تحلیل چندمتغیره‌ی ناپارامتری ژرفا-پایه و کاربرد آن در بررسی عملکرد یک روش جدید درمانی در بیماری مفصلی استئوآرتریت

سکینه دهقان [۱]، محمدرضا فریدروحانی [۲]

چکیده:

در این مقاله، ابتدا تابع ژرفا به عنوان تابعی برای رتبه‌بندی مرکز-به بیرون نقاط چندمتغیره معرفی می‌شود، سپس به عنوان یکی از معروف‌ترین توابع ژرفا، تابع ژرفای نیم‌فضا یا توکی را معرفی و به کار می‌بریم. در ادامه با استفاده از این رتبه‌بندی و آماره‌های مبتنی بر نمودار ژرفا در برابر ژرفا آزمون‌های چندمتغیره‌ی ناپارامتری برای اختلاف مکان و مقیاس بین دو جامعه بیان می‌شوند. سرانجام بر اساس این آزمون‌ها برای بیماری مفصلی استئوآرتریت، عملکرد روش پیشنهادی دیسترکشن غیر تهاجمی برای شدت درد، کیفیت زندگی، توانایی عملکردی، میزان تورم و دامنه حرکتی بیماران مورد ارزیابی قرار گرفته و با روش رایج دیسترکشن تهاجمی مقایسه می‌شود.

واژه‌های کلیدی: تابع ژرفا، تابع ژرفای نیم‌فضا، رتبه‌بندی مرکز-به بیرون، نمودار DD، بیماری مفصلی استئوآرتریت، دیسترکشن تهاجمی، دیسترکشن غیرتهاجمی.

۱ مقدمه

بسیاری از تحلیل‌های آماری برای داده‌های چندمتغیره، بر اساس فرض نرمال بودن این داده‌ها استوار است. به علاوه در بسیاری از پژوهش‌ها، بعد داده‌های چندمتغیره از اندازه‌ی نمونه بیش‌تر است که این امر کارکرد روش‌های رایج را با مشکل مواجه می‌سازد. از آن‌جا که در مقایسه با حالت یک‌متغیره، روش‌های ناپارامتری چندمتغیره نسبت به مدل‌های نرمال چندمتغیره پذیرفتنی‌تر هستند، بنابراین روش‌های ناپارامتری در مدل‌سازی داده‌های چندمتغیره مورد اقبال و توجه آمارشناسان قرار گرفته است. از طرفی روش‌های کلاسیک استنباط ناپارامتری، برای داده‌های p بعدی از p بردار متشکل از آماره‌های یک‌بعدی مانند بردار میانه و نظایر آن استفاده می‌کند [۸]. این رویکرد ویژگی‌های هندسی داده‌ها را که در تحلیل داده‌های چندمتغیره بسیار حائز اهمیت است، نادیده می‌گیرد.

با توجه به این‌که در روش‌های ناپارامتری یک‌متغیره، رتبه‌ی مشاهده‌ها نقش بسیار تعیین کننده‌ای دارد، برای تعمیم این روش‌ها به حالت چندمتغیره که رتبه‌بندی معمول بردارها امکان‌پذیر نیست، ایده‌ی ژرفا مطرح است. در حالت چندمتغیره می‌توان ابتدا مرکزی برای مشاهده‌ها تعیین کرد، سپس به این نقطه بیشترین رتبه را اختصاص داده و به مابقی مشاهده‌ها هرچه از این مرکز در تمامی جهات دورتر باشند، رتبه‌ی کمتری اختصاص داد. در نتیجه مشاهده‌ها را می‌توان به صورت مرکز-به بیرون (فاصله‌ی مرکز تا نقطه‌ی موردنظر که این فاصله بر اساس تابع ژرفا تعریف می‌شود) رتبه‌بندی کرد. بنابراین با استفاده از توابع ژرفا، داده‌های چندمتغیره را می‌توان مرتب کرده، به طوری که ژرفای زیاد یک داده به معنای مرکزیت آن داده و ژرفای کم به معنای دورافتاده بودن داده تلقی شود.

در این مقاله پس از معرفی تابع ژرفا، آزمون‌های ناپارامتری ژرفا-پایه برای مقایسه‌ی دو جامعه ارائه می‌گردند. در بخش پایانی نیز به تحلیل و تفسیر داده‌های واقعی خواهیم پرداخت.

[۱] گروه آمار، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه شهیدبهشتی

[۲] گروه آمار، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه شهیدبهشتی

۲ تابع ژرفا

اصطلاح ژرفا نخستین بار توسط توکی در سال ۱۹۷۵ [۹]، به منظور مرتب‌سازی و تحلیل داده‌های چندمتغیره معرفی گردید. بعدها این مفهوم توسط لیو [٦]، داناهو و گاسکو [۳] و "لیو و همکاران" [۵] مورد بررسی بیشتری قرار گرفت. با توجه به مفهوم ژرفا، استفاده از آن در تحلیل و استنباط ناپارامتری چندمتغیره بسیار مورد توجه قرار گرفته است.

