندازه‌های دیگری غیراز اندازه احتمال صورت گرفته است. ابتدا در سال ۱۹۸۸، انیساوا [۳۱] با مطالعه‌ی حادثه‌ی چرنوبیل، عبارت امکان خطای انسانی را به جای احتمال خطای انسانی به‌کار برد و سپس در سال ۱۹۹۱ کی و همکاران نظریه قابلیت اعتماد بر پایه‌ی اندازه‌ی امکان را معرفی نمودند [۱۴]. در این نظریه با تکیه بر اصل سازگاری امکان —احتمال زاده [۵۲، ۱۱] و با استفاده از تشخیص و قضاوت‌های افراد متخصص و فن‌شناس و روابط حاکم برنمونه‌ی استخراج شده، امکان خرابی پیشامدها محاسبه می شود.

در قابلیت اعتماد امکانی همانند قابلیت اعتماد کلاسیک فرض بر این است که سیستم و مولفه‌های آن دقیقاً دو وضعیت را اختیار می کنند، یا کار می‌کنند یا از کار افتاده‌اند. به بیان دیگر فرض وضعیت دودویی برقرار است. بنا بر این خرابی سیستم را به‌طور دقیق می توان تعریف نمود و مفهوم طول عمر به عنوان طول زمان فعالیت سیستم از لحظه‌ای که سیستم شروع به کار می کند تا زمانی که خرابی سیستم اتفاق می‌افتد قابل اندازه‌گیری است. در عین حال خرابی سیستم در زمانی نامشخص اتفاق می‌افتد و از آن‌جایی که وقوع آن به صورت امکانی بررسی می‌شود، معقولانه است که طول عمر سیستم (مولفه‌ها) به‌صورت زیر تعریف شود.

**تعریف ۴** طول عمر امکانی یک سیستم (مولفه) به‌صورت متغیری فازی با مقادیر حقیقی غیرمنفی است، که به‌صورت زیر تعریف می‌شود

$$X = u : \pi_X(u) = X(u) \qquad u \in R^+ = [۰, +\infty)$$

یعنی امکان $X = u$ را برابر درجه عضویت $u$ در $X$ تعریف می کنیم.

**تعریف ۵** قابلیت اعتماد امکانی یک سیستم عبارت است از امکان اینکه سیستم وظایف طراحی شده برای آن را به‌طور دقیق در طول زمان مشخص، تحت شرایط معین انجام دهد. به عبارت دیگر

$$R(t) = \Pi(X > t) = \sup_{u>t} \Pi(X = u) = \sup_{u>t} X(u), t \in R^+.$$

**مثال ۳** فرض کنید توزیع امکانی طول عمر سیستمی با توجه به شواهد موجود و نظر کارشناس خبره به‌صورت یک عدد فازی با تابع عضویت زیر در نظر گرفته شود ($k > ۰$)

$$X(u) = \begin{cases} e^{k(u-a)} & \text{اگر } u \leq a \\ e^{-k(u-a)} & \text{اگر } u > a \end{cases}$$

که در آن $a$ زمانی معلوم است. آن‌گاه با توجه به تعریف ۵، قابلیت اعتماد چنین سیستمی به‌صورت زیر محاسبه می شود

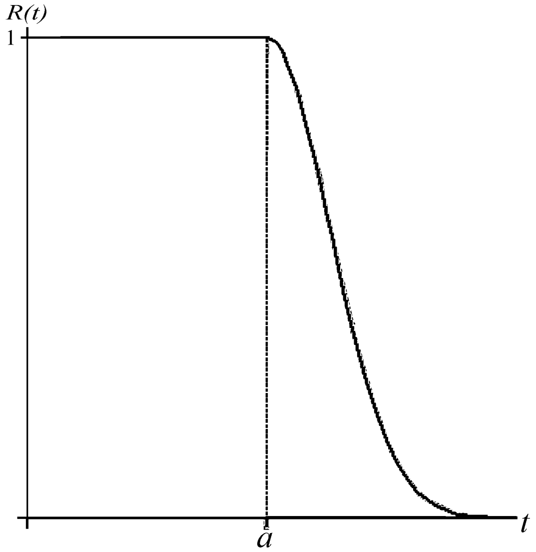
$$R(t) = \begin{cases} ۱ & \text{اگر } t \leq a \\ e^{-k(t-a)} & \text{اگر } t > a \end{cases}$$

**مثال ۴** [۶] فرض کنید توزیع امکانی طول عمر سیستمی به‌صورت زیر باشد

$$X(u) = \begin{cases} ۱ & u \leq a \\ e^{-k(u-a)} & u > a \text{ و } k > ۰ \end{cases}$$

