بررسی درک و فهم دانش‌آموزان پایه هشتم از احتمال

علی کهکی،[۱] ابراهیم ریحانی،[۲] احسان بهرامی سامانی،[۳]

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۷/۸
تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۶/۳۰

چکیده:
هدف تحقیق حاضر که به روش توصیفی از نوع زمینه‌یابی صورت گرفته‌است، بررسی درک و فهم و بدفهمی دانش‌آموزان پایه هشتم در مورد مفهوم احتمال است. جامعه آماری پژوهش صورت گرفته، شامل دانش‌آموزان دختر و پسر پایه هشتم استان تهران است. نمونه‌ای تصادفی به اندازهٔ ۱۳۳۰ نفر دانش‌آموز، که در مدارس عادی، نمونه دولتی، شاهد و تیزهوشان تحصیل می‌کنند؛ به روش نمونه‌گیری تصادفی طبقه‌بندی شده‌اند و ۱۵ سؤال احتمال که روایی آن توسط تعدادی از اساتید ریاضی و آموزش ریاضی و دبیران با تجربه ریاضی بررسی‌شده بود به پرسش گذاشته شد. بعد از انجام تحلیل‌های آمار توصیفی، بدفهمی‌های دانش آموزان در هفت گروه به شرح زیر شناسایی شدند: عدم درک اعداد گویا و ارتباط آن با کسرها، عدم توانایی شمارش تمام حالت‌های ممکن، قضاوت‌های ذهنی، مشکلات زبان، استفاده از روش‌های خود ساخته در محاسبه احتمال، تعمیم غیر مناسب و عدم درک برخی از مفاهیم پیش‌نیاز.

واژه‌های کلیدی: بدفهمی، احتمال، دانش‌آموزان پایه هشتم، آموزش ریاضی.

۱ مقدمه

با توجه به تغییرات ایجاد شده در برنامه درسی ریاضیات چند دههٔ گذشته بر اهمیت جایگاه احتمال و توجه بیشتر به آن در برنامه درسی تأکید شده است؛ به دلیل این‌که احتمال، از جمله موضوعاتی است که به طور کلّی در زندگی روزمره و به‌طور خاص، در فرایند آموزش ریاضی از جایگاه خاصی برخوردار است. احتمال از مفاهیمی است که در اکثر حوزه‌های دانش مانند ریاضیات، فیزیک، شیمی، مکانیک، زیست‌شناسی، اقتصاد و علوم اجتماعی، روانشناسی و غیره کاربرد وسیعی دارد، همچنین اهمیت آمار و احتمال در حوزه‌هایی نظیر توسعه تفکر، قدرت استدلال و بسیاری از قضاوت‌ها و تصمیم‌گیری‌های روزمره قابل توجه است. در جامعه کنونی آدمی باید داده‌های انبوه زندگی روزمره را بفهمد و تحلیل کند و در مقابل انفجار اطلاعاتی موجود، قادر به استدلال و استنتاج معتبر و درست در تصمیم‌گیری‌های خود باشد.

مفاهیم احتمال هم به‌صورت ریاضی و هم به‌صورت فلسفی و ذهنی مطرح گردیده است و نخستین نوآوری مهم در این زمینه و در این مفاهیم، به نیمهٔ دوم قرن هفده میلادی برمی‌گردد. [۱۸] از دانشمندانی بود که در این حوزه فعالیت نموده است. وی در مقاله‌ای در مورد درک انسان در مورد مفهوم احتمال نکات مهمی را بیان نموده است وی به مفهوم عدم قطعیت در هدایت زندگی روزمره انسان اشاره کرده و علم احتمال را به‌عنوان راهی برای معامله با این عدم حتمیت معرفی نموده است. نقطه شروع نظریه ذهنی مفهوم احتمال، درجه باور فردی است. رمزی [۲۶] از جمله نخستین دانشمندانی است که در حوزه‌های ذهنی احتمال، تحقیقات با ارزشی را انجام داده است. رمزی معتقد بود درجه باور به یک چیز درک‌کردنی، همان میزان احساسی است که

[۱] کارشناس ارشد آموزش ریاضی، ایران
[۲] هیأت علمی گروه ریاضی، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، ایران
[۳] هیأت علمی گروه آمار، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

[Downloaded from andisheyeamari.irstat.ir on 2025-05-10]

ممکن است برداشتی اشتباه از احتمال را در پی داشته باشد، زیرا بیان احساسات در قالب اعداد آسان نیست. او معتقد بود احتمال به مثابه شاخه‌ای از منطق، منطق باور ناقص و برهان غیرقطعی فرض می‌شود. کولموگورف [۱۵] اوّلین فردی بود که جنبهٔ نظری احتمال را با معرفی اصول سه‌گانه احتمال معرفی نمود و سبب شد جنبه‌های نظری احتمال جای خود را به جنبه‌های ذهنی احتمال دهد. این اصول، مجموعه‌ای از اصولی است که برای فراهم‌آوردن نظریه‌ای ریاضی در مورد پدیده‌های تصادفی مشاهده شده، طراحی شده‌اند. او معتقد بود احتمال از دیدگاه ریاضی می‌تواند به مثابه کاربردی خاص، از نظریه کلّی تابع‌های مجموعه‌ای جمعی تلقی شود.

