تعیین اندازهٔ نمونهٔ بیزی با کمترین هزینه به‌روش عددی

مسعود قاسمی بهجانی،[۱] میلاد اسدزاده[۲]

تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۷/۲۴
تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۱۲/۲۵

چکیده:

در این مقاله شیوهٔ تعیین اندازهٔ نمونهٔ مطلوب بر اساس تابع زیان نامتقارن لینکس کراندار به‌روش بیزی برای توزیع‌های نرمال، نمایی و پوآسن بیان شده است. اندازهٔ نمونهٔ مطلوب با استفاده از روش عددی محاسبه شده است. در روش عددی، نخست میانگین ریسک پسین را به دست آورده و آن را به تابع هزینهٔ خطی لیندلی اضافه می‌کنیم تا میانگین هزینهٔ کل به دست آید. سپس نمودار اندازهٔ نمونه را در مقابل میانگین هزینهٔ کل رسم می‌کنیم و در نهایت، اندازهٔ نمونهٔ مطلوب را که هزینه را مینیمم می‌کند، به دست می‌آوریم.

واژه‌های کلیدی: تابع هزینه خطی لیندلی، توزیع پسین، توزیع نرمال و ریسک پسین.

۱ مقدمه

هدف از نمونه‌گیری بیزی، انجام دادن استنباط و اخذ تصمیمی در مورد پارامتر نامعلوم θ است. در واقع روش‌های تعیین اندازهٔ نمونه این اجازه را به محقق می‌هد که اندازهٔ نمونه را با معین کردن هدف مشخص یا اکسترمم‌سازی یک تابع خاص به دست آورد. محاسبهٔ اندازهٔ نمونه در مسائل عملی، سؤال مهمی است که مستقیماً با هزینهٔ مطالعه و گردآوری داده‌ها ارتباط دارد. در هر پژوهش، دانستن تعداد مشاهدات (اندازهٔ نمونه) به‌طوری که هزینهٔ کلی طرح نیز مینیمم شود، مسئله‌ای است که از اهمیت زیادی برخوردار است. هزینهٔ کلی شامل زیان حاصل شده از تصمیم‌گیری و هزینهٔ تحلیل و هدایت آزمایش‌های انجام‌شده است. روش‌های تعیین اندازهٔ نمونه به دو دستهٔ کلاسیک و بیزی تقسیم می‌شوند. روش‌های بیزی نیز خود به دو دسته تقسیم می‌شوند: روش‌هایی که تعیین اندازهٔ نمونه را به‌عنوان یک مسئلهٔ تصمیم می‌دانند و از تابع زیان یا تابع سود استفاده می‌کنند و روش‌هایی که استنباط‌هایی روی پارامتر انجام می‌دهند، همچنین روش‌هایی وجود دارند که این دو روش را با هم ترکیب می‌کنند، که به این روش‌ها روش‌های آمیختهٔ بیزی می‌گویند. نگرش تصمیم نظری برای پیدا کردن اندازهٔ نمونهٔ بهینه برای هر دو نوع نمونه‌گیری ثابت و دنباله‌ای توسط برگر [۴] بحث شده است. برای برآورد میانگین یک توزیع اختیاری، گلدستاین [۷] یک معیار بیزی را بر اساس تغییر مورد انتظار برآورد نقطه‌ای برای میانگین مقادیر نمونهٔ بعدی مطرح کرده، و حد بالایی را برای اندازهٔ نمونه محاسبه نموده است. آدکوک [۱] مطالعهٔ نسبتاً جامعی روی هر دو دسته از روش‌ها ارائه کرده است. فام‌گیا و ترکان [۱۵] مسئله را بر اساس مقادیر مورد انتظار از اطلاعات نمونه بررسی کرده‌اند. همچنین جوزف و همکاران [۹]، فام‌گیا و ترکان [۱۶]، آدکوک [۱]، جوزف و بلیسل [۸]، لیندلی [۱۲] و لی و زلن [۱۰] کارهایی را در زمینهٔ تعیین اندازهٔ نمونهٔ بیزی انجام داده‌اند. اوهاگان و استیونس [۱۳] یک تابع هدف شامل هزینه و سود اجرای یک آزمایش تصادفی را مطرح نموده و با بهینه‌سازی آن، اندازهٔ نمونهٔ آزمایش تصادفی را به‌روش بیزی به دست آورنده‌اند. همچنین پزشک [۱۴]، مروری بر روش‌های مختلف بیزی برای تعیین اندازهٔ نمونهٔ آزمایش‌های تصادفی ارائه کرد. ساهو و اسمیت [۱۷] در مورد تعیین اندازهٔ نمونه در آزمایه‌های بالینی و حسابرسی مالی بحث کردند. آنار از تابع سود استفاده نکردند؛ بلکه تابع زیان کراندار را مورد بررسی قرار دادند. در طول دههٔ اخیر، تعیین اندازهٔ نمونه از دیدگاه بیزی مورد توجه بسیاری از پژوهشگران، صنعت و دولت قرار گرفته است. اگرچه هنوز بین دانشمندان بیزی و کلاسیک بحث و اختلاف نظر وجود دارد، برگر [۳] و برگر و همکاران [۵] به‌صورت موفقیت‌آمیزی، شایستگی‌های هر دو نگرش کلاسیک و بیزی

