بحثی درباره اهمیت قابلیت اعتماد اجزای سیستم

مرضیه باغبان سیچانی [۱]

چکیده:

در قابلیت اعتماد، اهمیت نسبی یک جزء خاص یا گروهی از اجزاء را می‌توان با استفاده از اندازه‌های اهمیت ارزیابی نمود. اندازه‌های اهمیت معیارهایی کمّی هستند که اجزاء را برحسب اهمیتشان رتبه‌بندی می‌کنند. در متون علمی، اندازه‌های اهمیت متفاوتی برمبنای تفاسیر متفاوت از مفهوم مهم‌ترین جزء در سیستم ارائه شده است. این اندازه‌ها را می‌توان برمبنای ساختار، قابلیت اعتماد و یا توزیع طول عمر اجزاء در یک سیستم تعیین نمود. هدف این مقاله مطالعه در زمینه اندازه‌های مختلف اهمیت اجزای یک سیستم از دیدگاه قابلیت اعتماد است.

واژه‌های کلیدی: اهمیت بیرنبام، اندازه‌های اهمیت، بهینه‌سازی، قابلیت اعتماد.

۱ مقدمه

یکی از مسائل مهمی که در مطالعه سیستم‌ها و شبکه‌های پیچیده مورد توجه پژوهشگران قابلیت اعتماد و مهندسی قرار می‌گیرد، مسئله اندازه‌گیری میزان اهمیت یک جزء در سیستم است. معمولاً یک سیستم مجموعه‌ای از اجزای مرتبط با هم است که برای یک هدف معین طراحی شده است. برخی از این اجزاء برای بقای سیستم اهمیت ویژه‌ای دارند. لذا، نیاز است که اندازه‌های مشخص کمّی ارائه گردد که بتوان به وسیله آن‌ها میزان اهمیت یک جزء را جهت طراحی، بهینه‌سازی، تعمیر و نگهداری بهتر سیستم‌ها اندازه‌گیری کرد.

بر طبق نظر گیریفیت [۲] و گاویندارالو [۳] [۱۱]، نمی‌توان یک اندازه اهمیت منحصر به فرد برای سیستم‌های متفاوت در نظر گرفت. زیرا یک جزء را می‌توان از نقطه نظرهای متفاوتی نسبت به دیگر اجزاء در سیستم مورد بررسی قرار داد. بر این اساس، تاکنون اندازه‌های اهمیت متفاوتی برمبنای تفاسیر متفاوت از مفهوم مهم‌ترین جزء در سیستم به وجود آمده است.

بیرنبام [۴] [۵] اندازه‌های اهمیت را در سه کلاس ذیل دسته‌بندی نمود:

- اندازه اهمیت قابلیت اعتماد
- اندازه اهمیت طول عمر
- اندازه اهمیت ساختار

اندازه اهمیت قابلیت اعتماد اجزاء، به ساختار سیستم و قابلیت اعتماد همه اجزاء در یک نقطه ثابت از زمان وابسته است. اندازه اهمیت طول عمر اجزاء، هم به ساختار سیستم و هم به توزیع طول عمر اجزاء وابسته است. اندازه اهمیت ساختار اجزاء، اهمیت نسبی یک جزء را برحسب جایگاه آن در سیستم ارزیابی می‌کند و تنها به ساختار سیستم وابسته است.

هدف این مقاله معرفی برخی از مهم‌ترین اندازه‌های اهمیت مطرح شده برمبنای دیدگاه‌های مختلف در سیستم‌های منسجم با اجزای مستقل است. بیرنبام [۵] برمبنای ساختار و قابلیت اعتماد اجزاء، اولین اندازه اهمیت را برحسب احتمال بحرانی بودن یک

[۱] دانشجوی کارشناسی ارشد دانشگاه اصفهان

[۲] Griffith
[۳] Govindarajulu
[۴] Birnbaum
[۵] Lambert
[۶] Natvig
[۷] Barlow
[۸] Proschan

جزء در سیستم‌های منسجم تعریف کرد. سپس، لَمبِرت[۵] [۱٦] و نَتویج[٦] این اندازه را برحسب توزیع طول عمر اجزاء در یک نقطه ثابت از زمان توسعه دادند. بارلو [۷] و پُروشان[۸] [٤] احتمال بحرانی بودن یک جزء را در یک دوره طولانی از زمان مورد بررسی قرار دادند.

از آن‌جا که اندازه اهمیت بیرنبام برای یک جزء، مستقل از قابلیت اعتماد آن جزء است، از این اندازه در مسائلی مانند رتبه‌بندی اجزاء جهت اقدامات تعمیر و نگهداری نمی‌توان استفاده کرد. لذا، کو [۹] و زو [۱۰] [۱۵] برای رفع این مشکل دو اندازه اهمیت بحرانی پیشنهاد کردند.

زیه و شِن[۱۱] [۲۱] یک اندازه اهمیت کلی جهت رتبه‌بندی اجزاء یک سیستم ارائه نمودند که بر اساس آن، اهمیت اجزاء برحسب میزان تأثیر آن‌ها در افزایش قابلیت اعتماد یک سیستم در نظر گرفته می‌شود. ویزِر [۱۲] و لوری[۱۳] [۱۹] اندازه میزان افزایش قابلیت اعتماد و لیوتین[۱٤] و همکاران [۱۷] اندازه میزان کاهش قابلیت اعتماد را تعریف کردند. این دو اندازه بیشتر در طرح‌ها و نیروگاه‌های هسته‌ای کاربرد دارد.

اندازه اهمیت بیرنبام، تعیین کننده میزان تغییر اهمیت یک جزء در صورت فعال یا غیر فعال بودن جزء دیگر نیست. به این منظور، هانگ [۱۵] و لی[۱٦] [۱۳] اندازه اهمیت بیرنبام را توسعه داده و مفهوم اندازه اهمیت توأم (JRI) را برای دو جزء در یک سیستم با اجزای مستقل تعریف کردند.

آرمسترانگ[۱۷] [۳] اندازه JRI را در حالتی که بین اجزاء وابستگی است مورد مطالعه قرار داد. گااو [۱۸]و همکاران [۱۰] مفهوم JRI را برای گروهی از اجزای مستقل توسعه دادند.

این مقاله شامل ۸ بخش است. در بخش ۲، به طور مختصر با ساختار و قابلیت اعتماد سیستم ها و مفهوم افزونگی آشنا می شویم. در بخش ۳ اندازه اهمیت بیرنبام را در سه کلاس اندازه اهمیت قابلیت اعتماد، طول عمر و ساختار مورد مطالعه قرار می‌دهیم. در بخش‌های ۷–٤ مهم‌ترین اندازه‌های اهمیت مطرح شده در کلاس قابلیت اعتماد را معرفی می‌کنیم. در بخش ٤ اندازه اهمیت بحرانی اجزاء را مورد مطالعه قرار می‌دهیم. در بخش ۵ به معرفی اندازه بهبود واقع‌گرایانه پتانسیل به عنوان یک اندازه کلی جهت تعیین اولویت اجزای یک سیستم در اقدامات متفاوت بهینه‌سازی می‌پردازیم. در بخش ٦، اندازه میزان افزایش (کاهش) قابلیت اعتماد را معرفی می‌کنیم. در بخش ۷، به طور مختصر به معرفی اندازه اهمیت توأم می‌پردازیم. در بخش آخر اندازه اهمیت بارلو–پُروشان را در دو کلاس اندازه اهمیت طول عمر و اندازه اهمیت ساختار بررسی می‌کنیم.