گیریم اندازه‌ی احتمال P بر فضای R^p تعریف شده و F تابع توزیع متناظر با آن باشد. ژرفای داده یا یک نقطه، اندازه‌ای از میزان ژرف بودن یا دورافتاده بودن یک نقطه نسبت به توده‌ی داده‌ها یا توزیع F است. هر تابع $D(x,F)$ که ترتیبی مرکز-به بیرون از نقاط x متعلق به R^p فراهم کند، تابع ژرفای متناظر با F نامیده می‌شود. در نوشتگان موجود در خصوص تابع ژرفا به مجموعه‌ای از ویژگی‌های مطلوب برای یک تابع ژرفا اشاره می‌کنند که مهم‌ترین آن‌ها عبارتند از:

۱. ناوردایی آفین: $D(x,F)$ مستقل از دستگاه مختصات باشد. یعنی برای هر بردار تصادفی x در R^p، هر ماتریس Aی نامنفرد $p\times p$ و هر بردار p بعدی b،

$$D\left(\mathrm{A}x+b,F_{\mathrm{A}X+b}\right)=D\left(x,F_X\right)$$

۲. ماکسیمم شدن در مرکز: اگر توزیع F نسبت به نقطه‌ی θ متقارن باشد، در این صورت $D(x,F)$ در θ ماکسیمم باشد.

۳. یکنوایی نسبت به ژرف‌ترین نقطه

٤. به صفر رسیدن در بینهایت: اگر $\|x\|\to\infty$ آن‌گاه $D\left(x,F\right)\to 0$.

در این مقاله از تابع ژرفای نیم‌فضا یا توکی استفاده شده است.

تعریف ۱.۲. ژرفای نیم‌فضا یا توکی برای $x\in R^p$ نسبت به توزیع F به صورت

$$D(x,F)=\inf_{H}P(H) \qquad (۱)$$

تعریف می‌شود [۹]، که در آن H نیم‌فضایی بسته شامل نقطه x و $P(H)$ احتمال نیم‌فضای H نسبت به توزیع F است. به طور متناظر ژرفای نیم‌فضای نقطه‌ی x نسبت به نمونه‌ی X_1،...،X_n در R^p عبارت است از کمترین کسر نمونه در بین تمامی نیم‌فضاهای بسته‌ی شامل نقطه‌ی x. یا به طور معادل

$$D\left(x,F_n\right)=\frac{\min\limits_{\|u\|=1}\#\left\{i=1,2,...,n:u^TX_i\le u^Tx\right\}}{n} \qquad (۲)$$

که F_n نشان‌دهنده‌ی تابع توزیع تجربی نمونه‌ی X_1،...،X_n است.

یادآوری می‌شود که ژرفای توکی دارای هر چهار خاصیت مطلوب بالا است [۱۰].

۳ مقایسه‌ی دو جامعه بر اساس تابع ژرفا

در استنباط ناپارامتری چندمتغیره، مقایسه‌ی مکان و پراکندگی بین دو یا چند جامعه، بسیار مورد توجه است. با استفاده از رتبه‌بندی تولید شده بر اساس تابع ژرفا، آزمون‌های ناپارامتری گوناگون برای اختلاف مکان و مقیاس بین دو تابع توزیع ساخته شده است.

رویکرد مورد نظر برای آزمون اختلاف مکان استفاده از آماره‌های مبتنی بر نمودار ژرفا-ژرفا، موسوم به نمودار DD [۳] است که در ادامه معرفی می‌شود.

۱.۳ نمودار DD

گیریم نمونه‌های تصادفی $\mathrm{X}_n=(X_1,...,X_n)$ و $\mathrm{Y}_m=(Y_1,...,Y_m)$ به ترتیب از توزیع‌های F و G در R^p به دست آمده‌اند. نمونه‌ی $\mathrm{W}_{n+m}=\{X_1,...,X_n,Y_1,...,Y_m\}$ از ترکیب دو نمونه‌ی فوق حاصل می‌شود. نمودار DD به صورت

$$DD\left(F,G\right)=\left\{\left(D\left(x,F\right),D\left(x,G\right)\right),\forall x\in R^p\right\}$$

تعریف می‌شود [۵]، که برای نمونه‌ی ترکیبی W_{n+m} به صورت

$$DD\left(F_n,G_m\right)=\left\{\left(D\left(x,F_n\right),D\left(x,G_m\right)\right),x\in W_{n+m}\right\}$$

بدست می‌آید. ازآن‌جا که $DD\left(F,G\right)$ و $DD\left(F_n,G_m\right)$ صرف‌نظر از بعد داده‌ها همواره زیرمجموعه‌هایی از R^2 هستند، ابزار مناسبی برای مقایسه‌ی چشمی و ظاهری بین دو نمونه‌ی چندمتغیره به شمار می‌روند. به طور مثال اگر دو تابع توزیع دارای اختلاف مکان باشند، این نمودار برگی شکل خواهد بود [٤] و هرچه اختلاف مکان بین دو توزیع بیش‌تر باشد نقاط بیش‌تری در اطراف خطوط افقی و قائم صفحه‌ی مختصات قرار می‌گیرند.