[۱] گروه آمار دانشگاه سیستان و بلوچستان، ایران
[۲] گروه آمار دانشگاه یاسوج، ایران

[Downloaded from andisheyeamari.irstat.ir on 2025-05-13]

را بیان کردند. به هر حال، هیچ یک از بحث‌ها راجع به تعیین اندازهٔ نمونه از نقطه‌نظر بیزی برای آزمایش‌های بالینی در مرحلهٔ طرح‌ریزی میسر نشد، بنا بر این بسیاری از محققان از شبیه‌سازی استفاده نمودند. در این مقاله با در نظر گرفتن تابع هزینهٔ لیندلی و تابع زیان لینکس کراندار، با استفاده از روش بیزی به‌دنبال تعیین اندازهٔ نمونه هستیم به‌طوری که هزینهٔ نمونه‌گیری مینیمم شود.

۱.۱ تابع زیان لینکس کراندار

ون و لوی [۱۹] یک تابع زیان نامتقارن و کراندار را پیشنهاد کردند و آن را تابع زیان لینکس کراندار نامیدند. آنان نشان دادند که این تابع زیان در تصمیم‌گیری برای برخی مسائل مانند قابلیت اطمینان می‌تواند کاربرد داشته باشد و با بررسی و مقایسهٔ توابع زیان مختلف و همچنین با توجه به این‌که اگر تابع زیان بی‌کران باشد از نظر اقتصادی توجیهی ندارند و در ادامهٔ کار با تابع زیان بی‌کران، زیان به بی‌نهایت میل می‌کند، ثابت کردند توابع زیان کراندار، مناسب‌تر از بی‌کران‌ها هستند. آنان همچنین وقتی تابع زیان لینکس را به‌طور گسترده مورد بررسی قرار دادند، ملاحظه کردند که این تابع زیان بسیار مفید است، اما در کاربرد محدودیت دارد؛ زیرا تحت برخی توابع چگالی، مثلاً t-استیودنت، موجود نمی‌باشد.
اگر پارامتر θ به‌وسیلهٔ δ برآورد شود، تابع زیان لینکس به‌صورت زیر خواهد بود:

$$L(\delta-\theta)=c(exp\{b(\delta-\theta)\}-b(\delta-\theta)-۱),$$

که $b\neq ۰$ و $c>۰$. تابع زیان لینکس، کراندار نیست و به علامت پارامتر b بستگی دارد. زیان لینکس از یک طرف تقریب نمایی و از طرف دیگر خطی است.