۲ مفاهیم اصلی

ابتدا با مفاهیم اولیه در زمینه ساختار و قابلیت اعتماد سیستم های منسجم آشنا می شویم [۱].

۱.۲ سیستم و اجزای آن

سیستمی را در نظر بگیرید که شامل تعدادی جزء $c_1, ..., c_n$ است و برای هدفی معین طراحی شده است. به طور طبیعی عملکرد سیستم، تابعی از عملکرد اجزای آن است. فرض می کنیم، سیستم n $(n \geq 1)$ جزء دارد و هر جزء در آن فعال یا غیرفعال است. برای توصیف این وضعیت یک متغیر دو مقداری x_i، $i = 1, ..., n$ به

[۹] Kuo
[۱۰] Zhu
[۱۱] Shen
[۱۲] Vasseur
[۱۳] Llory
[۱٤] Levitin
[۱۵] Hong
[۱٦] Lie
[۱۷] Armstrong
[۱۸] Gao

صورت زیر تعریف می کنیم.

$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{جزء } c_i \text{ فعال است} \\ 0, & \text{جزء } c_i \text{ غیر فعال است} \end{cases}$$

که در آن $x_i = 1$ است اگر جزءi ام در سیستم فعال باشد و در غیر این صورت 0 است. همچنین فرض می کنیم که سیستم نیز در یکی از دو وضعیت فعال یا غیرفعال است.برای تعیین وضعیت سیستم بر حسب وضعیت اجزاء، فرض می شود که پیوند سیستم با اجزای آن، با تابع دو مقداری $\varphi(\mathbf{X})$ ، که به تابع ساختار سیستم معروف است، مشخص شود که در آن $\mathbf{X} = (x_1, ..., x_n)$. بردار $\mathbf{X}$ را بردار وضعیت سیستم می گوییم. بنابراین بسته به وضعیت بردار $\mathbf{X}$ داریم

$$\varphi(\mathbf{X}) = \begin{cases} 1, & \text{سیستم فعال است} \\ 0, & \text{سیستم فعال نیست} \end{cases}$$

شکل تابعی ، $\varphi(\mathbf{X})$ پس از آن‌که نوع ارتباط بین اجزاء در سیستم معلوم شود، قابل تعیین خواهد بود.

تعریف ۱.۲. یک سیستم با تابع ساختار φ را در نظر بگیرید. سیستم را یکنوا گویند هرگاه برای هر دو بردار وضعیت $\mathbf{X}$ و $\mathbf{Y}$ که در آن $\mathbf{X} \le \mathbf{Y}$ داشته باشیم ، $\varphi(\mathbf{X}) \le \varphi(\mathbf{Y})$.

بنابراین در یک سیستم یکنوا، هرگاه وضعیت یکی از اجزای آن از غیر فعال به وضعیت فعال تبدیل شود، وضعیت سیستم بدتر نخواهد شد.

تعریف ۲.۲. به جزء c_i در سیستم جزء نامربوط گفته می شود هرگاه به ازای هر $c_i \neq c_j$ و برای هر بردار از مرتبهٔ $n-1$، مانند $(x_1, ..., x_{i-1}, x_{i+1}, ..., x_n)$ داشته باشیم،

$$\varphi(1_i, \mathbf{x}^{(i)}) = \varphi(0_i, \mathbf{x}^{(i)}).$$

با توجه به تعاریف بالا، یک سیستم منسجم را به صورت زیر تعریف می کنیم.

تعریف ۳.۲. یک سیستم را زمانی منسجم می نامند که تابع ساختار آن یکنوا بوده و جزء نامربوط در آن وجود نداشته باشد.

در ادامه بحث، سیستم هایی را مورد بررسی قرار می‌دهیم که در تعریف سیستم منسجم صدق می کنند.

۲.۲ توابع ساختار سیستم های منسجم

از معروفترین توابع ساختار در مهندسی قابلیت اعتماد می‌توان به سیستم هایی با ساختار متوالی، ساختار موازی، ساختار k از n و... اشاره کرد.

سیستم متوالی

به یک سیستم متوالی گفته می شود هرگاه فعال بودن آن مستلزم فعال بودن همه اجزای آن باشد. با توجه به این تعریف ، اگر سیستم دارای n جزء باشد و بردار وضعیت آن را با $\mathbf{X} = (x_1, ..., x_n)$ نمایش دهیم، آنگاه

$$\phi(\mathbf{X}) = \prod_{i=1}^{n} x_i,$$

یا معادل آن

$$\phi(\mathbf{X}) = \min(x_1, ..., x_n).$$

سیستم موازی

سیستمی را موازی گویند که فعال بودن آن مستلزم فعال بودن حداقل یکی از اجزای آن باشد. به عبارت دیگر، سیستم هنگامی از کار می افتد که تمام اجزای آن غیر فعال باشند.

تابع ساختار یک سیستم موازی با n جزء بر اساس تعریف سیستم عبارت از

$$\phi(\mathbf{X}) = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - x_i),$$

یا به طور معادل

$$\phi(\mathbf{X}) = \max(x_1, ..., x_n),$$

است.

سیستم های k از n

یک سیستم شامل n جزء را k از n می نامند هرگاه فعال بودن آن، مستلزم فعال بودن حداقل k جزء از n جزء آن باشد. تابع ساختار این سیستم ها را نمی‌توان به صورت بسته، مانند سیستم ها متوالی و موازی ،ارائه کرد. نمایش جبری تابع ساختار سیستم‌های k از n به صورت

$$\phi(\mathbf{X}) = \begin{cases} 1, & \sum_{i=1}^{n} x_i \ge k \\ 0, & o.w \end{cases},$$

است.

۳.۲ افزونگی

یکی از روش‌های بهینه‌سازی سیستم، افزونگی است. در این روش، در کنار یک جزء خاص از سیستم، یک یا چند جزء را، معمولاً با همان کیفیت قرار می‌دهند. اینگونه اجزاء را اجزای افزوده می‌نامند که معمولاً دو نوع هستند. یکی اجزای افزوده فعال که هنگام عملکرد جزء اصلی، این اجزاء نیز همزمان مشغول فعالیت هستند و دیگری اجزای افزوده غیرفعال، که به‌صورت آماده باش با جزء اصلی به‌صورت موازی متصل شده و در صورت از کار افتادن جزء اصلی، یکی از آنها شروع به فعالیت می‌کند تا وظیفه آن جزء را انجام دهد.

اجزای افزوده فعال را با توجه به نوع اتصالشان با دیگر اجزای سیستم به دو نوع متوالی و موازی تقسیم می‌کنند. استفاده از روش افزوده فعال موازی باعث افزایش قابلیت اعتماد سیستم می‌شود و در بیشتر مواقع از این نوع افزونگی استفاده می‌شود.

۳ اندازه اهمیت بیرنبام

سیستم منسجمی با n جزء $c_1, ..., c_n$ را در نظر بگیرید که قابلیت اعتماد جزء c_i، p_i و $h(\mathbf{p})$ قابلیت اعتماد سیستم است.