آن‌گاه قابلیت اعتماد آن برابر است با

$$R(t) = \begin{cases} ۱ & t \leq a \\ e^{-k(t-a)} & t > a \text{،} k > ۰ \end{cases}$$




**شکل ۱.** نمودار قابلیت اعتماد امکانی سیستم در مثال ۴.

با توجه به مثال‌های فوق، به وضوح دیده می شود که ممکن است دو توزیع امکان متفاوت دارای قابلیت اعتماد یکسانی باشند. بنابراین می توان گفت، در چارچوب نظریه فوق، تابع قابلیت اعتماد $R(t)$، تابع توزیع امکان طول عمر را به طور منحصر بفرد تعیین نمی کند. در رابطه با قابلیت اعتماد امکانی سیستم‌های سری و موازی، مطالعه مراجع [۲۲، ۱۴] می‌تواند مفید باشد.

## ۴ تحلیل قابلیت اعتماد سیستم بر پایه‌ی احتمال فازی

در مطالعات عملی با مواردی روبرو می‌شویم که به سبب در دسترس نبودن مشاهدات کافی تعیین احتمال دقیقی برای پیشامد خرابی از طریق فراوانی نسبی و روش‌های عینی مشکل است و به همین دلیل قضاوت‌های انسانی را نیز در محاسبات دخیل می‌کنند. با توجه به این‌که عدم حتمیت موجود در قضاوت‌های انسانی را می‌توان از نوع فازی در نظر گرفت، احتمال این‌گونه پیشامدها توسط یک عدد فازی $\tilde{P}$ از بازه $[۰, ۱]$ تقریب زده می‌شود. علاوه بر این مواردی وجود دارد که احتمال خرابی به‌وسیله عبارت‌های زبانی مانند خیلی‌کم، کم، متوسط، زیاد و خیلی زیاد بیان می‌شود. اگر چه توصیف زبانی دقت کمتری نسبت به احتمال عددی دارد، ولی در بسیاری از موارد تشخیص و درک بهتری از قابلیت اعتماد ارائه می‌دهد. هر کدام از عبارت‌های زبانی را می‌توان در قالب یک مجموعه فازی که عناصر آن احتمال و تابع عضویت آن بیان کننده درجه‌ی پذیرش ما در قبول هر عنصر به‌عنوان احتمال خرابی است، توصیف نمود. تحت شرایط ذکر شده در بالا، قابلیت اعتماد فازی سیستم به‌صورت زیر تعریف می‌شود.

**تعریف ٦** [۴] اگر تابع ساختار یک سیستم با $n$ مولفه به‌صورت $\phi(X) = \phi(X_۱, X_۲, ..., X_n)$ باشد، که $X_i$ها متغیر تصادفی برنولی‌اند، در این‌صورت قابلیت اعتماد فازی سیستم، $\tilde{r}$، به‌صورت زیر تعریف می‌شود

$$\tilde{r} = \tilde{P}\{\phi(X) = ۱\}.$$

**مثال ۵** با فرض استقلال مولفه‌ها، قابلیت اعتماد سیستم‌های سری، موازی و $k$ از $n$، به‌صورت زیر به‌دست می آید.

۱) **سیستم سری**: ساختار یک سیستم سری به‌صورت $\phi(X) = \prod_{i=۱}^{n} X_i$ بیان می شود، بنابراین

$$\begin{aligned} \tilde{r} &= \tilde{P}\Big\{\phi(X) = ۱\Big\} = \tilde{P}\Big\{\prod_{i=۱}^{n} X_i = ۱\Big\} \\ &= \tilde{P}\Big\{X_۱ = ۱, \ldots, X_n = ۱\Big\} = \bigotimes_{i=۱}^{n} \tilde{P}\Big\{X_i = ۱\Big\} \\ &= \bigotimes_{i=۱}^{n} \tilde{p}_i. \end{aligned}$$

۲) **سیستم موازی**: ساختار سیستم موازی به‌صورت $\phi(X) = ۱ - \prod_{i=۱}^{n}(۱ - X_i)$ می‌باشد. بنابراین

$$\begin{aligned}\tilde{r} &= \tilde{P}\Big\{\phi(X) = ۱\Big\} = \tilde{۱} \ominus \tilde{P}\Big\{\phi(X) = ۰\Big\} \\ &= \tilde{۱} \ominus \Big[\bigotimes_{i=۱}^{n} \tilde{P}\{X_i = ۰\}\Big] = \tilde{۱} \ominus \Big[\bigotimes_{i=۱}^{n} (\tilde{۱} \ominus \tilde{p}_i)\Big].\end{aligned}$$