ون و لوی [۱۹] یک خانوادهٔ جدید از تابع زیان نامتقارن کراندار را بر پایهٔ زیان لینکس پیشنهاد کردند که با $L_b(\delta-\theta)$ نشان داده می‌شود و به‌صورت زیر است:

$$\begin{aligned}L_b(\delta-\theta)&=\frac{L(\delta-\theta)}{۱+\gamma L(\delta-\theta)}\\&=\frac{۱}{\gamma}[۱-\frac{۱}{۱+\gamma c(exp\{b(\delta-\theta)\}-b(\delta-\theta)-۱)}]\end{aligned}$$

که γ پارامتر کران نامیده می‌شود. در اینجا $b\neq ۰$، $c>۰$ و $\gamma>۰$ است. فرض می‌کنیم $a=\gamma c$ پس داریم:

$$L_b(\delta-\theta)=\frac{۱}{\gamma}\left(۱-\frac{۱}{۱+a(exp\{b(\delta-\theta)\}-b(\delta-\theta)-۱)}\right). \quad (۱)$$

آنان این تابع زیان را لینکس کراندار نامیدند؛ زیرا این تابع زیان کراندار است و از تابع زیان لینکس حاصل می‌شود.

ریسک پسین برای برآوردگر بیزی تحت تابع زیان لینکس کراندار به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$PR=\int\left(L_b(\delta-\theta)\right)p(\theta|\mathbf{x})d\theta, \qquad (۲)$$

که حل آن به‌روش تحلیلی ممکن نیست. بنا بر این، این انتگرال را به‌روش عددی با استفاده از نرم‌افزار R محاسبه می‌کنیم.

۲.۱ توزیع پیشگو

فرض کنید $\mathbf{X}=(X_۱,X_۲,...,X_n)$ یک نمونهٔ تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال $p(X_i|\theta,n)$ و تابع چگالی پیشین $p(\theta)$ برای θ باشد. اگر تابع درست‌نمایی نمونه با $p(\mathbf{X}|\theta)$ نشان داده شود، توزیع پیشگوی $\mathbf{X}$ به‌شرط n به‌صورت زیر خواهد بود:

$$p(\mathbf{X}|n)=\int_\Theta p(\mathbf{x}|\theta,n)p(\theta)d\theta,$$

که Θ فضای پارامتر است.

۳.۱ تابع هزینه

لیندلی [۱۱] با فرض این‌که $c_۰$ هزینهٔ زیرساختی از نمونه‌گیری یا هر هزینهٔ دیگر در نمونه‌گیری باشد و c هزینهٔ هر واحد نمونه‌گیری در نظر گرفته شود، تابع هزینه برای اندازهٔ نمونهٔ $n>۰$ را به‌صورت $C(n)=c_۰+cn$ معرفی کرد. سیف‌الاسلام [۱۸] با اضافه کردن ریسک پسین برآوردگر بیزی به این تابع هزینه، تابع هزینهٔ کل را به‌صورت

$$TC(n)=c_۰+cn+PR$$

به‌دست آورد.
حال با مینیمم‌سازی هزینهٔ نمونه‌گیری، اندازهٔ نمونهٔ مطلوب را مینیمم خواهیم کرد که در برخی موارد، ریسک پسین به بردار تصادفی $\mathbf{X}$ بستگی دارد. در این صورت امید ریاضی ریسک پسین APR را به دست آورده، به تابع هزینهٔ لیندلی اضافه می‌کنیم. در نتیجه، امید ریاضی هزینهٔ کل عبارت است از:

$$E(TC(n))=c_۰+cn+APR\,. \qquad (۳)$$

[Downloaded from andisheyeamari.irstat.ir on 2025-05-13]

در این مقاله تابع زیان لینکس کراندار را در نظر می‌گیریم و برای توزیع‌های نرمال، نمایی و پوآسون اندازهٔ نمونهٔ مطلوب را به دست می‌آوریم. با توجه به معادلهٔ حاصل از تابع هزینهٔ مذکور، اندازهٔ نمونهٔ مطلوب را به‌دلیل غیر قابل حل بودن ریسک پسین به‌روش تحلیلی با کمک شبیه‌سازی محاسبه کرده‌ایم.