اندازه اهمیت بیرنبام جزء c_i ($I_B(i;\mathbf{p})$)، نرخ تغییر بهبود قابلیت اعتماد سیستم برحسب تغییر قابلیت اعتماد جزء c_i است که به‌صورت ذیل تعریف می‌شود

$$I_B(i;\mathbf{p}) = \frac{\partial h(\mathbf{p})}{\partial p_i}. \qquad (۱)$$

بزرگ بودن I_B به این معنی است که یک تغییر کوچک در قابلیت اعتماد جزء c_i می‌تواند باعث افزایش قابلیت اعتماد سیستم شود. لذا در مرحله بهبود یا طراحی سیستم اجزایی بیشتر مورد توجه قرار می‌گیرند که I_B بزرگ‌تری دارند.

توجه کنید که اندازه اهمیت بیرنبام جزء c_i، $I_B(i;\mathbf{p})$، تنها به ساختار سیستم و قابلیت اعتماد دیگر اجزاء وابسته است.

اندازه اهمیت بیرنبام را می‌توان طبق رابطه زیر

$$I_B(i;\mathbf{p}) = P(\varphi(1_i, \mathbf{x}^{(i)}) - \varphi(0_i, \mathbf{x}^{(i)}) = 1)$$

احتمال بحرانی بودن یک جزء برای سیستم نیز در نظر گرفت. به عبارتی این اندازه، احتمال آن است که کارکرد یا عدم کارکرد جزء c_i سبب کارکرد یا عدم کارکرد سیستم شود. طبق رابطه قبل حدود I_B از نتیجه ذیل حاصل می‌شود.

نتیجه ۱.۳. برای یک سیستم منسجم با $n \geq 2$ و برای $i = 1, ..., n$، $0 \leq I_B(i;\mathbf{p}) \leq 1$.

از استقلال اجزای سیستم ثابت می‌شود که اندازه بیرنبام معادل رابطه ذیل است

$$I_B(i;\mathbf{p}) = h(1_i, \mathbf{p}^{(i)}) - h(0_i, \mathbf{p}^{(i)}), \qquad (۲)$$

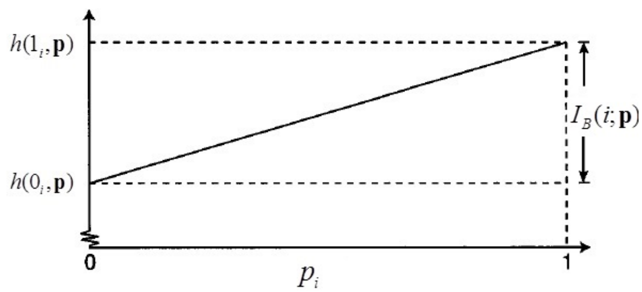
که در آن

$$(1_i, \mathbf{p}^{(i)}) = (p_1, ..., p_{i-1}, 1_i, p_{i+1}, ..., p_n)$$

و

$$(0_i, \mathbf{p}^{(i)}) = (p_1, ..., p_{i-1}, 0_i, p_{i+1}, ..., p_n).$$

این اندازه به‌صورت نموداری در شکل (۱) نشان داده شده است.



شکل ۱: نمودار اندازه اهمیت بیرنبام

بنابراین می‌توان گفت که اندازه اهمیت بیرنبام، معادل با میزان افزایش قابلیت اعتماد سیستم در صورت یک واحد افزایش قابلیت اعتماد جزء c_i است.

مثال ۲.۳. یک سیستم متوالی با اجزای مستقل و قابلیت اعتماد p_i، $i = 1, ..., n$ را در نظر بگیرید. اندازه اهمیت بیرنبام جزء c_i به‌صورت ذیل به‌دست می‌آید

$$I_B(i;\mathbf{p}) = \frac{\partial h(\mathbf{p})}{\partial p_i} = \frac{\partial}{\partial p_i} \prod_{j=1}^{n} p_j = \prod_{j \neq i}^{n} p_j.$$

بنابراین، در یک سیستم متوالی با اجزای مستقل، اهمیت نسبی قابلیت اعتماد هر جزء با حاصل‌ضرب قابلیت اعتماد اجزای دیگر برابر است. اگر فرض کنیم اجزای سیستم به گونه‌ای شماره‌گذاری شوند که $p_1 \leq p_2 \leq ... \leq p_n$ آن‌گاه

$$I_B(1;\mathbf{p}) \geq ... \geq I_B(n;\mathbf{p}).$$

یعنی ضعیف‌ترین جزء در سیستم متوالی بنابر اندازه اهمیت بیرنبام از بقیه اجزاء مهم‌تر است.

مثال ۳.۳. یک سیستم موازی با اجزای مستقل و قابلیت اعتماد p_i ، $i=1,...,n$ را در نظر بگیرید. اندازه اهمیت بیرنبام جزء c_i به‌صورت ذیل به‌دست می‌آید

$$\begin{aligned} I_B(i;\mathbf{p}) &= \frac{\partial h(\mathbf{p})}{\partial p_i} \\ &= \frac{\partial}{\partial p_i}[1-\prod_{j=1}^{n}(1-p_j)] \\ &= \prod_{j\neq i}^{n}(1-p_j). \end{aligned}$$

اگر فرض کنیم اجزای سیستم به گونه‌ای شماره‌گذاری شوند که $p_1\le p_2\le ...\le p_n$ آنگاه

$$I_B(1;\mathbf{p})<I_B(2;\mathbf{p})<...<I_B(n;\mathbf{p}).$$

یعنی در سیستم‌های موازی بنابر اندازه اهمیت بیرنبام جزئی که بیشترین قابلیت اعتماد را دارد از بقیه اجزاء مهم‌تر است.

۱.۳ اندازه اهمیت طول عمر بیرنبام

لَمبرت [۱۶] و نَتویج اندازه اهمیت بیرنبام را با استفاده از توزیع طول عمر اجزا با جایگذاری $\bar{F}_i(t)$ به جای p_i توسعه دادند. بر این اساس اندازه اهمیت طول عمر بیرنبام از رابطه ذیل حاصل می‌شود

$$\begin{aligned} I_B(i;\bar{F}(t)) &= P(\varphi(1_i,\mathbf{x}^{(i)}(t))-\varphi(0_i,\mathbf{x}^{(i)}(t))=1) \\ &= h(1_i,\bar{F}^{(i)}(t))-h(0_i,\bar{F}^{(i)}(t)), \end{aligned} \qquad (۳)$$

که در آن

$$(\cdot_i,\mathbf{x}^{(i)}(t))=(x_1(t),...,x_{i-1}(t),\cdot_i,x_{i+1}(t),...,x_n(t)).$$

براین اساس، $I_B(i;\bar{F}(t))$، احتمال بحرانی بودن جزء c_i برای سیستم در زمان t است.

۲.۳ اندازه اهمیت ساختار بیرنبام

بیرنبام [۵] اندازه اهمیت ساختار را برمبنای مفهوم بحرانی بودن جزء c_i برای سیستم تعریف کرد. در این حالت فرض بر این است که همه اجزاء دارای قابلیت اعتماد یکسان و برابر $\frac{1}{2}$ هستند. در تعریف ذیل $m_i(m'_i)$ نشان دهنده تعداد بردارهای قطع‌کننده (مسیر) بحرانی شامل جزء c_i است.