قرارداد می کنیم

$$\overbrace{\tilde{p} \oplus \cdots \oplus \tilde{p}}^{k \text{ مرتبه}} = k\tilde{p}\ ,\ \overbrace{\tilde{p} \otimes \cdots \otimes \tilde{p}}^{k \text{ مرتبه}} = \tilde{p}^k$$

۳) **سیستم $k$ از $n$ با مولفه‌های یکسان**:

$$\begin{aligned}\tilde{r} &= \tilde{P}\Big\{\phi(X) = ۱\Big\} \\ &= \tilde{P}\Big\{\sum_{i=۱}^{n} X_i \geq k\Big\} = \bigoplus_{m=k}^{n} \tilde{P}\Big\{\sum_{i=۱}^{n} X_i = m\Big\}.\end{aligned}$$

در عین حال

$$\begin{aligned}&\tilde{P}\Big\{\sum_{i=۱}^{n} X_i = m\Big\} \\ &= \binom{n}{m}\tilde{P}\Big\{X_۱ = ۱, \ldots, X_m = ۱ \\ &, X_{m+۱} = ۰, \ldots, X_n = ۰\Big\} \\ &= \binom{n}{m}\Big[\tilde{p} \otimes \cdots \otimes \tilde{p} \otimes (\tilde{۱} \ominus \tilde{p}) \cdots \otimes (\tilde{۱} \ominus \tilde{p})\Big] \\ &= \binom{n}{m}\Big[\tilde{p}^m \otimes (\tilde{۱} \ominus \tilde{p})^{n-m})\Big].\end{aligned}$$

بنا بر این

$$\tilde{r} = \bigoplus_{m=k}^{n} \binom{n}{m}\Big[\tilde{p}^m \otimes (\tilde{۱} \ominus \tilde{p})^{n-m}\Big].$$

شایان ذکر است در تمامی موارد بالا، می‌توان با اعمال برش $\tilde{r}$ را به احتمال عددی تبدیل کرد.

در این‌گونه موارد به این ترتیب عمل می‌شود که ابتدا برآوردی تقریبی از قابلیت اعتماد تک‌تک مولفه‌های سیستم صورت می‌گیرد و سپس با استفاده از تعریف بالا و به‌کار بردن روش‌هایی مختلف از جمله استفاده از عملگرهای فازی، بازه‌های اطمینان و روش‌های برنامه‌ریزی خطی و غیرخطی، برآوردی تقریبی از قابلیت اعتماد کل سیستم را به‌دست می‌آورند. برای مطالعه بیشتر این روش‌ها مطالعه مراجع [۳۷، ۲۹، ۱۹، ۱۸، ۸، ۷] و هم چنین مراجع فارسی [۶، ۱] می‌تواند مفید باشد.

**مثال ۶** [۵، ۲] سیستمی سری متشکل از سه مولفه مستقل با قابلیت اعتمادهای $\tilde{p}_۱, \tilde{p}_۲, \tilde{p}_۳$ را در نظر بگیرید. فرض کنید $\tilde{p}_i,\ i = ۱, ۲, ۳$ اعداد فازی مثلثی زیر باشند

$$\tilde{p}_۱ = (۰/۸, ۰/۷, ۰/۹)_T,\ \ \tilde{p}_۲ = (۰/۵, ۰/۴, ۰/۶)_T,$$
$$\tilde{p}_۳ = (۰/۷, ۰/۶, ۰/۹)_T,$$

$\alpha-$برش‌های $\tilde{p}_i$ به‌صورت زیر به‌دست می آیند

$$\begin{aligned}(\tilde{p}_۱)_\alpha &= [۰/۷ + ۰/۱\alpha\ ,\ ۰/۹ - ۰/۱\alpha], \\ (\tilde{p}_۲)_\alpha &= [۰/۴ + ۰/۱\alpha\ ,\ ۰/۶ - ۰/۱\alpha], \\ (\tilde{p}_۳)_\alpha &= [۰/۶ + ۰/۱\alpha\ ,\ ۰/۹ - ۰/۲\alpha],\end{aligned}$$

با استفاده از روابط بالا، بازه اطمینان برای قابلیت اعتماد فازی سیستم به‌صورت زیر حاصل می‌شود

$$\begin{aligned}(\tilde{r})_\alpha &= \Big(\bigotimes_{i=۱}^{n} \tilde{p}_i\Big)_\alpha \\ &= \Big[(۰/۷ + ۰/۱\alpha)(۰/۴ + ۰/۱\alpha)(۰/۶ + ۰/۱\alpha), \\ &\quad (۰/۹ - ۰/۱\alpha)(۰/۶ - ۰/۱\alpha)(۰/۹ - ۰/۲\alpha)\Big]\end{aligned}$$

در جدول زیر برای چند مقدار مختلف $\alpha$، بازه‌های اطمینان قابلیت اعتماد فازی سیستم محاسبه شده‌اند.