۴.۱ الگوریتم تعیین اندازهٔ نمونه به‌روش عددی

همان‌طور که گفته شد، بعضی توابع به‌روش تحلیلی قابل محاسبه نیستند، به همین دلیل برای تعیین اندازهٔ نمونه به‌روش بیزی از شبیه‌سازی استفاده می‌کنیم. برای حل به‌کمک شبیه‌سازی، E(TC(n)) را در رابطهٔ (۲) برای nهای مختلف به دست می‌آوریم و نمودار E(TC(n)) را در مقابل n رسم می‌کنیم. در نهایت اندازهٔ نمونهٔ مطلوب را که دارای کمترین هزینه است به دست می‌آوریم. برای رسیدن به این اندازهٔ نمونه، الگوریتم زیر را در نظر می‌گیریم:

۱. یک نمونهٔ به اندازهٔ n از $\mathbf{X}^*$ که دارای تابع چگالی حاشیه‌ای پسین $p(\mathbf{x}|n)$ است تولید می‌کنیم.

۲. یک توزیع پسین برای پارامتر مورد علاقه، $p(\theta|x^*, n)$، پیدا می‌کنیم.

۳. مقدار ریسک پسین را محاسبه می‌کنیم.

۴. مراحل ۱ تا ۳ را برای نمونه‌های مختلف تکرار می‌کنیم که هر بار یک ریسک پسین به دست می‌آید و در نهایت، میانگین ریسک پسین APR را پیدا می‌کنیم.

۵. تابع هزینهٔ خطی $(c_0 + cn)$ را به APR اضافه می‌کنیم تا E(TC(n)) به دست آید.

۶. مراحل ۱ تا ۵ را برای nهای مختلف تکرار می‌کنیم.

۷. E(TC(n)) را در مقابل n رسم می‌کنیم.

۸. اندازهٔ نمونه‌ای را که حداقل هزینه دارد پیدا می‌کنیم، که همان اندازهٔ نمونهٔ مطلوب و مد نظر است.

اکنون به‌کمک الگوریتم بالا و با استفاده از تابع هزینهٔ لیندلی بر اساس تابع زیان لینکس کراندار برای توزیع‌های مختلف، اندازهٔ نمونهٔ مطلوب را به دست می‌آوریم.

۲ تعیین اندازهٔ نمونه

در این بخش، اندازهٔ نمونهٔ مطلوب را برای توزیع‌های نرمال، نمایی و پوآسون تحت تابع زیان لینکس کراندار با کمک شبیه‌سازی به دست می‌آوریم.

۱.۲ تعیین اندازهٔ نمونه برای توزیع نرمال

در ابتدا اندازهٔ نمونهٔ مطلوب را برای پارامترهای توزیع نرمال، در دو حالت بررسی می‌کنیم. حالت اول، برآورد میانگین با شرط معلوم بودن دقت و حالت دوم، وقتی است که می‌خواهیم برآورد دقت را با شرط معلوم بودن میانگین به دست آوریم، که به‌دلیل شباهت به حالت اول، به‌صورت خلاصه و بدون اجرای محاسبات (مانند توزیع پوآسون در جدول ۴ و شکل ۴) در جدول ۳ و شکل ۳ آورده شده است.

۱.۱.۲ تعیین اندازهٔ نمونه برای میانگین توزیع نرمال وقتی دقت (معکوس واریانس) معلوم است

فرض کنید $X_1, ..., X_n$ یک نمونهٔ تصادفی به‌اندازهٔ n از توزیع نرمال با میانگین θ و دقت $\xi = \frac{1}{\sigma^2}$ باشد. همچنین فرض کنید توزیع پیشین θ، نرمال با میانگین μ_0 و دقت $n_0\xi$ باشد. پس توزیع پسین $\theta|\mathbf{x}$، نرمال با میانگین $\widehat{\mu} = \dfrac{n\overline{x} + n_0\mu_0}{n + n_0}$ و دقت $\widehat{\xi} = (n + n_0)\xi$ است.