تعریف ۳.۴. اندازه اهمیت ساختار بیرنبام جزء c_i برای سیستمی با تابع ساختارφ، $I_B(i;\varphi)$، برابر

$$I_B(i;\varphi)=\frac{1}{2^{n-1}}\sum_{\{(.,\mathbf{x}^{(i)})\}}(\varphi(1_i,\mathbf{x}^{(i)})-\varphi(0_i,\mathbf{x}^{(i)}))$$

است که در آن $\mathbf{x}^{(i)}$ نشان دهنده بردار حالت اجزاء، صرف نظر از جزء c_i است و $(1_i,\mathbf{x}^{(i)})$ نشان دهنده بردار حالت اجزاء در صورتی است که c_i در حالت فعال باشد. به عبارتی، اندازه اهمیت ساختار بیرنبام جزء c_i، $I_B(i;\varphi)$، نسبت بین تعداد بردارهای حالتی که در آن جزء c_i برای سیستم بحرانی باشد به تعداد بردارهای حالت برای $n-1$ جزء است.

در رابطه فوق، 2^{n-1} نشان دهنده تعداد بردارهای حالت برای $n-1$ جزء (صرف نظر از جزء c_i) است و $\sum_{\{(.,\mathbf{x}^{(i)})\}}(\varphi(1_i,\mathbf{x}^{(i)})-\varphi(0_i,\mathbf{x}^{(i)}))$ نشان دهنده تعداد بردارهای حالتی است که در آن جزء c_i برای سیستم بحرانی است.

در حقیقت اندازه اهمیت ساختار یک جزء، اندازه اهمیت جایگاه آن جزء در سیستم است و مستقل از قابلیت اعتماد اجزاء است.

۴ اندازه اهمیت بحرانی اجزاء

اندازه اهمیت بیرنبام جزء c_i مستقل از قابلیت اعتماد جزء c_i است و این یک نقص برای I_B است. کو و زو [۱۵] دو اندازه اهمیت بحرانی [۱۹] برای رفع این مشکل مطرح کردند. این اندازه، معیار مناسبی برای اولویت‌بندی عمل نگهداری پیشگیرانه اجزاء است که به اندازه اهمیت بیرنبام وابسته است.

تعریف ۱.۴. اهمیت قابلیت اعتماد بحرانی جزء c_i برای کارکرد سیستم[۲۰]، $I_{Cs}(i;\mathbf{p})$، احتمال آن است که جزء c_i فعال باشد و فعال بودن آن برای کارکرد سیستم بحرانی باشد به شرط آن‌که

[۱۹] Criticality Reliability Importance

[۲۰] Criticality Importance For System Functioning (Success)

بدانیم سیستم فعال است و به‌صورت ذیل تعریف می‌شود

$$\begin{aligned} I_{Cs}(i;\mathbf{p}) &= \frac{p_i[h(1_i,\mathbf{p}^{(i)}) - h(0_i,\mathbf{p}^{(i)})]}{h(\mathbf{p})} \\ &= \frac{p_i}{h(\mathbf{p})} I_B(i;\mathbf{p}). \end{aligned} \qquad (٤)$$

با توجه به مثال ٣.٢ و رابطه فوق، نتیجه ذیل حاصل می‌شود.

نتیجه ٢.٤. در یک سیستم با ساختار موازی و با n جزء مستقل، اگر اجزاء به گونه‌ای شماره‌گذاری شوند که $p_1 < p_2 < \dots < p_n$ آن‌گاه

$$I_{Cs}(1;\mathbf{p}) \le I_{Cs}(2;\mathbf{p}) \le \dots \le I_{Cs}(n;\mathbf{p}).$$

براساس نتیجه فوق، I_B و I_{Cs} در یک سیستم موازی به‌طور معادل اجزاء را رتبه‌بندی می‌کنند.

تعریف ٣.٤. اهمیت قابلیت اعتماد بحرانی جزء c_i برای عدم کارکرد سیستم [٢١]، $I_{Cf}(i;\mathbf{p})$، احتمال آن است که جزء c_i غیرفعال باشد و غیرفعال بودن آن برای عدم کارکرد سیستم بحرانی باشد به شرط آن‌که بدانیم سیستم غیرفعال است و این اندازه از رابطه ذیل حاصل می‌شود

$$\begin{aligned} I_{Cf}(i;\mathbf{p}) &= \frac{q_i[h(1_i,\mathbf{p}^{(i)}) - h(0_i,\mathbf{p}^{(i)})]}{1-h(\mathbf{p})} \\ &= \frac{q_i}{1-h(\mathbf{p})} I_B(i;\mathbf{p}). \end{aligned} \qquad (٥)$$

با توجه به مثال ٢.٢ و رابطه فوق، نتیجه ذیل حاصل می‌شود.

نتیجه ٤.٤. در یک سیستم با ساختار متوالی و با n جزء مستقل، اگر اجزاء به گونه‌ای شماره‌گذاری شوند که $p_1 < p_2 < \dots < p_n$ آن‌گاه

$$I_{Cf}(1;\mathbf{p}) \ge I_{Cf}(2;\mathbf{p}) \ge \dots \ge I_{Cf}(n;\mathbf{p}).$$

بر طبق نتیجه فوق، I_B و I_{Cf} در یک سیستم متوالی به‌طور معادل اجزاء را رتبه‌بندی می‌کنند.

٥ اهمیت اجزاء در بهینه‌سازی

هر معیاری جهت تعیین اولویت اجزاء برای بهینه شدن باید به قابلیت اعتماد جزء مورد نظر و نوع روش بهینه‌سازی وابسته باشد. زیرا هر نوع اقدامی جهت بهینه‌سازی سیستم می‌تواند نوع رتبه‌بندی اجزاء را تغییر دهد. به عنوان مثال، در بهینه‌سازی سیستم به روش جایگزین کردن یک جزء کاملاً قابل اعتماد، $p_i = 1$، با جزء دیگر، اولویت انتخاب اجزاء برای بهینه‌سازی سیستم لزوماً برابر با رتبه اهمیت اجزاء به روش افزونگی موازی نیست.

زیه و شِن [٢١] اندازه بهبود واقع گرایانه پتانسیل [٢٢] جزء c_i، $I_{RIP}(i;\mathbf{p})$ را به صورت ذیل تعریف کردند.

$$I_{RIP}(i;\mathbf{p}) = h({p'}_i,\mathbf{p}^{(i)}) - h(\mathbf{p}), \qquad (٦)$$

که در آن ${p'}_i$ قابلیت اعتماد جزء c_i پس از بهینه‌سازی است و $h({p'}_i,\mathbf{p}^{(i)})$ نشان دهنده قابلیت اعتماد سیستم پس از بهبود قابلیت اعتماد جزء c_i است. بر اساس رابطه فوق، $I_{RIP}(i;\mathbf{p})$ نشان دهنده میزان افزایش قابلیت اعتماد سیستم به سبب بهبود جزء c_i است. این اندازه برحسب اندازه اهمیت بیرنبام از رابطه زیر حاصل می‌شود

$$I_{RIP}(i;\mathbf{p}) = ({p'}_i - p_i) I_B(i;\mathbf{p}).$$

از این اندازه در رتبه‌بندی اجزاء با هر نوع روش بهینه‌سازی می‌توان استفاده کرد. در قسمت ١.٤ و ٢.٤ به دو روش بهینه‌سازی در سیستم‌ها اشاره می‌کنیم و نشان می‌دهیم که می‌توان با استفاده از I_{RIP}، اجزاء را برحسب اهمیتشان در سیستم، برمبنای شیوه بهینه‌سازی، رتبه‌بندی نمود.