**جدول ۱.** بازه‌های اطمینان قابلیت اعتماد فازی سیستم.

| $\alpha$ | بازه‌های امکانی برای $\tilde{r}$ |
|---|---|
| ۰ | [۰/۱۶۸, ۰/۴۸۶] |
| ۰/۲ | [۰/۱۸۷, ۰/۴۳۹] |
| ۰/۴ | [۰/۲۰۸, ۰/۳۹۵] |
| ۰/۶ | [۰/۲۳۱, ۰/۳۵۴] |
| ۰/۸ | [۰/۲۵۴, ۰/۳۱۵] |

بنابراین می‌توان گفت قابلیت اعتماد سیستم حدوداً ۰/۲۸ است. همچنین برای مثال، با امکان ۰/۸، قابلیت اعتماد سیستم بین ۰/۲۵۴ تا ۰/۳۱۵ است.

## ۵ تحلیل درخت عیب (درخت پیشامد) فازی

روش درخت عیب [۵] از اولین شیوه‌های ارزیابی قابلیت اعتماد است. در روش درخت عیب به این ترتیب عمل می شود که وضعیت شکست مشخصی از سیستم به‌عنوان رویداد نهایی در نظر گرفته می‌شود. ترکیب و توالی سایر شکست‌ها که منجر به وقوع رویداد نهایی می شود ساختار درخت عیب را بوجود می آورد. برای این منظور، در ابتدا علل اصلی رویداد نهایی شناسایی شده و سپس گام به گام با تجزیه‌ی این علل به جزئیات بیشتر، وابستگی آن‌ها به عملکرد عضوهای سیستم مورد بررسی قرار می‌گیرد.

این شیوه نخست یک ابزار ارزیابی برای طراح یک سیستم است تا به اهمیت رفتار تک تک عضوهای سیستم پی برده و تدابیر لازم را برای حذف عوامل اساسی شکست سیستم اعمال کند. در مرحله‌ی بعد با استفاده از اطلاعات مربوط به قابلیت اعتماد عضوها، از پایین ترین سطح، الحاق منطقی رخدادها صورت می‌گیرد و نهایتاً ارزیابی کمی قابلیت اعتماد سیستم حاصل خواهد شد. نمادهای مورد استفاده در نمودار درخت عیب به شرح زیر می باشند

پیشامد مبنا: معرف پایین ترین سطح تقسیمات در نمودار برای بیان علت شکست می‌باشد.

دروازه‌ی $AND$: معرف وقوع خروجی در صورت وقوع همه‌ی ورودی‌هاست.

دروازه‌ی $OR$: معرف وقوع خروجی در صورت وقوع حداقل یکی از ورودی‌هاست.

پیشامد میانی: معرف پیشامد شکستی است که در اثر خروجی نمادهای منطقی $OR$ یا $AND$ رخ می دهد. در تحلیل درخت عیب کلاسیک، احتمال‌های شکست اجزای سیستم به‌صورت اعدادی دقیق در نظر گرفته می‌شوند. برای بسیاری از سیستم‌ها برآورد دقیق نرخ خرابی یا احتمال کارکرد تک‌تک مولفه‌ها یا پیشامد شکست در تحلیل کیفی درخت عیب با استفاده از تجارب گذشته چندان ساده نیست. چنین مشکلاتی معمولا در اثر تغییرات دینامیکی محیط یا سیستم اتفاق می‌افتد و با استفاده از داده‌های ناقص نمی‌توان استنباط درستی را انجام داد. از این‌رو در چنین وضعیت‌هایی بنظر نمی‌رسد استفاده از درخت عیب کلاسیک برای محاسبه‌ی احتمال شکست مناسب باشد. بنا بر این نیازمند استفاده از ابزاری برای منعکس کردن عدم حتمیت موجود در مسئله هستیم تا بتوان از آن در تحلیل درخت عیب استفاده کرد. به‌جای استفاده از احتمال شکست مناسب‌تر این است که از امکان شکست استفاده کنیم.