شورای ملی معلمان ریاضی آمریکا، سندی را تحت عنوان «اصول و استانداردهای ریاضیات مدرسه‌ای» در سال ۲۰۰۰ منتشر کرد. یکی از استانداردهای مورد تأکید این سند، استاندارد آمار و احتمال در آموزش ریاضی است؛ با توجه به این استاندارد، دانش آموزان باید درک و فهم خود را از آمار و احتمال توسعه دهند تا قادر باشند استنباط و استدلال‌های مناسب اتخاذ نمایند. در این سند تأکید شده است که آمار و احتمال باید به صورت پایدار در تجربیات ریاضی دانش آموزان، از پیش‌دبستانی تا پایان پایهٔ دوازدهم قرار گیرد. همچنین دیگر پژوهشگران پیشنهاد می‌کنند که آمار و احتمال در دوره‌های مختلف تحصیلی معرفی شود و حتی احتمال، در میان شهروندان جامعه در سطح مدارس ابتدایی به‌عنوان بخشی از سواد پایه‌ای[۴] در نظر گرفته شود. فرنکلین و دیگران [۸]، گل [۹] و جونز [۱۳] بیان کرده‌اند که دلایل گنجاندن احتمال در برنامه درسی مدارس، با فواید احتمال در زندگی روزمره، نیاز به دانش تصادفی[۵] در بسیاری از حرفه‌ها و نقش‌های مهم استدلال احتمالاتی در تصمیم‌گیری ارتباط دارد. دانش آموزان در زندگی شخصی و تحصیلی خود همواره در محاصره رویدادهای تصادفی[۶] هستند. به همین دلیل نیاز به درک پدیده‌های تصادفی در جهت آماده‌سازی برای تصمیم‌گیری مناسب در مواجهه با عدم قطعیت[۷] است.

بُرُوکنیک و کاپادیا [۶] بیان می‌کنند که طبیعت احتمال[۸]، القاکنندهٔ این مطلب است که آموزش و یادگیری احتمال، کار ساده‌ای نیست. بدفهمی‌ها و مشکلات دانش‌آموزان در به‌کار بستن مفاهیم احتمالات نیاز به مطالعه ویژه‌ای دارد، خصوصاً اگر دانش‌آموزان تا پیش از تحصیلات عالی یا سال‌های بعد از سطح دورهٔ دوم تحصیلات، با مبحث احتمال و با استدلال‌های منطقی و علّی[۹] و با اندیشه‌های ریاضی‌گونه[۱۰] آشنا نشده باشند. از طرفی هم دانش معلمان بر یادگیری دانش‌آموزان تأثیرگذار است و توانایی معلمان برای مقابله با این مشکلات آموزشی و بدفهمی‌های احتمال در کلاس درس اهمیت دارد. به‌منظور قادر بودن معلمان به انجام این کار، نیاز به دانش و محتوای کافی احتمال دارند. اگرچه افزایش توجه بر روی حوزه احتمال در برنامه درسی مدرسه‌ای به وجود آمده است اما یکی از مشکلاتی که با آن روبرو هستیم آماده‌سازی نامناسب معلمان در زمینه احتمال است [۲۴]. به نظر می‌رسد تا کنون در ایران پژوهشی با هدف بررسی بدفهمی‌های دانش آموزان در زمینهٔ احتمال و آگاهی دادن به معلمان در مورد بدفهمی‌های دانش‌آموزان در احتمال صورت نگرفته است. با توجه به اهمیت احتمال در فرایند آموزش ریاضی، هدف اصلی این پژوهش، بررسی درک و فهم دانش آموزان پایه هشتم از مفاهیم احتمال است.

[۴] Basic literacy

[۵] Stochastic knowledge

[۶] Randomness

[۷] Uncertainty

[۸] Nature of probability

[۹] Logical or causal reasoning

[۱۰] The approach to mathematical

[۱۱] Misconception

[Downloaded from andisheyeamari.irstat.ir on 2025-05-10]

۲ مبانی نظری و پیشینهٔ پژوهش

بدفهمی‌های[11] دانش‌آموزان در یادگیری ریاضی و تلاش برای تجزیه و تحلیل خطا در آموزش ریاضی، سابقه‌ای طولانی در سراسر جهان دارد. شناسایی و از بین بردن بدفهمی‌های دانش‌آموزان در مورد مفاهیم ریاضی به‌طور قابل‌ملاحظه‌ای اهمیت دارد؛ زیرا زمانی که ما از دانش قبلی و ویژگی‌های شناختیِ دانش‌آموزان باخبر باشیم، این موضوع می‌تواند کمک کند تا از دانش‌آموزان شناخت بهتری داشته باشیم و اطلاعاتی در مورد زمان و امکان مرتکب شدنِ اشتباه، توسط دانش‌آموزان به دست آوریم [۷].

مقابله با بدفهمی‌ها مستلزم این است که معلم پرسش‌های دقیقی را مطرح کند و از تکالیف مناسب، برای آگاهی دانش‌آموز از بدفهمی ایجادشده، استفاده نماید [۲۷]. شناسایی و کشف بدفهمی‌های دانش آموزان، برای معلمان ریاضی اهمیت زیادی دارد، زیرا آنها می‌توانند تا حدودی روش تدریس خود را بر مبنای بدفهمی‌های دانش آموزان تغییر بدهند. تشخیص بدفهمی‌ها، کمک خواهد کرد که معلمان متوجه شوند که چه روشی در چه زمانی در یادگیری دانش‌آموزان مؤثر است.