[۳] $Depth\ v.s.\ Depth$

۲.۳ آزمون‌هایی برای مقایسه‌ی اختلاف مکان دو جامعه

فرض کنید نمونه‌های تصادفی $\mathrm{X}_n = (X_1, ..., X_n)$ و $\mathrm{Y}_m = (Y_1, ..., Y_m)$ به ترتیب از توزیع‌های F و G در R^p به دست آمده‌اند، به نحوی که F و G به‌جز در اختلاف مکانی θ، یکسان‌اند یعنی $G(.) = F(. - \theta)$. می‌خواهیم آزمون

$$H_0 : \theta = 0 \quad vs \quad H_a : \theta \neq 0$$

را انجام دهیم. لی و لیو [٤] دو آماره برای آزمون اختلاف مکان فوق معرفی کردند.

بدون از دست دادن کلیت مسأله، فرض می‌کنیم $n = m$. گیریم مجموعه‌ی Q شامل $Z \in W_{2n}$ ایی باشد که برای آن‌ها $W \in W_{2n}$ وجود نداشته باشد که در روابط $D(W, F_n) \geq D(Z, F_n)$ و $D(W, G_n) \geq D(Z, G_n)$ صدق کند. به علاوه گیریم Z_c عضوی از Q باشد که مقدار $|D(Z_c, F_n) - D(Z_c, G_n)|$ به ازاء هر $Z \in Q$ کوچکتر یا مساوی مقدار $|D(Z, F_n) - D(Z, G_n)|$ باشد. آن‌گاه یک آماره‌ی آزمون مناسب برای این آزمون، آماره‌ی T_n به صورت

$$T_n = (D(Z_c, F_n) + D(Z_c, G_n))/2,$$

خواهد بود. به طور شهودی اختلاف مکانی بزرگ، بین دو توزیع منجر به مقدار T_n کوچک می‌شود، بنابراین مقادیر کوچک‌تر T_n گواه قوی‌تری بر رد فرض H_0 است. پس p–مقدار متناظر با آماره‌ی T_n عبارت است از

$$p_n^T = P_{H_0}(T_n \leq T_{obs}) \tag{۳}$$

که در آن T_{obs} مقدار مشاهده شده‌ی T_n است.

بر همین اساس آماره‌ی آزمون دیگری برای آزمون اختلاف مکان را می‌توان به صورت

$$M_n = \min\{D(Z_{G_n}, F_n), D(Z_{F_n}, G_n)\},$$

تعریف کرد، که Z_{F_n} و Z_{G_n} به ترتیب ژرف‌ترین نقاط نسبت به F_n و G_n در W_{2n} هستند. مجدداً p–مقدار متناظر به صورت

$$p_n^M = P_{H_0}(M_n \leq M_{obs}), \tag{٤}$$

بدست می‌آید که در آن M_{obs} مقدار مشاهده شده‌ی M_n است. بدیهی است برای محاسبه‌ی p–مقدارهای (۳) و (٤) نیازمند تعیین توزیع T_n و M_n تحت فرض H_0 هستیم. از آنجا که تعیین توزیع دقیق این دو آماره تحت H_0 مشکل است. با استفاده از آزمون جایگشت فیشر، p–مقدارها را برآورد کرده و روند آزمون را کامل می‌کنیم.

۳.۳ آزمون‌هایی برای مقایسه‌ی اختلاف مقیاس دو جامعه

مجدداً گیریم نمونه‌های تصادفی $\mathrm{X}_n = (X_1, ..., X_n)$ و $\mathrm{Y}_m = (Y_1, ..., Y_m)$ مستقل از یکدیگر بوده و به ترتیب از توزیع‌های F و G در R^p به دست آمده باشند. توزیع‌های F و G در این حالت احتمالاً فقط در مقیاس با یکدیگر متفاوت‌اند و در سایر ویژگی‌ها یکسان‌اند، یعنی $G(.) = F(\frac{.}{\sigma})$ که در آن $(\sigma > 0)$ پارامتر مقیاس توزیع است. هدف انجام آزمون

$$H_0 : \sigma = 1 \quad vs \quad H_a : \sigma \neq 1$$

است، که توسط لیو و سینگ [۷] آماره‌ای برای آن معرفی شده است.

واضح است که تحت فرض H_0، $\mathrm{X}_n = (X_1, ..., X_n)$ و $\mathrm{Y}_m = (Y_1, ..., Y_m)$ به صورت نمونه‌هایی تصادفی از توزیع F در نظر گرفته می‌شوند. بنابراین می‌توان $\mathrm{W}_{n+m} = \{X_1, ..., X_n, Y_1, ..., Y_m\}$ را نمونه‌ای تصادفی به اندازه‌ی $n + m$ از توزیع F در نظر گرفت. اگر $r(Y_i)$ رتبه‌ی مرکز–به بیرون Y_i در نمونه‌ی ترکیب شده‌ی W_{n+m} باشد، یعنی $r(Y_i)$ برای $j = 1, ..., n+m$ برابر تعداد W_jهایی است که رابطه‌ی $D(W_j, F_{n+m}) \leq D(Y_i, \mathrm{W}_{n+m})$ به ازاء آن‌ها برقرار باشد، آن‌گاه مجموع رتبه‌ایی نمونه‌ی Y_m به صورت زیر به دست می‌آید:

$$R(\mathrm{Y}_m) = \sum_{i=1}^{m} r(Y_i). \tag{۵}$$

که به آن آماره‌ی مجموع رتبه‌ای گویند. اگر هیچ دو نقطه‌ای با ژرفای برابر، وجود نداشته باشد و n و m به اندازه‌ی کافی بزرگ باشند آن‌گاه بر اساس تقریب بزرگ‌نمونه‌ای

$$R^* = \frac{R(\mathrm{Y}_m) - \{m(n+m+1)/2\}}{\{nm(n+m+1)/12\}^{1/2}}.$$

تقریباً دارای توزیع نرمال استاندارد است. در سطح α فرض H_0 رد می‌شود هرگاه $R^* \leq z_{\frac{\alpha}{2}}$ یا $R^* \geq z_{1-\frac{\alpha}{2}}$. برای نمونه‌هایی

با اندازه‌ی کوچک، می‌توان توزیع $R(\mathrm{Y}_m)$ را جدول‌بندی کرد و مقادیر بحرانی را به دست آورد.

البته در یک مجموعه از داده‌ها، اغلب نقاطی با مقدار ژرفای برابر مشاهده می‌شود، این نقاط را هم‌ژرفا می‌نامیم. نقاط هم‌ژرفا یک رده را تشکیل می‌دهند. اگر درون هر رده، داده‌ها به طور تصادفی رتبه‌بندی شوند، آزمون بدست آمده بر اساس این‌گونه رتبه‌ها با آزمون در حالتی که نقاط هم‌ژرفا وجود ندارد یکسان است [۷].

چنوری و همکاران [۲] به منظور بهبود توان آزمون معرفی شده در [۷] آماره‌ی زیر را معرفی کردند.

ابتدا $100(1-r)$ درصد ژرف‌ترین نقاط را حذف می‌کنیم، تعداد کل مشاهدات $n+m$ را با N و تعداد کل مشاهدات باقیمانده پس از حذف $100(1-r)$ درصد ژرف‌ترین نقاط را با N' نشان می‌دهیم. متغیر تصادفی δ_i، $(i=1,...,N)$ به این صورت تعریف می‌شود که اگر مشاهده‌ای از مجموعه‌ی $\mathrm{Y_m}$ نسبت به نمونه‌ی ترکیبی W_N دارای رتبه‌ی مرکز–به بیرون i باشد، $\delta_i=1$، در غیر این صورت $\delta_i=0$. مشاهدات باقیمانده با $\mathrm{W'}_{N'}=\{X'_1,...,X'_{n'},Y'_1,...,Y'_{m'}\}$ نشان داده می‌شود که

$$m'=\sum_{i=1}^{N'}\delta_i,$$
$$n'=N'-m'.$$

n' و m' متغیرهایی تصادفی‌اند که به ترتیب نشان دهنده‌ی تعداد نقاط باقیمانده از X_n و Y_m هستند. اینک آماره‌ی آزمون جمعی‌رتبه‌ای تعدیل‌یافته به صورت

$$V_{N'}=\sum_{i=1}^{N'}[N'+1-i]\,\delta_i \qquad (٦)$$

تعریف می‌شود. مقادیر خیلی کوچک یا خیلی بزرگ $V_{N'}$، فرض H_0 را رد می‌کند. تحت فرض H_0، رتبه‌ها در صورت عدم وجود نقاط هم‌ژرفا به طور یکنواخت بر مجموعه‌ی $\{1,2,...,N\}$ توزیع می‌شوند، بنابراین تحت فرض H_0، $V_{N'}$ آزادتوزیع است. برای n و m کوچک، می‌توان توزیع دقیق $V_{N'}$ و p–مقدارهای آن را به دست آورد. قضیه‌ی زیر توزیع مجانبی $V_{N'}$ را به دست می‌دهد.

قضیه ۱.۳. تحت فرض H_0، اگر N و m به بینهایت میل کنند، به قسمی که $m/N\to\lambda_1$ با $0<\lambda_1<1$، در این‌صورت

$$T_N=\frac{V_{N'}-E_{H_0}(V_{N'})}{\sqrt{Var_{H_0}(V_{N'})}}$$

دارای توزیع مجانبی $N(0,1)$ است [۲].

٤ تحلیل داده‌ها

استئوآرتریت معمول ترین بیماری مفصلی بزرگسالان در سراسر جهان است که شیوع آن با افزایش سن افزایش می‌یابد. در حال حاضر این بیماری درمان نشدنی است و هدف درمان این است که نشانه ها و علائم بیماری را تسکین دهد و اگر ممکن باشد، پیشرفت بیماری را آهسته کند.