با وجود تعریف اعداد فازی ذوزنقه‌ای و اعداد فازی $LR$، به دلیل پیچیدگی محاسبه برخی روابط جبری بین این اعداد، پیدا کردن تابع عضویت کلی قابلیت اعتماد کل سیستم بسیار مشکل است و از این رو پیشنهاد شده است که با استفاده از روش درخت عیب و روابط منطقی که وجود دارد، تابع عضویت را تنها برای پیشامد اصلی که عمده‌ترین نقش را در وقوع عیب دارا است به‌دست آوریم. درخت پیشامد برای تحلیل قابلیت اعتماد سیستم بسیار مفید است، چرا که رابطه‌ای منطقی را بین احتمال و زنجیره‌ای از پیشامدها برقرار می‌کند.

تا جایی که مولف می‌داند، برای نخستین بار فروتا و شیراشی [۲۰]، از نظریه‌ی مجموعه‌های فازی در تحلیل درخت

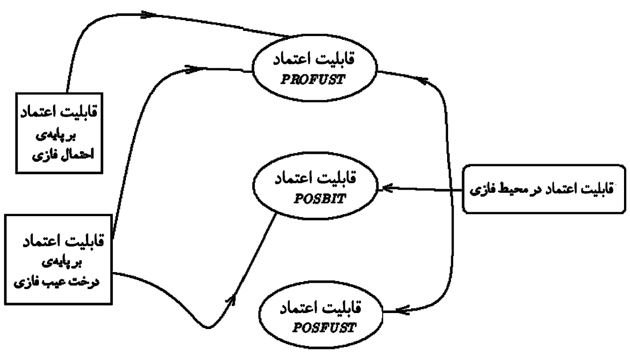
[۵] Fault tree

عیب استفاده کردند. آن‌ها با استفاده از این نظریه سعی داشتند فرایند محاسبه خرابی سیستم را ساده‌تر کردند و با به‌کارگیری توابع عضویت نشان دادند که درجه‌ی اهمیت پیشامد اصلی خرابی را می‌توان با این مفهوم صورت‌بندی کرد. پس از آن انیساوا [۳۱] مفهوم خطای امکانی را به جای نرخ خطا پیشنهاد داد و بر پایه‌ی این مفهوم روشی را برای تحلیل درخت عیب در قابلیت اعتماد انسانی ارائه کرد.

کریشنا و وبر[۲۵]، ضمن برشمردن مشکلاتی که در وضعیت‌های مختلف تحلیل درخت عیب کلاسیک قادر به حل مناسب آن‌ها نمی‌باشد، جهت غلبه بر این مشکلات تحلیل درخت عیب فازی را بر پایه‌ی توزیع‌های امکانی مرتبط با پیشامد اصلی خرابی و جبر فازی پیشنهاد کردند. سینگر[۳۷]، رهیافت فازی را برای تحلیل درخت عیب با در نظر گرفتن فراوانی نسبی پیشامد اصلی به عنوان عددی فازی ارائه کرد. وی همچنین این مفهوم را بر پایه‌ی منطق فازی نیز مورد بررسی قرار داد. لیانگ و وانگ[۲۸]، با تعریف امکان خرابی بوسله‌ی عدد فازی مثلثی و صورت‌بندی پیشامد اصلی خرابی با استفاده از این مفهوم، از عملگرهای حسابی فازی جهت بدست آوردن امکان خرابی این پیشامد بهره گرفتند.

ساویر و رائو[۳۶]، تحلیل درخت عیب فازی را برای سیستم‌های مکانیکی مورد مطالعه قرار دادند. رهیافت پیشنهادی توسط آن‌ها، نرخ خرابی را با استفاده از اعداد فازی بیان و تعیین می‌کند و سپس عملگرهای فازی را برای تعیین احتمال خرابی پیشامد خرابی اصلی مورد استفاده قرار می‌دهد. کیم و همکاران[۲۴]، با به‌کارگیری مفاهیم فازی در تحلیل درخت عیب نشان دادند که آرایه $n$ بعدی فازی عملگرهای $AND$ و $OR$ را می‌توان برای محاسبه‌ی امکان خرابی سیستم استفاده کرد. آن‌ها هدف اصلی خود را جایگزین کردن فرض‌های احتمالی که در تحلیل درخت عیب کلاسیک به‌کار می‌رود با فرض‌های امکانی و همچنین کاهش مشکلاتی که در اثر عدم کافی بودن اطلاعات در رابطه با توزیع پیشامد خرابی اصلی رخ می‌دهد، عنوان کردند. سورش و همکاران[۳۹]، با استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو یک مطالعه مقایسه‌ای را برای تحلیل درخت عیب بین روش‌های مبتنی بر احتمال و روش‌های فازی در تعیین عدم اطمینان پیشامد اصلی انجام دادند. به‌طور کلی تحلیل قابلیت اعتماد بر پایه‌ی احتمال فازی را می‌توان در قالب قابلیت اعتماد $PROFUST$ طبقه‌بندی کرد. این در حالیست که‌برخی روش‌های مبتنی بر درخت عیب فازی را می‌توان به قابلیت اعتماد $PROFUST$، [۳۹، ۳۷، ۲۰]، و برخی را به قابلیت اعتماد $POSIBIT$ نسبت داد [۲۸، ۲۵، ۳۱].