۱.۲ چالش‌های آموزشی احتمال

به نظر ریکس [۲۵] می‌توان بعضی از مشکلات آموزشی احتمال را (در آمریکا) به صورت زیر دسته‌بندی کرد:

✓ معلمان با مفهوم احتمال نسبت به مطالب دیگر ریاضیات کمتر آشنا هستند. در واقع مشکل این است که اغلب معلمان احتمال را به عنوان موضوع دست‌دوم تلقی می‌کنند.

✓ برنامه درسی ایالات‌متحده آمریکا مطالب خاصی از محتوای آمار و احتمال را به‌طور جداگانه اختصاص داده است در صورتی‌که تجزیه و تحلیل داده‌ها به‌طور جدایی‌ناپذیری با آمار و احتمال مرتبط هستند.

✓ عدم درک شهود در ارتباط با احتمال، یکی از مشکلات اصلی موضوع یادگیری و تدریس احتمال است. این مانع، یک مفهوم قابل‌توجه، برای درک مفاهیم انتزاعی ریاضی ایجاد می‌کند. زمانی‌که از دانش‌آموزان در مورد ترکیبی مانند $A \cap B$ از دو مجموعه A و B سؤال می‌شود آنها اغلب نتیجه می‌گیرند که اشتراک دو مجموعه یک مقداری بزرگ‌تر از مجموعه‌های اصلی است.

✓ در بسیاری از مواقع بدفهمی‌ها در یک حوزه، توانایی دانش‌آموزان را در سایر حوزه‌های دیگر تحت تأثیر قرار می‌دهد، به‌عنوان مثال، مشکلات آموزشی و بدفهمی‌های مفاهیم کسر، جبر و هندسه بر آموزش احتمال تأثیرگذار است.

آموزش احتمال به دلیل پیچیدگی آن، چندان ساده هم نیست. موانع مختلفی برای درک مفهوم احتمال وجود دارد که هر کدام می‌توانند چالشی در تدریس معلم باشند. به‌طور مثال یکی از موانع آموزش احتمال، بدفهمی‌های دانش آموزان در زمینه اعداد گویا و کسر است که یادگیری را تحت تأثیر قرار می‌دهد [۱۹]. نکته حائز اهمیت این است که اگر دانش‌آموزان، مفاهیم احتمال را به‌وسیلهٔ تجربه به دست آوردند با اشتیاق بیشتری مفاهیم احتمال را درک می‌کنند [۱۲].

۲.۲ بدفهمی‌ها در احتمال

لی [۱۷]، برای بررسی بدفهمی‌های احتمال، نمونه‌ای تصادفی شامل ۵۶۷ دانش‌آموز چینی در کلاس ششم و هشتم و دوازدهم مدارس عادی و خصوصی (پیشرفته) انجام داد. پس از بررسی نمونه‌ها، بدفهمی‌های دانش آموزان را در چهارده دسته طبقه‌بندی و شناسایی کرد. در جدول ۱، این ۱۴ دسته بدفهمی‌های احتمال پس از خلاصه شدن با ذکر توضیح و مثال بیان شده است.

[Downloaded from andisheyeamari.irstat.ir on 2025-05-10]

جدول ۱. بدفهمی‌های احتمال [۱۷]

شماره	نام بدفهمی	توصیف بدفهمی‌ها با مثال
۱*۲	۲*قضاوت‌های ذهنی[۱۲]	**باورهای ذهنی**[۱۳]: باورهای ذهنی شامل باورهای کاملاً خودمحورانه است؛ یکی از باورهای ذهنی این است که چون یک پیش‌بینی کننده وضعیت آب و هوا یا معلم ریاضی و مربی تیم و ... گفته است، پس حتماً این اتفاق خواهد افتاد. **مثال)** یک تاس شش وجهی را یک‌بار پرتاب می‌کنیم. عبارت مناسب مقابل آن را انتخاب کنید. عدد رو آمده، عدد ۲ است (غیرممکن، ممکن، حتمی). پاسخ دانش‌آموز: حتمی است. او استدلالش این بود که مطمئناً عدد رو شده ۲ خواهد بود؛ چون عددی که در ذهن من می‌چرخد عدد ۲ است. او باور داشت که آرزو داشتن برای هر چیزی می‌تواند باعث اتفاق افتادن آن باشد.
		قضاوت بر اساس ویژگی‌های فیزیکی[۱۴]: قضاوت بر اساس ویژگی‌های فیزیکی به این معنا است که عمدتاً به دلیل ویژگی‌های فیزیکی مانند اندازه، وزن چرخنده‌ها یا موقعیت شروع عقربه و غیره، یک نتیجه خاصی اتفاق خواهد افتاد. مثلاً در مسائل مربوط به احتمال توقف عقربه چرخنده برخی از دانش‌آموزان بر اساس اندازه چرخنده نتیجه احتمال را انتخاب می‌کنند.
۲	تفاسیر برای ممکن و غیرممکن بر پایهٔ مثال[۱۵]	بدفهمی تفاسیر برای ممکن و غیرممکن بر پایهٔ مثال، این است که فکر می‌کنند، اگر در یک حالت خاص یک رویداد رخ ندهد؛ به این معنی است که این رویداد غیرممکن است. **مثال)** یک تاس شش وجهی را ۱ بار پرتاب می‌کنیم. عبارت مناسب مقابل آن را انتخاب کنید. عدد رو آمده، عدد فرد است (غیرممکن، ممکن، حتمی). پاسخ دانش‌آموز: هم غیرممکن و ممکن را انتخاب و استدلال کرده بود که بعضی از اوقات غیرممکن است و بعضی از اوقات ممکن است، اما حتمی نیست.
۳	ممکن به معنای حتمی[۱۶]	بدفهمی ممکن به معنای حتمی این است که دانش‌آموزان بر این باورند، اگر این امکان وجود داشته باشد که یک رویداد رخ بدهد، پس قطعاً رخ خواهد داد. حتّی اگر مقدار احتمال کمی داشته باشد. همچنین آنها فکر می‌کنند که کلمه حتمی بهتر از کلمهٔ ممکن است، زیرا رویدادها قطعاً دیر یا زود اتفاق خواهند افتاد. **مثال)** یک تاس شش وجهی را یک‌بار پرتاب می‌کنیم. عبارت مناسب مقابل آن را انتخاب کنید. عدد رو آمده، عدد زوج است (غیرممکن، ممکن، حتمی). پاسخ دانش‌آموز: حتمی است. چون ممکن است ۲ بیاید.