مقالات بسیاری در زمینه کاربرد دیسترکشن مفصلی به روش جراحی برای درمان بیماری استئوآرتریت (مفصل هیپ، مچ پا و زانو) وجود دارد و اکثر آنها منجر به ایجاد نتایج خوبی همچون افزایش فضای مفصلی، افزایش موبیلیتی، کاهش درد، کاهش سفتی مفاصل شده است. درمان این روش به حداقل یک سال زمان نیاز دارد و از آنجا که دیسترکشن مفصلی روشی تهاجمی است منجر به ایجاد اثرات نامطلوب ناخواسته‌ای می‌شود. با توجه به اینکه در استئوآرتریت کاهش فضای مفصلی مخصوصا در کمپارتمان داخلی وجود دارد، انتظار می‌رود که با کاربرد دیسترکشن به روش غیر تهاجمی در فیزیوتراپی، شاهد کاهش علائم این بیماری باشیم.

در یک پژوهش انجام شده در دانشگاه علوم پزشکی شهید بهشتی، برای نخستین بار عملکرد دیسترکشن به روش غیر تهاجمی در کاهش درد، بهبود کیفیت زندگی، بهبود توانایی عملکردی، افزایش دامنه حرکتی و کاهش تورم مورد بررسی قرار گرفته است. در این مقاله تحلیل‌های چندمتغیره ناپارامتری که برخلاف روش‌های تحلیلی مرسوم مبتنی بر فرض نرمال بودن داده‌ها نیستند، برای بررسی عملکرد دیسترکشن غیر تهاجمی به‌کار برده می‌شود.

در این مطالعه ٤۰ بیمار زن در دامنه‌ی سنی ٤٥ تا ٧٥ سال و مبتلا به استئوآرتریت اولیه (طبق تشخیص پزشک متخصص ارتوپدی) که به کلینیک فیزیوتراپی دانشکده توانبخشی دانشگاه علوم پزشکی شهید بهشتی و کلینیک فیزیوتراپی درمانگاه ۱٧ شهریور از تاریخ ۹۰/٤/۱ تا ۹۰/۱۲/۲۸ مراجعه کرده بودند به طور تصادفی به گروه اول (درمان رایج فیزیوتراپی بدون اعمال دیسترکشن مفصلی) و گروه دوم (درمان رایج فیزیوتراپی با اعمال دیسترکشن مفصلی) تقسیم شدند. در هر گروه ۲۰ نفر قرار گرفت. بیماران ۱۰ جلسه و هر هفته ٥–٦ جلسه تحت درمان قرار گرفتند.

پرسش نامه $KOOS$ و تست $6MWT$ در ابتدای جلسه اول، بعد از اتمام جلسه دهم و یک ماه پس از اتمام درمان فیزیوتراپی از آن‌ها گرفته شده و میزان درد، دامنه حرکتی و ادم در هر جلسه اندازه‌گیری انجام شد. لازم به ذکر است ارزیابی ها برای هر بیمار در ساعت مشخصی صورت می گرفت تا علائم بیمار تحت تاثیر نوسانات علائم بیماری در طول روز قرار نگیرد. علاوه بر متغیرهای سن، قد و وزن متغیرهای اندازه گرفته شده به صورت زیر هستند:

موبیلیتی مفصل زانو (دامنه حرکتی): متغیر وابسته از نوع کمی گسسته که با استفاده از گونیامتر و با واحد درجه اندازه گیری می‌شود. در واقع میزان دامنه فلکشن و اکستنشن مفصل زانو است.

توانایی عملکردی: متغیر وابسته از نوع کمی گسسته که با استفاده از تست ٦ دقیقه راه رفتن ($6MWT$) و با واحد متر اندازه گیری می شود.

شدت درد بیماران: متغیر وابسته از نوع کمی گسسته که از طریق مقیاس VAS و با واحد میلی متر اندازه گیری می شود.

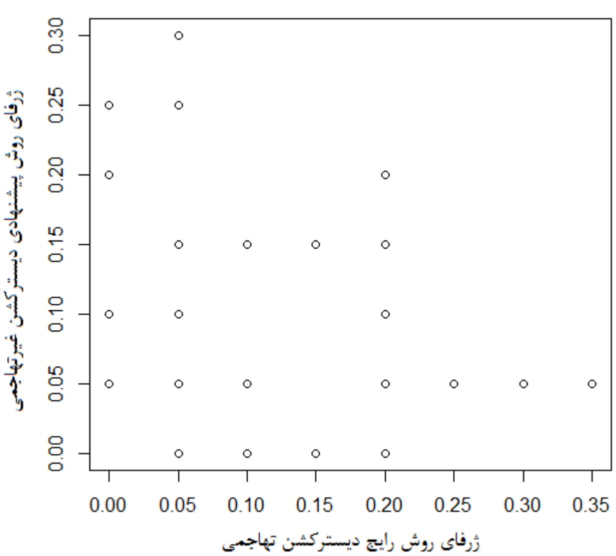
میزان تورم مفصل زانو: متغیر وابسته از نوع کمی گسسته که با استفاده از متر و با واحد میلی متر اندازه گیری می شود. میزان تورم در ۳ ناحیه دور خط مفصلی، ۱۰ سانتی متر بالاتر از خط مفصلی و ۱۰ سانتی متر پائین تر از خط مفصلی برای هر دو پای چپ و راست اندازه‌گیری می‌شود.