با توجه به مطالب عنوان شده در بالا و تقسیم‌بندی ارائه شده توسط کی و همکاران، می‌توان ارتباط بین انواع رویکردها به قابلیت اعتماد در محیط فازی را توسط نمودار زیر نمایش داد.




**شکل ۲.** نمودار گروه‌بندی قابلیت اعتماد فازی.

## ٦ نتیجه‌گیری و پیشنهادات

در این مقاله مباحثی از قابلیت اعتماد در محیط فازی به شرح زیر مورد بررسی قرار گرفت:

— در بخش دوم، برای شرایطی که نمی‌توان تعریف دقیقی از موفقیت و شکست سیستم داشت، قابلیت اعتماد سیستم‌ها بر پایه‌ی فرض‌های احتمالی و فرض وضعیت فازی مورد

مطالعه قرار گرفت و با ذکر مثال‌هایی سعی شد این مطلب برای خواننده تشریح گردد.

— در بخش سوم، برای حالتی که امکان دستیابی به اطلاعات کافی وجود ندارد، قابلیت اعتماد امکانی را به‌عنوان جایگزینی از قابلیت اعتماد کلاسیک معرفی نمودیم.

— در بخش‌های چهارم و پنجم، قابلیت اعتماد سیستم‌ها بر پایه‌ی احتمال فازی و درخت عیب فازی مورد مطالعه قرار گرفت و سعی شد تا ارتباط آن‌ها با دسته‌بندی انجام شده توسط کی برای قابلیت اعتماد فازی، برای خواننده روشن گردد.

علاوه بر مباحث مطرح شده در مقاله، موارد زیر نیز می‌توانند موضوع تحقیقات آینده باشند:

• در قابلیت اعتماد $PROFUST$، موفقیت و شکست فازی بر اساس وضعیت‌های غیرفازی تعریف شده‌اند. از این رو تعریف موفقیت و شکست فازی بر پایه‌ی وضعیت‌های فازی می‌تواند مورد مطالعه قرار گیرد.

• بر خلاف قابلیت اعتماد کلاسیک، در قابلیت اعتماد $POSIBIT$ افزودن یک مولفه به سیستم موازی قابلیت اعتماد کل سیستم را افزایش نمی‌دهد. بنابراین جستجو برای روش‌هایی که منجر به افزایش قابلیت اعتماد امکانی این سیستم‌ها با افزایش اجزاء سیستم شود، می‌تواند از موضوعات قابل توجه باشد. همچنین قابلیت اعتماد امکانی تاکنون تنها برای سیستم‌های غیرقابل تعمیر بررسی شده است. سیستم‌های تعمیرپذیر نیز می‌توانند از دیدگاه امکانی مورد مطالعه قرار گیرند.

• در سیستم‌هایی که وضعیت‌های آن‌ها فازی است و امکان دسترسی به مشاهدات کافی برای آن‌ها نیز وجود ندارد، می‌توان از اندازه امکان برای تحلیل قابلیت اعتماد استفاده کرد. این ایده که مبتنی بر اندازه امکان و وضعیت‌های فازی است و تحت عنوان کلی $PUSFUST$ از آن یاد شده، از موضوعاتی است که می‌تواند مبنای مطالعات آینده قرار گیرد.

• مطالعه‌ی موضوع بخش چهارم بر پایه‌ی رویکرد باکلی و اسلامی به احتمال فازی، از مباحث قابل بررسی می‌باشد.

• استفاده از مجموعه‌های فازی شهودی برای تعریف شکست و موفقیت یک سیستم می‌تواند برای تحقیقات آینده جالب و مفید باشد.

**سپاسگزاری.** از داوران محترم و سرکار خانم زهره امینی پزوه به سبب نظرات و پیشنهادات سازنده‌شان کمال تشکر و قدردانی را دارم.

# مراجع

[۱] امیرزاده، ر. (۱۳۸۴)، قابلیت اعتماد فازی ، پایان‌نامه کارشناسی ارشد (آمار ریاضی)، دانشکده ریاضی و کامپیوتر، دانشگاه شهید باهنر کرمان.

[۲] زارعی، ر. (۱۳۸۶)، قابلیت اعتماد بیزی در محیط فازی، پایان‌نامه کارشناسی ارشد (آمار ریاضی)، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه صنعتی اصفهان.