[Downloaded from andisheyeamari.irstat.ir on 2025-05-10]

۴	ریاضیات نمی‌تواند شانس را اندازه‌گیری کند[۱۷]	برای بسیاری از دانش‌آموزان یا حتّی بزرگسال، احتمال به معنی خوش‌شانسی است؛ این بدفهمی معمولاً به این نتیجه منجر می‌شود که نمی‌توانیم نتایج ممکن را مقایسه کنیم و هرگونه تلاش برای اندازه‌گیری ریاضی و احتمال غیرضروری و بی‌معنی است. **مثال)** در کیسه A، ۲۱ مهره قرمز و ۸ مهره سیاه وجود دارد و در کیسه B، ۲۱۰ مهره قرمز و ۸۰ مهره سیاه وجود دارد. مهره‌های هر کیسه را کاملاً مخلوط می‌کنیم. چشمانتان را ببندید و فرض کنید که شما می‌خواهید یک مهره سیاه از هر کیسه بردارید، احتمال برداشتن مهره سیاه از کدام کیسه بیشتر است؟ پاسخ دانش‌آموز: نتایج هر کیسه مستقل از یکدیگرند و به شانس ربط دارد.
۵	احتمال هم‌شانس[۱۸] (احتمال برابر)	بدفهمی احتمال هم‌شانس به دو دسته بدفهمی رایج تقسیم می‌شود که این دسته‌ها عبارت‌اند از: ۱) همهٔ پیشامدهای ممکن، شانس ۵۰% دارند. ۲) اگر n نوع نتیجه ممکن وجود داشته باشد، هر کدام از نتایج شانس برابر $\frac{1}{n}$ دارند. مثال) یک تاس شش وجهی را یک‌بار پرتاب می‌کنیم. عبارت مناسب مقابل آن را انتخاب کنید. عدد رو آمده ۲ است (غیرممکن، ممکن، حتمی). پاسخ دانش‌آموز هشتم: دو حالت امکان وجود دارد: ۲ می‌آید یا ۲ نمی‌آید. من باور دارم احتمال هر دو آنها ۵۰% است.
۶	رویکرد نتیجه[۱۹]	دانش‌آموزانی که از رویکرد نتیجه استفاده می‌کنند، معمولاً احتمال رویداد، بیشتر یا کمتر از ۵۰% را به‌عنوان یک راهنما به‌منظور اطمینان رخ دادن یک رویداد می‌دانند. در این بدفهمی اگر مقدار احتمال بیشتر از ۵۰% باشد باور دارند که نتیجه قطعاً اتفاق خواهد افتاد.
۷	یک آزمایش با دیگر آزمایش‌ها ارتباط ندارد[۲۰]	دانش آموزان هر کدام از آزمایش‌ها را جدا از یکدیگر دیده و استدلال می‌کنند که اندازه احتمال را فقط در یک آزمایش می‌توان بیان کرد. مثال) کدام‌یک از گزینه‌های زیر بهترین معنی برای این‌که فردا به احتمال ۸۰% باران می‌بارد است؟ الف) قطعاً فردا باران می‌بارد. ب) قطعاً فردا باران نمی‌بارد. ج) فرض کنید برای ۱۰ روز از یک سال پیش‌بینی می‌گوید که فردا باران می‌بارد و در حدود ۸ روز باران می‌بارد. د) فرض کنید برای ۱۰ روز از یک سال پیش‌بینی می‌گوید که فردا باران می‌بارد و دقیقاً ۸ روز باران می‌بارد. پاسخ دانش‌آموز: هیچ گزینه‌ای را نمی‌توان انتخاب کرد. به نظرم، همه این گزینه‌ها غلط است. به‌خاطر همین‌که احتمال ۸۰% فقط اشاره به باران باریدن فردا دارد. ارتباط بین ۱۰ روز یا ۱۰۰ روز نیست؛ بنا بر این گزینه (ج) و (د) را شامل نمی‌شود.