کیفیت زندگی: متغیر وابسته از نوع کمی گسسته که با استفاده از پرسش نامه‌ی $KOOS$ اندازه‌گیری می‌شود و میزان نمره‌ای است که از تکمیل این پرسش‌نامه به دست می‌آید.

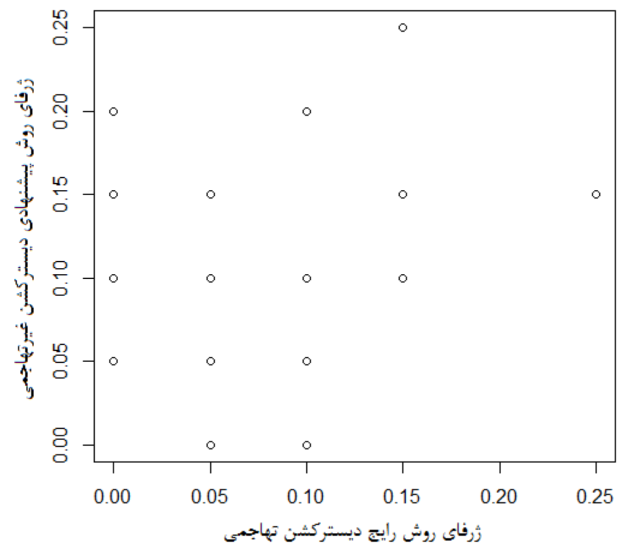
هم‌چنان که ملاحظه می‌شود تمامی متغیرهای مزبور گسسته بوده و فرض نرمال بودن برای آن‌ها غیر موجه است. بنابراین با استفاده از آزمونهای معرفی شده بر اساس تابع ژرفا دو گروه را از نظر میزان کاهش شدت درد، بهبودی توانایی عملکردی، کیفیت زندگی، دامنه حرکتی و کاهش شدت تورم مقایسه می‌کنیم. از آن‌جا که آزمون‌های معرفی شده باید روی داده‌های چندمتغیره اعمال شوند، لذا در ابتدا وابستگی بین متغیرها را آزمون می‌کنیم. همبستگی اسپرمن متغیرهای بهبود توانایی عملکردی و کیفیت زندگی در سطح ۰/۰۱ معنی‌دار شده است. پس می‌توان این دو متغیر را به صورت یک بردار دومتغیره در نظر گرفت و تحلیل‌های چندمتغیره‌ی ناپارامتری را برای آن‌ها به‌کار برد.

هم‌چنین ضریب همبستگی اسپرمن دو به دوی چهار متغیر دامنه فلکشن زانوی راست، دامنه اکستنشن زانوی راست، دامنه فلکشن زانوی چپ و دامنه اکستنشن زانوی چپ و نیز شش متغیر میزان ادم دور مفصل زانوی راست، میزان ادم ۱۰ سانتی متر بالای مفصل زانوی راست، میزان ادم ۱۰ سانتی متر پائین مفصل زانوی راست، میزان ادم دور مفصل زانوی چپ، میزان ادم ۱۰ سانتی متر بالای مفصل زانوی چپ و میزان ادم ۱۰ سانتی متر پائین مفصل زانوی چپ در سطح ۰/۰۵ معنی‌دار شده است. بنابراین دامنه حرکتی و تورم به‌ترتیب متشکل از یک بردار چهار و شش متغیره بوده و می‌توان از تحلیل چندمتغیره‌ی مزبور استفاده کرد.

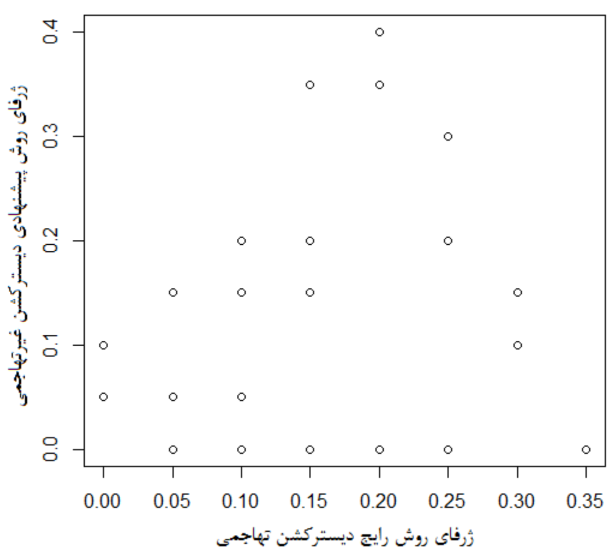
قبل از انجام آزمون‌های ناپارامتری، نمودار DD دو گروه را برای هر یک از بردارهای کیفیت زندگی و توانایی عملکردی، شدت درد، تورم و دامنه حرکتی رسم کرده و به صورت چشمی امکان تفاوت مکان یا مقیاس آن‌ها را مطالعه می‌کنیم.