[۳] طاهری، م. زارعی، ر. (۱۳۸۷)، مجموعه‌های مبهم (مجموعه‌های فازی شهودی)، سیستم‌های هوشمند و محاسبات نرم (مجموعه مقالات)، انتشارات دانشگاه شهید باهنر کرمان، (پذیرفته شده برای چاپ).

[۴] طاهری، م. زارعی، ر. (۱۳۸۵)، قابلیت اعتماد سیستم‌ها بر پایه‌ی مجموعه‌های مبهم، مجموعه مقالات مدعوین و داوری شده، گزارش هشتمین کنفرانس آمار ایران، شیراز، ۷۱—۶۱.

[۵] طاهری، م. (۱۳۷۵)، آشنایی با نظریه‌ی مجموعه‌های فازی، انتشارات جهاد دانشگاهی مشهد.

[٦] فخاری، م. (۱۳۸۳)، قابلیت اعتماد فازی، پایان‌نامه کارشناسی ارشد (آمار اقتصادی و اجتماعی)، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه صنعتی اصفهان.

[7] Amirzadeh, R., Moafi, S.E., Parchami, A. and Mashinchi, M. A fuzzy estimation for the reliability function, Italian Journal of Pure and Applied Mathematics, (to appear).

[8] Amirzadeh, R., Parchami, A. and Mashinchi, M. (2008), Fuzzy reliability: type II censoring test without replacement, Procceding of 4th International IEEE Conference on Intelligent Systems, Varna, Bulgaria, to be published.

[9] Baxter, L.A. (1986), Continuum structure II. Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 99, 331-338.

[10] Block, H.W. and Savits, H.T. (1984), Continuous multistate structure functions, Oper. Res., 32, 703-714.

[11] Buckley, J.J. and Eslami, E. (2002), An Introduction to Fuzzy Logic and Fuzzy Sets, Heidelberg: Physica-Verlag.

[12] Cai, K.Y. and Wen, C.Y. (1990), Street-lighting lamps replacement: A fuzzy viewpoint, Fuzzy Sets Syst., 37, 161-172.

[13] Cai, K.Y. and Wen, C.Y. and Zhang, M.L. (1993), Fuzzy state as a basis for a theory of fuzzy reliability, Microelec. Reliab., 33, 2253-2263.

[14] Cai, K.Y. and Wen, C.Y. and Zhang, M.L. (1991), Fuzzy variables as a basis for a theory of fuzzy reliability in the possibility context, Fuzzy Sets Syst., 42, 145-172.

[15] Cai, K.Y. and Wen, C.Y. and Zhang, M.L. (1991), Posbist reliability behavior of typical systems with two types of failures, Fuzzy Sets Syst., 43, 17-32.

[16] Cai, K.Y. and Wen, C.Y. and Zhang, M.L. (1991), Fuzzy nature of human reliability behavior. In G. E. Apostolakis (Ed.), Probabilistic safety assessment and management, Amsterdam: Elsevier.

[17] Cappelle, B. and Kerre, E.E. (1995), Issues in possibilistic reliability theory. In T. Onisawa, J. Kacprzyk (Eds.), Reliability and safety analyzes under fuzziness, (pp. 61-80). Heidelberg: Physica-Verlag.

[18] Chen, S.M. (1994), Fuzzy system reliability analysis using fuzzy number arithmetic operations, Fuzzy Sets Syst., 64, 31-38.

[19] Cheng, C.H. and Mon, D.L. (1993), Fuzzy system reliability analysis by the interval of confidence, Fuzzy Sets Syst., 56, 29-35.

[20] Furuta, H. and Shiraishi, N. (1984), Fuzzy importance in fault tree analysis, Fuzzy Sets Syst., 12 (3), 205-213.

[21] Huanga, H.Z. and Zuob, M.J. and Sunc, Z.Q. (2006), Bayesian reliability analysis for fuzzy lifetime data, Fuzzy Sets Syst., 157, 1647-1686.

[22] Huang, H.Z., Tong, X., Ming, J.Z. (2004), Posbist fault tree analysis of coherent systems, Reliab. Engng. Syst. saf., 84, 141-148.

[23] Kaufmann, A. (1975), Introduction to fuzzy subsets, Vol.1, Academic Press, New York.

[24] Kim, C.E. and Ju, Y.J. and Gens, M. (1996), Multilevel fault tree analysis using fuzzy numbers, Comput. Oper. Res., 23 (7), 695-703.

[25] Krishna, B.M. and Weber, G.G. (1989), A new method for fuzzy fault tree analysis, Microelec. Reliab., 29 (2), 195-216.