تحت زیان لینکس کراندار، تابع ریسک پسین به‌صورت زیر است:

$$PR = \int \left(L_b(\delta - \theta)\right) p(\theta|\mathbf{x}) d\theta.$$

حل این انتگرال به‌روش تحلیلی دشوار است، بنا بر این با استفاده از الگوریتم گفته‌شده، اندازهٔ نمونهٔ مطلوب را به‌دست می‌آوریم.

در جدول ۱، اندازهٔ نمونهٔ مطلوب را در برآورد میانگین توزیع نرمال برای مقادیر مختلف پارامترهای γ و b با شرط $a =$ ۰/۵ به‌دست آورده‌ایم. همچنین در این جدول ملاحظه می‌کنیم اگر پارامترهای شکل و مقیاس ثابت باشند، اما پارامتر کران افزایش یابد، اندازهٔ نمونهٔ مطلوب کاهش می‌یابد. از طرف دیگر وقتی پارامتر کران و پارامتر مقیاس ثابت باشند، اگر پارامتر شکل افزایش یابد، اندازهٔ نمونهٔ مطلوب نیز افزایش می‌یابد. در شکل ۱ مشاهده می‌شود که برای پارامترهای داده‌شده اندازهٔ نمونهٔ مطلوب که در آن هزینهٔ نمونه‌گیری مینیمم است ۲۴ می‌باشد. در این جا به‌عنوان مثال c_0 یعنی همان هزینهٔ زیرساختی از نمونه‌گیری یا هر هزینهٔ دیگر در نمونه‌گیری را برابر با یک واحد و c را ۰/۰۰۱ آن یک واحد در نظر می‌گیریم.

[Downloaded from andisheyeamari.irstat.ir on 2025-05-13]

۲.۲ تعیین اندازهٔ نمونه برای توزیع نمایی

فرض کنید $X_1, X_2, ... X_n$ یک نمونهٔ تصادفی به اندازهٔ n از توزیع نمایی با پارامتر λ باشد. همچنین فرض می‌کنیم توزیع پیشین، گاما با پارامترهای α و β باشد. پس تابع چگالی پسین به‌صورت زیر است:

$$p(\lambda|\mathbf{x}) \propto \lambda^{\alpha+n-1} exp\{-(\beta+s)\lambda\},$$

که دارای توزیع گاما با پارامترهای $\alpha + n$ و $\beta + s$ می‌باشد و $S = \sum_{i=1}^{n} X_i$. از طرفی می‌دانیم ریسک پسین تحت تابع زیان لینکس کراندار به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$PR = \int \left(L_b(\delta-\theta)\right) p(\lambda|\mathbf{x}) d\lambda,$$

که حل آن از روش تحلیلی ممکن نیست. پس با استفاده از الگوریتم داده‌شده میانگین ریسک پسین را به دست خواهیم آورد. بنا بر این در ابتدا X^* را که دارای توزیع حاشیه‌ای پسین گاما-گاما است محاسبه می‌کنیم. برناردو [۶] توزیع گاما-گاما را به‌صورت زیر تعریف کرد:

متغیر تصادفی X دارای توزیع گاما-گاما با پارامتر های α، β و n است اگر تابع چگالی آن به‌صورت زیر باشد:

$$g_g(x;\alpha,\beta,n) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \frac{\Gamma(\alpha+n)}{\Gamma(n)} \frac{x^{n-1}}{(\beta+x)^{\alpha+n}}; \qquad x > 0$$