[Downloaded from andisheyeamari.irstat.ir on 2025-05-10]

۸	تفسیر تحت الفظی از احتمال[۲۱]	در این بدفهمی دانش آموزان فکر می‌کنند که اگر احتمال رخ دادن پیشامدی ۳۰% باشد به این معناست که دقیقاً از ۱۰ بار ۳ بار اتفاق می‌افتد. چون ۳۰% منطبق بر ۳ از ۱۰ هست.
۹	افزایش تکرار برای پیش‌بینی بهتر نیست[۲۲]	در این بدفهمی، دانش‌آموزان بیان می‌کنند که افزایش تکرار نمی‌تواند به یک پیش‌بینی بهتر یا تعیین دقیق‌تر احتمال کمک کند. برخی از دانش آموزان فکر می‌کنند که هیچ تفاوتی بین نمونه‌های کوچک و بزرگ نیست و فقط با تکرار کمتر موافق هستند.
۱۰	تأخر مثبت و منفی[۲۳]	نوع اول از پاسخ‌ها اشاره به تأخیر منفی و نوع دوم از پاسخ‌ها اشاره به تأخیر مثبت دارد. برخی از دانش آموزان فکر می‌کنند که اتفاقی که در آینده خواهد افتاد به آنچه درگذشته اتفاق افتاده وابسته است. این دانش آموزان مستقل بودن پیشامدها را درک نمی‌کنند. آنها باور دارند که اگر پیشامدی رخ نداده باشد در آینده جبران خواهد شد و همچنین اگر پیشامدی درگذشته رخ‌داده باشد در آینده جبران خواهد شد. **مثال)** کدام گزینه کم‌ترین احتمال را دارد؟ استدلال خود را توضیح دهید. الف) رو، پشت، رو ب) رو، رو، رو ج) پشت، رو، پشت د) رو، رو، پشت ه) تمام موارد به یک اندازه احتمال دارد. پاسخ دانش‌آموز: چون دو بار رو آمده است. پس به احتمال زیاد بار سوم هم رو می‌آید. پاسخ دانش‌آموز: چون دو بار رو آمده است. پس به‌احتمال‌زیاد در پرتاب بعدی پشت می‌آید.
۱۱	کاربرد روش‌های خود در مقایسه شانس[۲۴]	برخی از دانش آموزان از روش‌های خودساخته برای مقایسه موارد احتمال استفاده می‌کنند. روش‌های خودساخته دانش آموزان به نظر می‌رسد بر اساس تجربه زندگی واقعی و تجربه شخص در زندگی روزمره نشأت‌گرفته است. مثال) در کیسه A، ۲۱ مهره قرمز و ۸ مهره سیاه وجود دارد. در کیسه B، ۲۱۰ مهره قرمز و ۸۰ مهره سیاه وجود دارد. مهره‌های هر کیسه را کاملاً مخلوط می‌کنیم. بدون نگاه کردن از هر یک کیسه یک مهره بیرون می‌آوریم. احتمال برداشتن مهره سیاه از کدام کیسه بیشتر است؟ پاسخ دانش آموزان: باور دارم که احتمال برداشتن مهره سیاه در کیسه A بیشتر است؛ چراکه کیسه A فقط دارای ۲۹ مهره است درحالی‌که کیسه B دارای ۲۹۰ مهره است. ۱۰ برابر مهره‌های کیسه A، کیسه B مهره دارد. پس بنا بر این خیلی سخت است بیرون کشیدن آنچه خواسته شده باشد.
۱۲	یکی پنداشتن ترتیب‌های مختلف[۲۵]	در این بدفهمی دانش آموزان نمی‌توانند تمام حالت‌های ممکن فضای نمونه‌ای را در نظر بگیرند. **مثال)** تمام تعداد حالت‌های ممکن پرتاب دو سکه را بنویسید؟ دانش آموزان برآمدهای (پ- پ)، (رو، پ)، (رو، رو) را در نظر می‌گیرند، اما برآمد (پ، رو) را در نظر نمی‌گیرد.

[Downloaded from andisheyeamari.irstat.ir on 2025-05-10]