١.٥ اندازه بهبود پتانسیل

فرض کنید، سیستمی با قابلیت اعتماد $h(\mathbf{p})$ داریم. گاهی اوقات علاقه‌مندیم که بدانیم اگر جزء c_i را با یک جزء کاملاً قابل اعتماد، $p_i = 1$ تعویض نماییم چقدر قابلیت اعتماد سیستم افزایش می‌یابد. به اختلاف بین $h(\mathbf{p})$ و $h(1_i,\mathbf{p})$ اندازه بهبود پتانسیل [٢٣] گفته می‌شود که آن را با $I_{IP}(i;\mathbf{p})$ نشان می‌دهیم. این اندازه از رابطه زیر حاصل می‌شود

$$I_{IP}(i;\mathbf{p}) = h(1,\mathbf{p}^{(i)}) - h(\mathbf{p}). \qquad (٧)$$

اندازه اهمیت بهبود پتانسیل نشان دهنده ماکزیمم بهبود قابلیت اعتماد یک سیستم است که می‌تواند به سبب بهبود جزء c_i به‌دست آید.

[٢١] Criticality Importance For System Failure

[٢٢] Realistic improvement potential

[٢٣] Improvement Potential Importance

با توجه به شیب خط در شکل (۱) می‌توان اندازه اهمیت بیرنبام را به‌صورت ذیل تعریف کرد

$$I_B(i;\mathbf{p}) = \frac{h(1,\mathbf{p}^{(i)}) - h(\mathbf{p})}{1-p_i}.$$

در این حالت، اندازه بهبود پتانسیل را می‌توان به‌صورت ذیل بازنویسی نمود

$$I_{IP}(i;\mathbf{p}) = I_B(i;\mathbf{p})(1-p_i). \quad (۸)$$

۲.۵ اندازه اهمیت افزونگی

بولَند [۲۴] و همکاران [۷،۸،۹]، زیه و شِن [۲۱،۲۲]، اندازه اهمیت افزونگی متوالی و موازی را با استفاده از مفهوم اندازه بهبود واقع گرایانه پتانسیل تعریف نموده و کاربردهای آن را مورد بررسی قرار دادند.

فرض کنید (N,φ) یک سیستم منسجم است که در آن $\mathbf{p} = (p_1,p_2,...,p_n)$ بردار قابلیت اعتماد همه اجزاء است و برای هر جزء c_i یک جزء یدکی (اضافی) c_i^* با قابلیت اعتماد p_i^* وجود دارد. فرض کنید $N^*=\{1^*,2^*,...,n^*\}$ مجموعه اجزای یدکی، c_i^*، با قابلیت اعتماد $\mathbf{p}^*=(p_1^*,p_2^*,...,p_n^*)$ باشند.

با افزودن جزء یدکی c_i^* با قابلیت اعتماد p_i^* به جزء c_i به‌صورت موازی قابلیت اعتماد جایگاه iام به میزان $p' = p_i + q_ip_i^*$ افزایش می‌یابد. براین اساس طبق اندازه بهبود واقع‌گرایانه پتانسیل، اندازه اهمیت قابلیت اعتماد افزونگی موازی جزء c_i، $I_{PR}(i;\mathbf{p})$، از رابطه ذیل حاصل می‌شود

$$I_{PR}(i;\mathbf{p}) = p_i^*q_iI_B(i;\mathbf{p}). \quad (۹)$$

این اندازه نشان‌دهنده میزان افزایش قابلیت اعتماد سیستم به واسطه افزودن یک جزء یدکی با قابلیت اعتماد p_i^* به‌صورت یک جزء افزوده موازی با جزء c_i است.

با افزودن جزء c_i^* با قابلیت اعتماد p_i^* به جزء c_i به‌صورت متوالی قابلیت اعتماد جایگاه i ام، $h_i(\mathbf{p})$ به میزان $p' = p_ip_i^*$ کاهش می‌یابد. براین اساس طبق اندازه بهبود واقع‌گرایانه پتانسیل، اندازه اهمیت قابلیت اعتماد افزونگی متوالی جزء c_i، $I_{SR}(i;\mathbf{p})$، از رابطه ذیل حاصل می‌شود

$$I_{SR}(i;\mathbf{p}) = q_i^*p_iI_B(i;\mathbf{p}). \quad (۱۰)$$

مطابق با روابط (۹) و (۱۰)، اندازه اهمیت افزونگی متوالی و موازی جزء c_i به قابلیت اعتماد خود جزء یعنی p_i، اندازه اهمیت بیرنبام جزء c_i یعنی $I_B(i;\mathbf{p})$ و قابلیت اعتماد جزء افزوده، p_i^*، وابسته است. برمبنای این تعاریف، در صورتی که مجاز به افزودن تنها یک جزء به سیستم باشیم، ماکزیمم مقدار اندازه اهمیت افزونگی موازی (متوالی) معادل است با ماکزیمم مقدار (مینیمم مقدار) افزایش (کاهش) قابلیت اعتماد سیستم است.

مثال ۱.۵. یک سیستم متوالی با اجزای مستقل c_1 و c_2 با قابلیت اعتماد $p_1 = 0.98$ و $p_2 = 0.96$ و اجزای یدکی c_1^* و c_2^* را با قابلیت اعتماد $p_1^* = p_2^* = 0.9$ در نظر بگیرید، می‌توان اندازه $I_{SR}(i;\mathbf{p})$ و $I_{PR}(i;\mathbf{p})$ را محاسبه کرد. نتایج حاصل از محاسبات را در جدول زیر مشاهده کنید.

	$I_B(i;\mathbf{p})$	$I_{PR}(i;\mathbf{p})$	$I_{SR}(i;\mathbf{p})$
c_1	۰/۹۶	۰/۰۱۷۲۸	۰/۰۹٤۰۸
c_2	۰/۹۸	۰/۰۳۵۲۸	۰/۰۹٤۰۸

با توجه به فرضیات مسئله و نتایج جدول فوق، اگر $p_2 < p_1$ و $p_1^* = p_2^*$ آنگاه $I_{PR}(2;\mathbf{p}) > I_{PR}(1;\mathbf{p})$. بر این اساس در یک سیستم متوالی، در صورتی که اجزای افزوده قابلیت اعتماد یکسانی داشته باشند، بیشترین اندازه I_{PR} مربوط به جزئی است که کمترین قابلیت اعتماد را دارد. همچنین، اگر $p_2 < p_1$ و $p_1^* = p_2^*$ آنگاه $I_{SR}(1;\mathbf{p}) = I_{SR}(2;\mathbf{p})$. لذا، می‌توان گفت که در یک سیستم متوالی با دو جزء c_1 و c_2، اندازه I_{SR} برای هر دو جزء c_1^* و c_2^* یکسان است.

۶ میزان افزایش (کاهش) قابلیت اعتماد

ویزِر و لوری [۱۹] اندازه میزان افزایش قابلیت اعتماد[۲۵] (RAW) را مطرح کردند. این اندازه، بیشترین مقدار افزایش در قابلیت اعتماد یک سیستم را برحسب یک جزء خاص تعیین می‌کند. از این اندازه بیشتر در طرح‌ها و نیروگاه‌های هسته‌ای استفاده می‌شود.