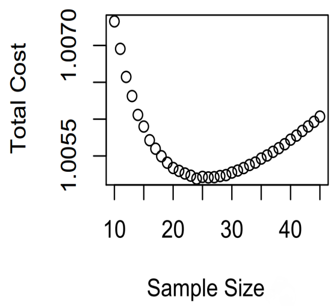
که در آن $\alpha > 0$، $\beta > 0$ و n عدد صحیح مثبت است. اگر X دارای توزیع گاما با پارامترهای n و λ باشد آن را با نماد $g_a(x;n,\lambda)$ نشان می‌دهیم.(چون توزیع گاما-گاما را با g_g مشخص کردیم، برای مشتبه نشدن، توزیع گاما را با g_a نشان می‌دهیم و اندیس a مربوط به $g"a"mma$ است.) در این صورت به‌راحتی می‌توان نشان داد که توزیع گاما-گاما از ترکیب دو توزیع گاما به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$g_g(x;\alpha,\beta,n) = \int_0^\infty g_a(x;n,\lambda) g_a(\lambda;\alpha,\beta) d\lambda \;.$$

سپس برای به دست آوردن امید ریاضی هزینهٔ کل، هزینهٔ خطی لیندلی را به ریسک پسین اضافه کرده، فرض می‌کنیم $c_0 = 1$ و $c = 0/0001$ باشد، که به این معنی است که به‌عنوان مثال c_0 یعنی همان هزینهٔ زیرساختی از نمونه‌گیری یا هر هزینهٔ دیگر در نمونه‌گیری را برابر با یک واحد و c را ۰/۰۰۰۱ آن یک واحد در نظر می‌گیریم. در نهایت، امید ریاضی هزینهٔ کل را در مقابل اندازهٔ نمونهٔ مطلوب رسم خواهیم کرد. در جدول ۲، اندازهٔ نمونهٔ مطلوب را برای مقادیر مختلف γ و b با شرط ثابت بودن a به دست آورده‌ایم. در جدول ۲، مشاهده می‌شود که وقتی پارامتر شکل ثابت است اگر پارامتر کران زیاد شود، اندازهٔ نمونهٔ مطلوب کاهش می‌یابد. از طرف دیگر اگر پارامتر کران ثابت باشد، با افزایش پارامتر شکل، اندازهٔ نمونهٔ مطلوب نیز افزایش می‌یابد.
در شکل ۲، اندازهٔ نمونه در مقابل هزینهٔ کل رسم شده است، که اندازهٔ نمونهٔ مطلوب ۵۰ است.

۳ نتیجه‌گیری

در این مقاله اندازهٔ نمونهٔ مطلوب را برای توزیع‌های مختلف بر اساس تابع زیان نامتقارن لینکس کراندار محاسبه کردیم. به‌دلیل پیچیدگی شکل تابع ریسک پسین، با اجرای محاسبات، میانگین هزینهٔ کل مینیمم شده است. در این‌جا به‌وضوح تعیین اندازهٔ نمونه به پارامترهای پیشین، مقیاس، شکل و پارامتر کران بستگی دارد. در همهٔ موارد با فرض ثابت بودن مقیاس، شکل و پارامترهای پیشین، اگر پارامتر کران افزایش یابد، اندازهٔ نمونهٔ مطلوب کاهش می‌یابد. از طرف دیگر برای مقیاس، پارامتر کران و پارامترهای پیشین ثابت، اگر پارامتر شکل افزایش یابد، اندازهٔ نمونهٔ مطلوب نیز افزایش می‌یابد.



شکل ۱. تعیین اندازهٔ نمونه در برآورد میانگین نرمال، وقتی $\xi = \frac{1}{2}$، $n_0 = 1$، $\mu_0 = 1$، $c = 0/001$، $\gamma = 0/1$، $b = 0/5$ و $a = 0/5$ باشد.

[Downloaded from andisheyeamari.irstat.ir on 2025-05-13]

جدول۱. اندازهٔ نمونهٔ مطلوب در برآورد میانگین توزیع نرمال برای مقادیر مختلف γ و b وقتی $\xi = \frac{1}{2}$، $n_{\cdot} = 1$، $\mu_{\cdot} = 1$، $c_{\cdot} = 1$ و $c = 0/001$.

n	b				
γ	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵
۰/۱	۱۰	۱۵	۱۸	۲۲	**۲۴**
۰/۲	۷	۱۰	۱۲	۱۵	۲۰
۰/۳	۵	۸	۱۰	۱۲	۱۶
۰/۴	۳	۶	۸	۱۱	۱
۰/۵	۱	۳	۴	۶	۸