تعدادی از دانش آموزان از روش یا قوانینی که درگذشته یاد گرفته‌اند برای پاسخگویی به سؤالات احتمال، از نتایج به‌صورت نامناسب استفاده می‌کنند. **مثال)** دانش آموزان با ذهنیت قبلی از اصل لانه کبوتری می‌خواهند به سؤالات احتمال پاسخ بدهند. مثلاً اگر یک تاس را ۷ بار پرتاب کنیم. حتماً یکی از پیشامدها ۲ بار ظاهر می‌شود. ولی اگر یک‌بار پرتاب کنیم هر کدام از پیشامدها ممکن است رخ بدهد.	استفادهٔ نادرست یا تعمیم غیر مناسب[۲۶]	۱۳
برخی از دانش آموزان از روش‌های خود ساخته برای مقایسه و اندازه‌گیری احتمال استفاده می‌کنند که این روش‌ها هیچ‌گونه ارتباطی با قوانین و مفاهیم ریاضی ندارد. **مثال)** اگر در کیسه A، ۸ مهره قرمز و ۱۶ مهره سیاه و در کیسه B، ۵۰ مهره قرمز و ۷۰ مهره سیاه باشد. احتمال برداشتن مهره قرمز از کدام کیسه بیشتر است؟ پاسخ دانش‌آموز: احتمال برداشتن مهره قرمز از کیسه B بیشتر است؛ زیرا $\frac{۱}{۲} \geq \frac{۵}{۷}$ است. $A\text{کیسه} = \frac{۸(\text{قرمز})}{۱۶(\text{سیاه})}$ $B\text{کیسه} = \frac{۵۰(\text{قرمز})}{۷۰(\text{سیاه})}$	استفاده از روش‌های خود ساخته در محاسبهٔ شانس[۲۷]	۱۴

لای و ماسیتاه (۲۰۱۴، به نقل از کهکی [۵])، برای بررسی و شناسایی بدفهمی‌های دانش‌آموزان متوسطه اول در مفاهیم احتمال پرداختند. برای این منظور نمونه‌ای تصادفی شامل ۱۷۷ دانش‌آموز ده و یازده ساله از دو مدرسه انتخاب کردند. پس از بررسی نمونه‌های بدفهمی‌های نمایندگی[۲۸]، تمایل داشتن به احتمال هم‌شانس[۲۹]، باورها[۳۰] و کنترل انسان[۳۱] چهار بدفهمی خاص احتمال، معرفی نموده و همچنین بی‌دقتی[۳۲] و استفاده از روش نادرست را به‌عنوان خطای تایپ‌شده[۳۳] دسته‌بندی کردند. آنها بدفهمی‌های دانش آموزان را در چهار دسته طبقه‌بندی و شناسایی کردند که در جدول ۲، این بدفهمی‌ها به‌اختصار توضیح داده‌شده است.

۳.۲ بدفهمی‌ها در احتمال

لی [۱۷]، برای بررسی بدفهمی‌های احتمال، نمونه‌ای تصادفی شامل ۵۶۷ دانش‌آموز چینی در کلاس ششم و هشتم و دوازدهم مدارس عادی و خصوصی (پیشرفته) انجام داد. پس از بررسی نمونه‌ها، بدفهمی‌های دانش آموزان را در چهارده دسته طبقه‌بندی و شناسایی کرد. در جدول ۱، این ۱۴ دسته بدفهمی‌های احتمال پس از خلاصه شدن با ذکر توضیح و مثال بیان شده است.

یکی دیگر از مهم‌ترین مشکلات آموزشی احتمال این است که دانش‌آموزان نمی‌توانند تعداد تمام حالت‌های ممکن و همچنین تعداد حالت‌های مطلوب را به دست آورند. رضایی [۲] هر یک از موارد زیر را شناسایی نموده است که به‌عنوان چالش‌های پیش روی یادگیرندگان، در جریان حل مسائل شمارشی با آنها روبه‌رو هستند.

[۲۸] Representativeness
[۲۹] Equiprobability bias
[۳۰] Beliefs
[۳۱] Human control
[۳۲] Carelessness
[۳۳] Error-typed

[Downloaded from andisheyeamari.irstat.ir on 2025-05-10]

۱. مسئله و یافتن برخی از حالت‌های مطلوب مسئله
۲. تشخیص حالت‌های نامطلوب و رده‌بندی حالت‌های مطلوب
۳. پیدا کردن «تمام» حالت‌های ممکن برای شمارش
۴. به دست آوردن روشی که تمام حالت‌های ممکن را تولید کند
۵. استفاده از راهبرهای متنوع برای شمارش حالت‌ها
۶. ایجاد ارتباط بین مسئله پیش رو با مسئله‌های ترکیبیاتی دیگر
۷. استفاده از استدلال ترکیبیاتی به ویژه برای شمارش حالت‌ها.

جدول ۲. بدفهمی‌های احتمال

شماره	بدفهمی	توضیح بدفهمی
۱	نمایندگی	این بدفهمی بیان می‌کند که دانش‌آموزان به اشتباه فکر می‌کنند که دنباله‌هایی مانند رو، پشت، رو، پشت، رو که به مطابقت توزیع جمعیت[۳۴] هستند احتمال بیشتری از دنباله‌هایی مانند پشت، رو، رو، رو، رو دارند. مثلاً دانش‌آموزانی که این بدفهمی را دارند فکر می‌کنند در پرتاب یک سکه، اگر در دنباله‌ای تقریباً تعداد رو و پشت مساوی باشند احتمال بیشتری وجود دارد اتفاق بیفتد نسبت به یک دنباله‌ای که تعداد پشت بیش از تعداد رو است.
۲	احتمال هم‌شانس (تمایل گرایانه)	احتمال هم‌شانس این است که دانش آموزان تمایل دارند، مقدار احتمال نتایج هر یک از آزمایش‌ها را برابر در نظر بگیرند. مثلاً، باور دانش‌آموزانی که بدفهمی احتمال هم‌شانس را دارند این است که در پرتاب دو تاس، مجموع همهٔ حالت‌هایی که امکان‌پذیر است به یک اندازه احتمال دارند. در صورتی که آنها درک نمی‌کنند که مجموع ۶ یا ۷ از مجموع ۲ یا ۱۲ احتمال بیشتری دارد.
۳	باورها	احتمال هم‌شانس این است که دانش آموزان تمایل دارند، مقدار احتمال نتایج هر یک از آزمایش‌ها را برابر در نظر بگیرند. مثلاً، باور دانش‌آموزانی که بدفهمی احتمال هم‌شانس را دارند این است که در پرتاب دو تاس، مجموع همهٔ حالت‌هایی که امکان‌پذیر است به یک اندازه احتمال دارند. در صورتی که آنها درک نمی‌کنند که مجموع ۶ یا ۷ از مجموع ۲ یا ۱۲ احتمال بیشتری دارد.
۴	کنترل انسان	بعضی از دانش‌آموزان فکر می‌کنند که نتایج رویدادهای مولّدهای تصادفی مانند تاس، سکه و چرخنده وابسته به نحوه پرتاپ کردن یا روش کار کردن با این مولّدها است.