[۲٤] Boland

[۲۵] Reliability achievement worth

تعریف ۱.٦. اندازه میزان افزایش قابلیت اعتماد جزء c_i، $I_{RAW}(i;\mathbf{p})$، برابر

$$I_{RAW}(i;\mathbf{p}) = \frac{h(1_i,\mathbf{p}^{(i)})}{h(\mathbf{p})}, \qquad (۱۱)$$

است. به سادگی رابطه فوق را می‌توان برحسب اندازه اهمیت بیرنبام به‌صورت ذیل تعریف کرد

$$I_{RAW}(i;\mathbf{p}) = 1 + \frac{q_i}{h(\mathbf{p})} I_B\left(i;\mathbf{p}\right). \qquad (۱۲)$$

رابطه (۱۱) را می‌توان برحسب اندازه بهبود پتانسیل نیز به‌صورت ذیل تعریف کرد

$$I_{RAW}(i;\mathbf{p}) = 1 + \frac{I_{IP}(i;\mathbf{p})}{h(\mathbf{p})}. \qquad (۱۳)$$

اندازه RAW نشان دهنده نسبت قابلیت اعتماد سیستم در حالت جایگذاری جزء c_i با یک جزء کاملاً قابل اعتماد، $p_i = 1$، به قابلیت اعتماد واقعی سیستم است. این اندازه نشان دهنده ارزش جزء c_i در افزایش سطح کلی قابلیت اعتماد سیستم است.

از مثال ۲.۲ و رابطه (۱۲)، نتیجه ذیل حاصل می‌شود.

نتیجه ۲.٦. در یک سیستم متوالی با n جزء مستقل و با فرض آن‌که $p_1 < p_2 < ... < p_n$، آنگاه اندازه RAW اجزای سیستم به‌صورت ذیل مرتب می‌شود

$$I_{RAW}(1;\mathbf{p}) > ... > I_{RAW}(n;\mathbf{p}).$$

بنابر نتیجه فوق، I_B و I_{RAW} در یک سیستم با ساختار متوالی به‌طور معادل اجزاء را رتبه‌بندی می‌کنند.

لیوتین و همکاران [۱۷] اندازه میزان کاهش قابلیت اعتماد[۲٦] را مطرح کردند. این اندازه زیان پتانسیل وارد شده به یک سیستم را توسط یک جزء خاص ارزیابی می‌کند.

تعریف ۳.٦. اندازه اهمیت میزان کاهش قابلیت اعتماد (RRW) جزء c_i به‌صورت ذیل تعریف می‌شود

$$I_{RRW}(i;\mathbf{p}) = \frac{h(\mathbf{p})}{h(0_i,\mathbf{p}^{(i)})}. \qquad (۱٤)$$

می‌توان رابطه فوق را برحسب اندازه بیرنبام به‌صورت ذیل تعریف کرد

$$I_{RRW}(i;\mathbf{p}) = \frac{1}{1 - \frac{P_i}{h(\mathbf{p})} I_B\left(i;\mathbf{p}\right)}. \qquad (۱۵)$$

اندازه RRW، نشان دهنده نسبت قابلیت اعتماد سیستم به قابلیت اعتماد سیستم در حالتی است که جزء c_i در سیستم غیرفعال باشد و همچنین، نشان دهنده اهمیت نگهداری پیش‌گیرانه جزء c_i در یک سطح متداول از قابلیت اعتماد سیستم است.

از رابطه (۱۵) و مثال ۳.۲ نتیجه ذیل حاصل می‌شود.

نتیجه ٤.٦. در یک سیستم با ساختار موازی و با n جزء مستقل، اگر اجزاء به گونه‌ای شماره‌گذاری شوند که $p_1 < p_2 < ... < p_n$ آنگاه داریم،

$$I_{RRW}(1;\mathbf{p}) < ... < I_{RRW}(n;\mathbf{p}).$$

بنابراین، I_B و I_{RRW} در یک سیستم با ساختار موازی به‌طور معادل اجزاء را رتبه‌بندی می‌کنند.

۷ اندازه اهمیت قابلیت اعتماد توأم

هانگ و لی [۱۳] اندازه اهمیت قابلیت اعتماد توأم دو جزء c_i و c_j، $I_{JR^{\text{II}}}(i,j;\mathbf{p})$، را به صورت زیر تعریف کردند

$$I_{JR^{\text{II}}}(i,j;\mathbf{p}^{(ij)}) = \frac{\partial^2 h(\mathbf{p})}{\partial p_i \partial p_j}. \qquad (۱٦)$$

برحسب اندازه فوق، از لحاظ تعمیر و نگهداری و یا حتی انتخاب اجزاء با هزینه و کیفیت بالاتر، دو جزئی بیشتر مورد توجه قرار می‌گیرند که JRI بزرگتری داشته باشند.

هانگ و لی [۱۳] در قضیه ۱.۷ رابطه بین $I_{JR^{\text{II}}}$ و I_B را در یک سیستم منسجم به دست آوردند.

فرض کنید نماد $I_B(j;1_i,\mathbf{p}^{(i)})$ نشان دهنده اندازه اهمیت بیرنبام جزء c_j به شرط فعال بودن جزء c_i در سیستم و نماد $I_B(j;0_i,\mathbf{p}^{(i)})$ نشان دهنده اندازه اهمیت بیرنبام جزء c_j به شرط غیرفعال بودن جزء c_i در سیستم است.

قضیه ۱.۷. در سیستم منسجم (N,φ) با اجزای مستقل $c_1,...,c_n$، داریم

الف)

$$I_{JR^{\text{II}}}(i,j;\mathbf{p}) = I_B(j;1_i,\mathbf{p}^{(i)}) - I_B(j;0_i,\mathbf{p}^{(i)}).$$

ب)

$$I_{JR^{\text{II}}}(i,j;\mathbf{p}) = I_B(i;1_j,\mathbf{p}^{(j)}) - I_B(i;0_j,\mathbf{p}^{(j)}).$$

[۲٦] Reliability reduction worth

در اصل JRI دو جزء نشان دهنده میزان تغییر اهمیت قابلیت اعتماد یک جزء در حضور یا عدم حضور جزء دیگر است که براساس آن، نتیجه ذیل حاصل می‌شود.

نتیجه ۲.۷. برای هر دو جزء c_i و c_j،

$$-1 \leq I_{JR^{\text{II}}}(i,j;\mathbf{p}) \leq 1.$$

۱.۷ علامت JRI برای دو جزء

علامت $I_{JR^{\text{II}}}$ نشان دهنده رابطه بین دو جزء در سیستم است. لذا، تعیین علامت $I_{JR^{\text{II}}}$ نقش مهمی در تجزیه و تحلیل قابلیت اعتماد سیستم و مباحث مربوط به تعمیر و نگهداری پیش‌گیرانه ایفا می‌کند.

قضیه ذیل در حالتی که متغیرها مستقل یا وابسته باشند، برقرار است.

قضیه ۳.۷.

الف) اگر هیچ مسیر مینیمالی شامل هر دو جزء c_i و c_j وجود نداشته باشد آنگاه

$$I_{JR^{\text{II}}}(i,j;\mathbf{p}) \leq 0.$$

ب) اگر هیچ قطع کننده مینیمالی شامل هر دو جزء c_i و c_j وجود نداشته باشد آنگاه

$$I_{JR^{\text{II}}}(i,j;\mathbf{p}) \geq 0.$$

بنابرقضیه فوق ، در حالتی که دو جزء به‌صورت متوالی به یکدیگر متصل هستند علامت $I_{JR^{\text{II}}}$ مثبت است و در حالتی که دو جزء به‌صورت موازی متصل هستند علامت $I_{JR^{\text{II}}}$ منفی است.