جدول۲. اندازهٔ نمونهٔ مطلوب در برآورد پارامتر توزیع نمایی برای مقادیر مختلف γ و b وقتی $\alpha = \beta = 1$ و $a = 0/5$ باشد.

n^*	b				
γ	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵
۰/۱	۴۵	۶۸	۸۱	۹۷	۱۱۰
۰/۲	۳۵	۴۶	۶۹	۸۱	۹۲
۰/۳	۲۵	۳۶	**۵۰**	۶۸	۷۷
۰/۴	۱۵	۲۷	۳۴	۴۵	۶۳
۰/۵	۱۰	۱۸	۳۰	۳۶	۴۷

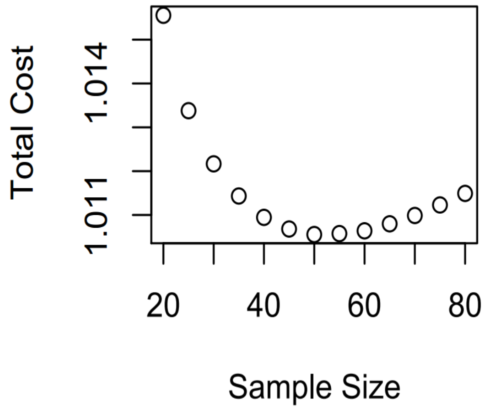
جدول۳. اندازهٔ نمونهٔ مطلوب در برآورد دقت توزیع نرمال وقتی $n_{\cdot} = 10$، $\mu_{\cdot} = 1$، $c = 0/0001$، و $\alpha = \beta = 1$ باشد.

n	b				
γ	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵
۰/۱	**۴۵**	۶۲	۷۴	۶۹	۱۱۰
۰/۲	۳۵	۴۸	۶۰	۷۲	۸۵
۰/۳	۳۰	۴۰	۵۰	۶۳	۷۰
۰/۴	۲۶	۳۴	۴۴	۵۵	۵۶
۰/۵	۲۰	۳۰	۴۰	۴۶	۴۸

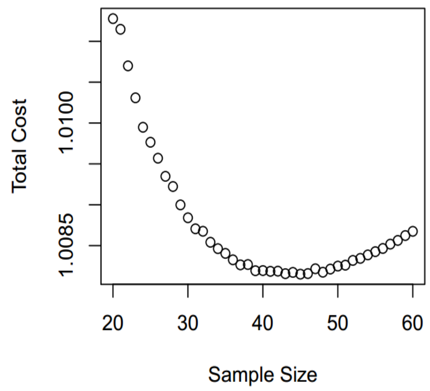
جدول۴. اندازهٔ نمونهٔ مطلوب در برآورد پارامتر توزیع پوآسون برای مقادیر مختلف γ و b وقتی $\alpha = \beta = 2$ و $a = 0/5$ باشد.

n	b				
γ	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵
۰/۱	۳۴	۴۵	۵۶	۶۵	۷۲
۰/۲	۲۵	۳۶	۴۰	۴۹	۵۸
۰/۳	۲۰	۳۱	۳۶	۴۲	۴۹
۰/۴	۱۵	۲۴	۳۲	۳۵	۴۳
۰/۵	۱۲	۲۱	۲۶	**۳۰**	۳۶

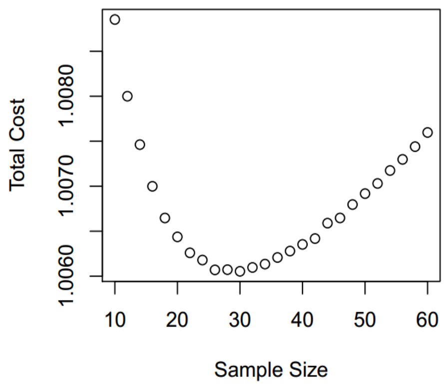
[Downloaded from andisheyeamari.irstat.ir on 2025-05-13]



شکل ۲. تعیین اندازهٔ نمونه در برآورد پارامتر توزیع نمایی وقتی $\alpha = \beta = ۱$، $c = ۰/۰۰۰۱$، $\gamma = b = ۰/۳$ و $a = ۰/۵$ باشد.