[26] Lee, H.T. (2001), $C_{pk}$ index estimation using fuzzy numbers, Europ. J. Oper. Res., 129, 683-688.

[27] Liang, G.S. and Wang, M.J. (1993), Evaluating human reliability using fuzzy relation, Microel. Reliab, 33, 63-80.

[28] Liang, G.S. and Wang, M.J. (1993), Fuzzy fault-tree analysis using failure possibility, Microelec. Reliab., 33 (4), 583-597.

[29] Mon, D.L. and Cheng, C.H. (1994), Fuzzy system reliability analysis for component with different membership functions, Fuzzy Sets Syst., 64, 145-157.

[30] Negoita, C.V. and Ralescu, D.A. (1985), Applications of Fuzzy Sets to System Analysis, Jhon Weily, New York.

[31] Onisawa, T. (1988), Fuzzy human reliability analysis on chernobyl accident, Fuzzy Sets Syst., 28, 115-127.

[32] Parchami, A. and Mashinchi, M. (2007), Fuzzy estimation for process capability indices, Inform. Sci., 177, 1452-1462.

[33] Parchami, A. and Mashinchi, M. and Yavari, A.R. and Maleki, H.R. (2005), Process Capability Indices as Fuzzy Numbers, Austrian J. Stat., 34(4), 391-402.

[34] Parchami, A. and Mashinchi, M. and Maleki, H.R. (2006), Fuzzy confidence intervals for fuzzy process capability index, J. Intel. Fuzzy Syst., 17(3), 287-295.

[35] Rotshtein, A. (1995), Fuzzy reliability analysis of labour (man-machine) systems, In T. Onisawa, J. Kacprzyk (Eds.), Reliability and safety analyzes under fuzziness, (pp. 245-269). Heidelberg: Physica-Verlag.

[36] Sawyer, J.P. and Rao, S.S. (1994), Fault tree analysis of fuzzy mechanical systems, Microelec. Reliab., 34 (4), 653-667.

[37] Singer, D. (1990), A fuzzy set approach to fault tree and reliability analysis, Fuzzy Sets Syst., 34 (2), 145-155.

[38] Sharma, R.K. and Kumar, D. and Kumar, P. (2008), Predicting uncertain behavior of industrial system using FM-A practical case, Appl. Soft. Comp., 8, 96-109.

[39] Suresh, P.V. and Babar, A.K. and Raj, V.V. (1996), Uncertainty in fault tree analysis: A fuzzy approach, Fuzzy Sets Syst., 83 (2), 135-141.

[40] Taheri, S.M. and Zarei, R. (2007), Bayesian reliability in vague environment, ISI Bulletin 2007, STCPM 08, Portugal.

[41] Taheri, S.M. and Zarei, R., Bayesian system reliability assessment in vague environment, Apl. Soft. Comput., (Revised).

[42] Tanaka, H. and Fan, L.T. and Lai, F.S. and Toguchi, K. (1983), Fault-tree analysis by fuzzy probability, IEEE Trans. Reliab., 32, 453-457.

[43] Utkin, L.V. (1994), Redundancy optimization by fuzzy reliability and cost of systems components, Microel. Reliab., 34, 53-59.

[44] Utkin, L.V. (1994), Knowledge based fuzzy reliability assessment, Microel. Reliab., 34, 863-874.

[45] Utkin, L.V. (1994), Fuzzy reliability of repairable systems in the possibility context, Microel. Reliab., 34, 1865-1876.

[46] Viertl, R. and Gurker, W. (1995), Reliability estimation based on fuzzy life time data, In T. Onisawa, J. Kacprzyk (Eds.), Reliability and safety analyzes under fuzziness (pp. 153-168), Heidelberg: Physica-Verlag.

[47] Wu, H.C. (2006), Fuzzy Bayesian system reliability assessment based on exponential distribution, Appl. Math. Model., 30, 509-530.

[48] Wu, H.C. (2004), Bayesian system reliability assessment under fuzzy environments, Reliab. Engng. Syst. Saf., 83, 277-286.

[49] Wu, H.C. (2004), Fuzzy reliability estimation using Bayesian approach, Computers Indust. Engng., 46, 476-493.

[50] Wu, H.C. (1997), Fuzzy reliability analysis based on closed fuzzy numbers, Inform. Sci., 103, 135-159.

[51] Xu, K. and Tang, L.C. and Xie, M. and Ho, S.L. and Zhu, M.L. (2002), Fuzzy assessment of FMEA for engine systems, Reliab.Engng. Syst. Saf., 75, 17-29.

[52] Zadeh, L.A. (1978), Fuzzy sets as basis for theory of possibility, Fuzzy Sets Syst., 1, 3-28.