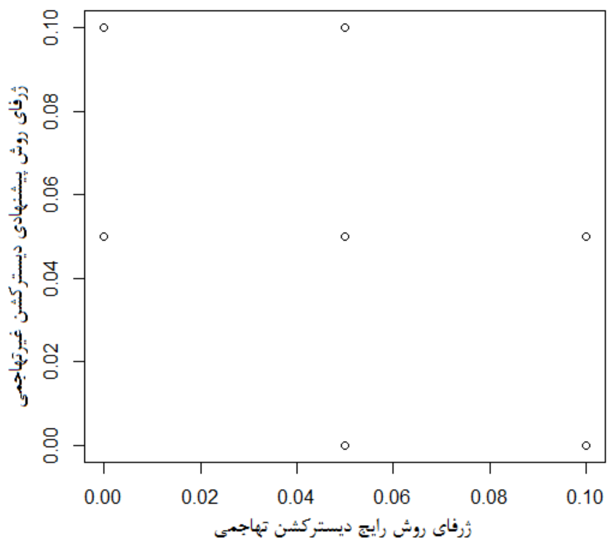
شکل ۱. نمودار DD جلسه‌ی دهم گروه یک در مقابل گروه دو برای کیفیت زندگی و توانایی عملکردی



شکل ۲. نمودار DD جلسه‌ی دهم گروه یک در مقابل گروه دو برای دامنه حرکتی



شکل ۳. نمودار DD جلسه‌ی دهم گروه یک در مقابل گروه دو برای شدت درد



شکل ٤. نمودار DD جلسه‌ی دهم گروه یک در مقابل گروه دو برای تورم

همان گونه که از اشکال ۱ تا ٤ دیده می‌شود، علی‌رغم اینکه حجم نمونه اندک است اما نمودار DD کیفیت زندگی و توانایی عملکردی نشان دهنده‌ی اختلاف مکان بین دو گروه بوده ولی برای متغیر تورم هیچ‌گونه اختلاف مکانی دیده نمی‌شود و برای شدت درد و دامنه حرکتی نیز نمی‌توان به صراحت اظهار نظر کرد. حال برای بررسی دقیق‌تر، آزمون‌های ناپارامتری ژرفا-پایه را انجام می‌دهیم.

جدول ۱: p-مقدار برای آزمون اختلاف مکان روش رایج تهاجمی با روش پیشنهادی غیرتهاجمی در جلسه‌ی دهم

بردار	Mn	Tn
کیفیت زندگی و توانایی عملکردی	۰/۰٤۱	۰/۰٤۰
دامنه حرکتی	۰/۷۹۱	۰/٦۰۷
تورم	۰/٦۳۹	۰/۱۱٦
شدت درد	۰/۰۳۳	۰/۰٤۷

جدول ۲ : p−مقدار برای آزمون اختلاف مکان جلسه اول و دهم برای گروه روش پیشنهادی غیرتهاجمی

بردار	Mn	Tn
کیفیت زندگی و توانایی عملکردی	۰/۰٤	۰/۰۲۳
دامنه حرکتی	۰/۱۹۵	۰/۱۸٤
تورم	۰/۹٤۷	۰/۰۵۹
شدت درد	۰/۰۰۸	۰/۰۲۰

جدول ۳ :p−مقدار برای آزمون اختلاف مکان جلسه اول و دهم برای گروه روش رایج تهاجمی

بردار	Mn	Tn
کیفیت زندگی و توانایی عملکردی	۰/۰۵۵	۰/۲٤۱
دامنه حرکتی	۰/۹۲۲	۰/۸۷۲
تورم	۰/۹۱۲	۰/۹٤۵
شدت درد	۰/۱۷۷	۰/٤۵۲

جدول ٤ :p−مقدار برای آزمون اختلاف مقیاس روش رایج تهاجمی با روش پیشنهادی غیرتهاجمی در جلسه‌ی دهم

بردار	جمعی‌رتبه‌ای	تعدیل‌یافته ($r = 0/1$)
کیفیت زندگی و توانایی عملکردی	۰/۰۵۵	۰/۲٤۱
دامنه حرکتی	۰/۹۲۲	۰/۸۷۲
تورم	۰/۹۱۲	۰/۹٤۵
شدت درد	۰/۱۷۷	۰/٤۵۲

بنابر نتایج بدست آمده در جدول ۱ برای شدت درد اختلاف مکان دو گروه در جلسه‌ی دهم در سطح ۰/۰۵، معنی دار شده است و این در حالی است بنابر نتایج جداول ۲ و ۳ بین شدت درد در جلسه‌ی اول و دهم در گروه روش پیشنهادی غیرتهاجمی اختلاف مکان معنی‌دار شده است، اما برای گروه روش تهاجمی این اختلاف، معنی‌دار نیست. بنابراین روش پیشنهادی دیسترکشن به روش غیر تهاجمی برخلاف روش دیسترکشن به روش تهاجمی باعث کاهش درد شده است.