یکی دیگر از مهم‌ترین مشکلات آموزشی احتمال این است که دانش‌آموزان نمی‌توانند تعداد تمام حالت‌های ممکن و همچنین تعداد حالت‌های مطلوب را به دست آورند. رضایی [۲] هر یک از موارد زیر را شناسایی نموده است که به‌عنوان چالش‌های پیش روی یادگیرندگان، در جریان حل مسائل شمارشی با آنها روبه‌رو هستند.

۱. مسئله و یافتن برخی از حالت‌های مطلوب مسئله
۲. تشخیص حالت‌های نامطلوب و رده‌بندی حالت‌های

[Downloaded from andisheyeamari.irstat.ir on 2025-05-10]

مطلوب

۳. پیدا کردن «تمام» حالت‌های ممکن برای شمارش

۴. به دست آوردن روشی که تمام حالت‌های ممکن را تولید کند

۵. استفاده از راهبرهای متنوع برای شمارش حالت‌ها

۶. ایجاد ارتباط بین مسئله پیش رو با مسئله‌های ترکیبیاتی دیگر

۷. استفاده از استدلال ترکیبیاتی به ویژه برای شمارش حالت‌ها.

۳ روش تحقیق

تحقیق حاضر به روش توصیفی از نوع زمینه‌یابی انجام شده است. جامعه آماری پژوهش صورت گرفته، شامل دانش‌آموزان دختر و پسر پایه هشتم استان تهران است. نمونه‌ای تصادفی به اندازهٔ ۱۳۳۰ نفر دانش‌آموز، که در مدارس عادی، نمونه دولتی، شاهد و تیزهوشان تحصیل می‌کنند؛ به روش نمونه‌گیری تصادفی با طبقه‌بندی انتخاب شده‌اند. ابزار این پژوهش، پرسش‌نامه‌ای متشکل از سؤالاتی است که از پایان‌نامه‌ها و مقالات داخلی و خارجی گردآوری شده و برخی نیز، توسط مؤلفین و با مشاوره چند تن از اساتید و معلمان ریاضی تهیه شده است. روایی این سؤالات توسط چند تن از اساتید آموزش ریاضی بررسی گردید و مقدار ضریب آلفای کرونباخ[۳۵]، بعد از اجرا بر روی یک گروه از دانش‌آموزان، ۰/۹۶۱ به دست آمد.

۱.۳ نمونه، روش نمونه‌گیری و اندازهٔ نمونه

در تحقیق حاضر از روش نمونه‌گیری طبقه بندی با گزینش تصادفی ساده استفاده شده است. در این شیوه، واحدهای جامعه مورد مطالعه، دانش‌آموزان پایه هشتم دورهٔ متوسطهٔ اول استان تهران در نظر گرفته می‌شوند و نوع مدرسه (تیزهوشان، نمونه دولتی، شاهد و عادی) به‌عنوان طبقه‌ها انتخاب شده است. دلیل انتخاب این طبقه‌ها وجود ویژگی‌های همگن دانش‌آموزان در هنگام پذیرش در هر یک از این مدارس است. به‌عنوان مثال در مدارس تیزهوشان، دانش‌آموزان دارای هوش بیشتری نسبت به سایر دانش‌آموزان در مدارس دیگر هستند که این ویژگی بر اساس آزمون‌های ورودی این مدارس سنجیده می‌شود؛ بنا بر این در هر یک از طبقات انتخاب شده دانش‌آموزان بر اساس صفات و ویژگی‌های همگنی گروه‌بندی می‌شوند. به این ترتیب تغییرات در درون گروه‌ها حد اقل می‌شود.