تذکر ٤.٧. دو جزء، مکمل (جانشین) قابلیت اعتماد یکدیگر هستند اگر با فعال بودن یکی از این دو جزء، اهمیت جزء دیگر افزایش (کاهش) یابد (هاگسترام[۲۷] [۱۲]). بنابراین، دو جزء، مکمل (جانشین) قابلیت اعتماد یکدیگر هستند اگر علامت JRI آن‌ها غیر منفی (غیر مثبت) باشد.

گااو و همکاران [۱۰] اندازه اهمیت توأم را برای k جزء در سیستم به صورت زیر توسعه دادند

$$I_{JR^k}(c_1,...,c_k) = \frac{\partial^k h(\mathbf{p})}{\prod\limits_{i=1}^{k} \partial p_i}. \qquad (۱۷)$$

مثال ۵.۷. یک سیستم موازی-متوالی با اجزای $i.i.d$ و قابلیت اعتماد یکسان p را در نظر بگیرید. فرض کنید سیستم دارای k زیر سیستم (مدول) متوالی با n_k جزء در k امین زیر سیستم، $k=1,...,m$، باشد. بنابراین، قابلیت اعتماد سیستم برابر است با $h(\mathbf{p}) = 1 - \prod\limits_{k=1}^{m}(1-p^{n_k})$. $I_{JR^{\text{II}}}$ دو جزء c_i و c_j در زیر سیستم k، به‌صورت ذیل محاسبه می‌شود.

$$I_{JR^{\text{II}}}(i,j;p) = p^{n_k-2}\prod_{r\neq k}(1-p^{n_r}) \geq 0.$$

$I_{JR^{\text{II}}}$ جزء c_i در زیر سیستم k و جزء c_j در زیر سیستم k' به‌صورت ذیل محاسبه می‌شود.

$$I_{JR^{\text{II}}}(i,j;p) = -p^{n_k-n_{k'}-2}\prod_{r\neq k,k'}(1-p^{n_r}) \leq 0.$$

۸ اندازه اهمیت بارلو-پُروشان

سیستمی با n جزء $c_1,...,c_n$ و توزیع طول عمر $F_1,...,F_n$ را در نظر بگیرید. فرض کنید که تنها عدم کارکرد یک جزء، مانند جزء c_i، سبب غیرفعال شدن سیستم شود. به این معنا که فقط یک جزء بحرانی در بازه زمانی $(0,\infty)$ برای سیستم وجود داشته باشد.

تعریف ۱.۸. اندازه اهمیت بارلو-پُروشان، $I_{BP}(i;\bar{\mathbf{F}}^{(i)})$، احتمال آن است جزء c_i برای سیستم در یک زمان نامتناهی بحرانی باشد. به عبارت دیگر

$$I_{BP}(i;\bar{\mathbf{F}}) = \int_0^\infty [h(1_i,\bar{\mathbf{F}}^{(i)}(t)) - h(0_i,\bar{\mathbf{F}}^{(i)}(t))]dF_i(t), \qquad (۱۸)$$

با توجه به تعریف اندازه اهمیت طول عمر بیرنبام داریم

$$I_{BP}(i;\bar{\mathbf{F}}) = \int_0^\infty I_B(i;\bar{\mathbf{F}}(t))dF_i(t).$$

به عبارت دیگر اندازه $I_{BP}(i;\bar{\mathbf{F}})$ یک متوسط وزنی از اندازه اهمیت $I_B(i;\bar{\mathbf{F}}(t))$ در یک دوره زمانی نامتناهی است. برمبنای این اندازه، جزئی بیشترین اهمیت را دارد که با احتمال بیشتری،

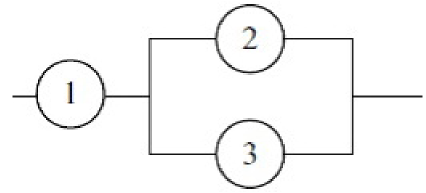
[۲۷] Hagstrom

[۲۸] Neweihi

در بازه زمانی $(0,\infty)$، برای سیستم بحرانی باشد. بولَند و نیوهی[۲۸] ثابت کردند که اگر T_φ طول عمر سیستم و T_i طول عمر جزء c_i، $i=1,2,...,n$ باشد، اندازه اهمیت BP دقیقاً برابر با احتمال آن است که طول عمر سیستم برابر با طول عمر جزء c_i باشد، به عبارتی

$$I_{BP}(i;\bar{\mathbf{F}}) = P(T_\varphi = T_i).$$

مثال ۲.۸. سیستمی شامل سه جزء مستقل c_1، c_2 و c_3 مانند ساختار شکل (۲) در نظر بگیرید.



شکل ۲: ساختار متوالی-موازی

با فرض آن‌که $\bar{F}_i(t) = \exp[-\lambda_i t]$، $i = 1,2,3$، اندازه اهمیت BP هر جزء به‌صورت ذیل محاسبه می‌شود.

قابلیت اعتماد سیستم، با تغییر متغیر $p = e^{-t}$ برابر

$$h(p^{\lambda_1}, p^{\lambda_2}, p^{\lambda_3}) = p^{\lambda_1}[1-(1-p^{\lambda_2})(1-p^{\lambda_3})],$$

است، c_1 در حالت متوالی با $\{c_2, c_3\}$ است.

لذا $h(0, p^{\lambda_2}, p^{\lambda_3}) = 0$. بنابراین

$$\begin{aligned} I_{BP}(c_1) &= \int_0^1 [1-(1-p^{\lambda_2})(1-p^{\lambda_3})]\lambda_1 p^{\lambda_1 - 1} dp \\ &= \frac{\lambda_1}{\lambda_1+\lambda_2} + \frac{\lambda_1}{\lambda_1+\lambda_3} - \frac{\lambda_1}{\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3}. \qquad (۱۹) \end{aligned}$$

به طور مشابه، اندازه اهمیت BP برای سایر اجزاء محاسبه می‌شود

$$I_{BP}(c_2) = \frac{\lambda_2}{\lambda_1+\lambda_2} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3},$$
$$I_{BP}(c_3) = \frac{\lambda_3}{\lambda_1+\lambda_3} - \frac{\lambda_3}{\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3}.$$

بارلو و پُروشان [۴] تحت قضیه‌ای معیار ساده‌ای جهت مقایسه اندازه اهمیت BP دو جزء c_i و c_j در یک سیستم ارائه کردند که براساس این قضیه می‌توان با استفاده از تابع بقا یا تابع توزیع دو جزء c_i و c_j اندازه اهمیت BP آن‌ها را در یک سیستم مورد مقایسه قرار داد. نَتویچ و گسمیر [۱۸] این قضیه را تعمیم دادند و کران پایینی برای تفاضل $I_{BP}(i;\bar{\mathbf{F}})$ از $I_{BP}(j;\bar{\mathbf{F}})$ به‌دست آوردند. در ادامه به این قضیه می‌پردازیم.

قضیه ۳.۸.