شکل ۳. تعیین اندازهٔ نمونه در برآورد میانگین نرمال وقتی $n_. = ۱$، $\mu_. = ۱$، $c = ۰/۰۰۱$، $\gamma = b = ۰/۱$ و $a = ۰/۵$ باشد.



شکل ۴. تعیین اندازهٔ نمونه در برآورد پارامتر پوآسون به‌ازای $\alpha = \beta = ۲$، $c_. = ۱$، $c = ۰/۰۰۰۱$، $b = ۰/۴$ و $\gamma = ۰/۵$ باشد.

مراجع

[1] Adcock, C. J. (1988). A Bayesian approach to calculating Sample size. *S*tatistician, **37**, 433-439.

[2] Adcock, C. J. (1997). Sample size determination: A Review. *Statistician*, **46**, 261-283.

[3] Berger, J. (1985). *Statistical Decision Theory and Bayesian Analysis*, 2nd edn. New York: Springer.

[4] Berger, J. O. (1980). *Statistical Decision Theory: Foundation Concepts and Methods*, Springer - Verlag.

[Downloaded from andisheyeamari.irstat.ir on 2025-05-13]

[5] Berger, J. O., Boukai, B. and Wang, Y. (1997). Unified frequentist and Bayesian testing of a precise hypothesis. *Statistical Science*, **12**, 133-160.

[6] Bernardo, J. M., Smith, A. F. M. (2000). *Bayesian Theory*. Chichester: John Wiley.

[7] Goldstein, M. (1981). A Bayesian criterion for sample size. *Annals of Statistics*, **9**, 670-672.

[8] Joseph, L., Belisle, P., (1997). Bayesian sample size determination for normal means and difference between normal means. *Statistician*, **46**, 209-226.

[9] Joseph, L., Wolfson, D. and du Berger, R., (1995). Sample size calculations for binomial proportions via highest posterior density intervals. *Statistician*, **44**, 143- 154.

[10] Lee, S. J. and Zelen, M. (2000). Clinical trials and sample size considerations: another perspective. *Statistical Science*, **15**, 95-110.

[11] Lindley, D. V. (1972). *Bayesian Statistics: A Review*. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics.

[12] Lindley, D. V. (1997). The choice of sample size: A reply to the discussion. *Statistician*, **46**, 163–166.

[13] O'Hagan, A., Stevens, J. W., (2001). Bayesian assessment of sample size for clinical trails of cost-effectiveness. *Medical Decision Making*, **21**, 219-230.

[14] Pezeshk, H., (2003). Bayesian techniques for sample size determination in clinical trials: A short review. *Statistical Method in Medical Research*, **12(6)**, 489-504.

[15] Pham-Gia, T . and Turkkan, N . (1992). Sample size determination in Bayesian Analysis. *Statistician*, **41**, 389-397 (Disc: P399-404).

[16] Pham-Gia, T. (1997). On Bayesian analysis, Bayesian decision theory and the sample size problem. *Statistician*, **46**, 139-144.

[17] Sahu, S. K., Smith, T. M. F. (2006). A Bayesian method of sample size determination with practical applications. *Journal of the Royal Statistical Society*, A **169**, 235–253.

[18] Saiful Islam, A. F. M., Pettit, L. I. (2012). Bayesian sample size determination using linex loss and linear cost, *Communications in Statistics - Theory and Methods*, **41**, 223-240.

[19] Wen, D. and Levy, S. (2001). BLINEX, A bounded asymmetric loss function whit application to Bayesian estimation. *Communications in Statistics - Theory and Methods*, **30**(**1**), 147-153.

[Downloaded from andisheyeamari.irstat.ir on 2025-05-13]