همان‌گونه که از جداول ۱، ۲ و ۳ مشاهده می‌شود برای بردار توانایی عملکردی و کیفیت زندگی نتایج مشابه با بردار شدت درد بدست آمده است. حال باید بررسی شود که علت معنی‌دار شدن این اختلاف کدام یک از این دو متغیر بوده است. پس از انجام آزمون‌های دوگانه، ملاحظه می‌شود که آزمون‌ها برای هر دو متغیر در سطح $\frac{0/05}{2}$ معنی‌دار می‌شوند، پس روش دیسترکشن به روش غیر تهاجمی (گروه دوم) نسبت به دیسترکشن به روش تهاجمی (گروه اول) باعث افزایش توانایی عملکردی و بهبود کیفیت زندگی شده است. ملاحظه جداول ۱ تا ۳ نشان می‌دهد که اختلاف مکان بین جلسه اول و دهم در متغیرهای تورم و دامنه حرکتی معنی‌دار نیستند.

از آن‌جا که برای متغیرهای "کیفیت زندگی و توانایی عملکردی" و "شدت درد" آزمون‌های اختلاف مکان معنی‌دار شده‌اند قبل از انجام آزمون مقیاس این متغیرها را نسبت به ژرف‌ترین نقطه‌ی‌شان استاندارد کرده تا دو گروه دارای مکان یکسان شوند. نتایج آزمون‌های اختلاف مقیاس جمعی رتبه‌ای (۵) و جمعی رتبه‌ای تعدیل‌یافته (٦) در جدول ٤ ارائه شده است. همانطور که ملاحظه شد در هیچ یک از متغیرهای مزبور اختلاف مقیاس بین دو گروه در سطح ۰/۰۵ معنی‌دار نشده است. وبنابراین جمع‌بندی نهایی آن است که روش پیشنهادی غیرتهاجمی در متغیرهای "شدت درد" و "کیفیت زندگی و توانایی عملکردی" با روش رایج تهاجمی از نظر مکانی با یکدیگر اختلاف داشته و عملکرد مناسب‌تری را در مقایسه با روش رایج نشان می‌دهند.

۵ نتیجه‌گیری

در این مقاله پس از معرفی تابع ژرفای نیم‌فضا به آزمون‌های ناپارامتری ژرفا−پایه برای مقایسه مکان و مقیاس دو توزیع چندمتغیره پرداخته شده است. از آن‌جا که در پژوهش انجام شده در دانشگاه علوم پزشکی شهید بهشتی عملکرد روش پیشنهادی جدید و دیشترکشن مفصلی غیرتهاجمی مورد بررسی قرار گرفته و برای این مقصود تحلیل‌هایی آماری پارامتری استفاده شده است.

در این مقاله بر اساس آزمون‌های ناپارامتری ژرفا–پایه عملکرد روش پیشنهادی را بررسی کرده‌ایم. بر این اساس مشخص گردید، دیسترکشن مفصلی به روش غیرتهاجمی در فیزیوتراپی در درمان بیماری استئوآرتریت شدید زانو مفید واقع شده و می‌توان از این روش در درمان افراد مبتلا به استئوآرتریت شدید زانو که از درد، تورم و فقدان عملکرد شاکی هستند استفاده کرد تا علائم بیماری آنها کاسته شود و کیفیت زندگی آنها بهبود یابد و در صورت امکان نیاز برای عمل جایگزینی مفصل را در این افراد حذف یا حداقل به تأخیر بیندازیم.

مراجع

[۱] محمودی اقدم، س. خادمی کلانتری، خ. اکبرزاده باغبان، ع. رضایی، م. رحیمی، ع و نعیمی، ص. (۱۳۹۱)، "اثر کشش مفصلی در بهبود عملکرد و کیفیت زندگی بیماران مبتلا به استئوآرتریت شدید زانو"، فصل‌نامه طب توانبخشی، **۱**، ۲.

[2] Chenouri, S., Small, C. G., and Farrar, T. (2011), Data depth-based nonparametric scale tests, *The Canadian Journal of Statistics*, **39**, 356-369.

[3] Danaho, D. and Gasko, M. (1992), Breakdown properties of location estimator based on halfspace depth and projected outlyingness, *Annals of statistics*, **20**, 4, 1803-1827.

[4] Li, J. and Liu, R. Y. (2004) New Nonparametric Tests of Multivariate Locations and Scales Using Data Depth, *Institute of Mathematical statistics*, **72**, 783-840.

[5] Liu, R., Parelius, J., and Sing, K. (1999), Multivariate Analaysis by Data Depth: Descriptive Statistics, Graphics and Inference,, *The Annals of Statistics*, **72**, 783-840.

[6] Liu, R. y. (1990), on a Notion of Data Depth Based on Random Simplices, *Ann. Statist*, **18**, 405-414.

[7] Liu, R. Y. and Singh, K. (2006), Rank Tests for Multivariate Scale Difference Based on Data Depth, *American Mathematical Society*, **72**, 17-35.

[8] Serfling, R. (2006), Depth Functions in Nonparametric Multivariate Inference, *American Mathematical Society*, **72**, 1-16.

[9] Tukey, J. (1975), Mathematics and picturing of data, *In Proceeding of the International congress of Mathematicians*.

[10] Zuo, Y. and Serfling, R. (2000), General Notions of Statistical Depth Function, *The Annals of Statistics*, **28**, 461-482.