الف) اگر جزء c_i در حالت متوالی با سایر اجزای سیستم باشد و برای $t \geq 0$، $F_i(t) \geq F_j(t)$ آنگاه

$$I_{BP}(i;\bar{\mathbf{F}}) - I_{BP}(j;\bar{\mathbf{F}}) \geq \int_0^\infty \frac{f_j(t)}{\bar{F}_j(t)} h(0_j, \bar{\mathbf{F}}^{(j)}(t))dt.$$

ب) اگر جزء c_i در حالت موازی با سایر اجزای سیستم باشد و برای $t \geq 0$، $\bar{F}_i(t) \geq \bar{F}_j(t)$ آنگاه

$$I_{BP}(i;\bar{\mathbf{F}}) - I_{BP}(j;\bar{\mathbf{F}}) \geq \int_0^\infty \frac{f_j(t)}{F_j(t)} (1-h(1_j, \bar{\mathbf{F}}^{(j)}(t))dt).$$

توجه کنید که طرف راست نابرابری اول وقتی که جزء c_j در حالت متوالی با سایر اجزای سیستم باشد، صفر است. طرف راست نابرابری دوم وقتی صفر می‌شود که جزء c_j در حالت موازی با سایر اجزای سیستم باشد.

از قضیه فوق، نتیجه ذیل حاصل می‌شود.

نتیجه ۴.۸. در یک سیستم متوالی (موازی)، اگر برای $t \geq 0$، $F_i(t) \geq F_j(t)$ ($\bar{F}_i(t) \geq \bar{F}_j(t)$) آنگاه $I_{BP}(i;\bar{\mathbf{F}}) \geq I_{BP}(j;\bar{\mathbf{F}})$.

بر طبق این نتیجه، در یک سیستم متوالی (موازی) جزئی بیشترین اندازه اهمیت BP را دارد که کمترین (بیشترین) قابلیت اعتماد را داشته باشد.

۱.۸ اندازه اهمیت ساختار BP

اندازه اهمیت ساختار BP حالت خاصی از اندازه اهمیت طول عمر BP است که در آن توزیع طول عمر برای همه اجزاء یکسان در نظر گرفته می‌شود. یعنی $F_1 = F_2 = ... = F_n$ که با تغییر متغیر $p = \bar{F}_i(t)$ رابطه ذیل حاصل می‌شود.

$$\begin{aligned} I_{BP}(i;\varphi) &= \int_0^1 [h(1_i, p) - h(0_i, p)]dp \\ &= \int_0^1 I_B(i;p)dp, \end{aligned} \qquad (۲۰)$$

که در آن بردار $(1_i, p)$ نشان دهنده آن است که در iامین مکان جزء c_i فعال است و در مکان‌های دیگر اجزاء با احتمال p فعال هستند. به همین ترتیب بردار $(0_i, p)$ را می‌توان تعریف کرد.

طبق تعریف فوق، اندازه اهمیت ساختار BP متوسط اندازه اهمیت $B-i.i.d$ در حدود $p \in [0,1]$ است.

تذکر ۵.۸. در صورتی که اجزای سیستم $i.i.d$ باشند، $B - i.i.d$ اندازه اهمیت بیرنبام را با $I_B(i;p)$ برحسب اسکالر p نشان می‌دهیم. به اندازه اهمیت قابلیت اعتماد بیرنبام اشاره دارد. در این صورت

مراجع

[۱] اسدی، مجید.، آشنایی با نظریه قابلیت اعتماد. (۱۳۹۲). چاپ اول، مرکز نشر دانشگاهی.

[۲] باغبان سیچانی، مرضیه.، بحثی درباره اهمیت قابلیت اعتماد اجزای سیستم. (۱۳۹۳). رساله کارشناسی ارشد، دانشگاه اصفهان.

[3] Armstrong, M. J. (1995). Joint reliability-importance of components. *IEEE Transactions on Reliability*, **44**, 408–412.

[4] Barlow, R. E. and Proschan, F. (1975a). Importance of system components and fault tree events. *Statistic Processes and Their Applications*, **3**, 153–172.

[5] Birnbaum, Z. W. (1969). On the importance of different components in a multicomponent system. In: Krishnaiah, P. R., ed. *Multivariate Analysis II*. New York: Academic Press, pp. 581–592.

[6] Boland, P. J. and Proschan, F. (1983). The reliability of k out of n systems. *Annals of Probability*, **11**, 760–764.

[7] Boland, P. J., El-Neweihi, E. and Proschan, F. (1988). Active redundancy allocation in coherent systems. *Probability in the Engineering and Informational Sciences*, **2**, 343–353.

[8] Boland, P. J., El-Neweihi, E. and Proschan, F. (1991). Redundancy importance and allocation of spares in coherent systems. *Journal of Statistical Planning and Inference*, **29**, 55–65.

[9] Boland, P. J., El-Neweihi, E. and Proschan, F. (1992). Stochastic order for redundancy allocations in series and parallel systems. *Advances in Applied Probability*, **24**, 161–171.

[10] Gao, X., Cui, L. and Li, J. (2007). Analysis for joint importance of components in a coherent system. *European Journal of Operational Research*, **182**, 282–299.

[11] Griffith, W. S. and Govindarajulu, Z. (1985). Consecutive k-out-of-n failure systems: reliability, availability, component importance, and multistate extensions. *American Journal of Mathematical and Management Sciences*, **5**, 125–160.

[12] Hagstrom, J. N. (1990). Redundancy, substitutes and complements in system reliability. Technical report, College of Business Administration, University of Illinois, Chicago.

[13] Hong, J. S. and Lie, C. H. (1993). Joint reliability-importance of two edges in an undirected network. *IEEE Transactions on Reliability*, **42**, 17–33.

[14] Kuo, W. and Zhu, X. (2012). Some recent advances on importance measures in reliability. *IEEE Transactions on Reliability*, **61**, 344–360.

[15] Kuo, W. and Zuo, M. J. (2003). *Optimal Reliability Modeling: Principles and Applications*. Wiley, New York.

[16] Lambert, H. E. (1975). Measure of importance of events and cut sets in fault trees. *In Reliability and Fault Tree Analysis*, (eds. Barlow RE, Fussell JB, and Singpurwalla ND). Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, pp. 77–100.

[17] Levitin, G., Podofillini, L. and Zio, E. (2003). Generalised importance measures for multi-state elements based on performance level restrictions. *Reliability Engineering and System Safety*, **82**, 287–298.

[18] Natvig, B. and G˚asemyr, J. (2009). New results on the Barlow-Proschan and Natvig measures of component importance in nonrepairable and repairable systems. *Methodology and Computing in Applied Probability*, **11**, 603–620.

[19] Vasseur, D. and Llory, M. (1999). International survey on PSA figures of merit. *Reliability Engineering and System Safety*, **66**, 261–274. Xie, M. and Lai, C. D. (1996). Exploiting symmetry in the reliability analysis of coherent systems. *Naval Research Logistics*, **43**, 1025–1034.

[20] Xie, M. (1988). A note on the Natvig measure. *Scandinavian Journal of Statistics*, **15**, 211–214.

[21] Xie, M. and Shen, K. (1989). On ranking of system components with respect to different improvement actions. *Microelectronics and Reliability*, **29**, 159–164.

[22] Xie, M. and Shen, K. (1990). On the increase of system reliability due to some improvement at component level. *Reliability Engineering and System Safety*, **28**, 111–120.