از سویی دیگر در روش نمونه‌گیری طبقه‌ای اندازهٔ نمونه ۱۳۳۰ را به شیوه‌های مختلف از نمونه‌های انتخابی از طبقات تعیین می‌شود. از مرسوم‌ترین این شیوه‌های شیوه تخصیص بهینه و شیوه تخصیص متناسب هستند. در این مقاله، با توجه به اندازهٔ هر طبقه، با تخصیص متناسب، از هر طبقه با توجه به اندازهٔ کل آن طبقه، نمونه انتخاب شده است. برای مطالعه بیشتر در مورد فرمول‌های مربوط به انتخاب نمونه از هر طبقه بر اساس حجم به عمیدی [۴] رجوع شود. در تحقیق حاضر از نمونه در دسترس استفاده شد. تعداد کل نمونه ۱۳۳۰ نفر از دانش‌آموزان پسر و دختر پایه هشتم هستند. جدول ۳ فراوانی نمونهٔ آماری پژوهش را نشان می‌دهد روش نمونه‌گیری طبقه‌بندی هر یک از مدارس تیزهوشان، نمونه دولتی، شاهد و عادی به‌عنوان طبقه‌بندی در نظر گرفته شده‌اند که نمونهٔ تصادفی ساده به اندازههای زیر گرفته‌شده است.

در این آزمون ۱۷۸ نفر دانش‌آموزان تیزهوشان، ۵۰۹ نفر دانش آموزان نمونه دولتی، ۱۴۴ نفر دانش‌آموزان شاهد و ۴۹۹ نفر از دانش‌آموزان عادی شرکت کردند که ۸۵۱ نفر از آنها پسر و ۴۷۹ نفر از آنها دختر بودند.

[۳۵] Cronbachs alpha

[Downloaded from andisheyeamari.irstat.ir on 2025-05-10]

جدول ۳. فراوانی نمونهٔ آماری پژوهش

۲*جنسیت	تیزهوشان	نمونه دولتی	شاهد	عادی	جمع
	فراوانی	فراوانی	فراوانی	فراوانی	فراوانی
پسر	۵۷	۳۲۴	۱۱۰	۳۶۰	۸۵۱
دختر	۱۲۱	۱۸۵	۳۴	۱۳۹	۴۷۹
جمع	۱۷۸	۵۰۹	۱۴۴	۴۹۹	۱۳۳۰

۲.۳ ابزار گردآوری داده‌ها

ابتدا منابع و پژوهش‌های مرتبط با آموزش احتمال مطالعه شد و برخی از سؤالات آنها برای آزمون انتخاب شدند. بعد از تهیه پرسش‌نامه در مرحلهٔ اول، یک آزمون به دو زیر آزمون، شامل ۱۹ سؤال و ۲۴ سؤال تفکیک شد. آزمون اوّلیه از ۲ کلاس ۳۰ نفره در یک مدرسه به‌منظور اصلاح و ویرایش احتمالی سؤالات صورت گرفت. بعد برگزاری آزمون، ۱۲ سؤال که به‌علت نداشتن شرایط لازم و نامفهوم بودن، حذف شدند. همچنین، حد اکثر و حد اقل زمان پاسخگویی در نمونه اوّلیه، از ۴۵ دقیقه تا ۶۰ دقیقه در نظر گرفته‌شد و درنهایت، آزمونی با ۳۱ سؤال تستی-تشریحی تهیه شد. در گام بعد، پرسش‌نامه استانداردسازی شده در دو هفته آخر اردیبهشت‌ماه سال ۱۳۹۴ که انتظار می‌رفت تدریس فصل احتمال در همهٔ آموزشگاه‌ها به اتمام رسیده باشد؛ در بین نمونه آماری تحقیق، توزیع گردید.

پس از برگزاری آزمون‌ها و پرسش‌نامه به جهت بررسی پایایی، در نمونه اوّلیه شامل دو کلاس (۳۰ نفر) از دانش‌آموزان از روش برآورد ضریب آلفای کرونباخ استفاده گردید. برای این منظور با استفاده نرم‌افزارهای آماری SPSS ضریب آلفای کرونباخ پرسش‌نامه ۰٫۹۶۱ به دست آمد که این مقدار وضعیت مناسبی را در مورد پایایی پرسش‌نامه نشان می‌دهد.

۳.۳ نحوه نمره‌گذاری

نمره‌گذاری سؤالات به چهار دسته مختلف تقسیم‌بندی شد که عبارت‌اند از:

۱. **پاسخ کامل:** زمانی دانش‌آموز نمره کامل (نمره ۴) را می‌گیرد که گزینه درست را انتخاب کرده و سپس استدلال کامل نموده باشد.

۲. **پاسخ نیمه کامل:** زمانی دانش‌آموز نمره نیمهٔ کامل (نمره ۲) را می‌گیرد که گزینه درست را انتخاب کرده و سپس استدلال ناقص نموده یا گزینه نادرست را انتخاب کرده اما استدلال کاملاً دقیق آورده باشد.

۳. **پاسخ ناقص:** زمانی دانش‌آموز نمره ناقص (نمره ۱) را می‌گیرد که گزینه درست را انتخاب کرده و سپس استدلال نادرست نموده باشد یا گزینه نادرست را انتخاب کرده اما استدلال ناقص آورده باشد.

۴. **پاسخ نادرست:** زمانی دانش‌آموز نمره نادرست (نمره ۰) را می‌گیرد که گزینه نادرست را انتخاب کرده و سپس استدلال غلط نموده باشد یا پاسخگوی سؤال نباشد.

۴ یافته‌های تحقیق

با تجزیه و تحلیل پاسخ‌های ارائه شده، درک و فهم و بدفهمی‌های دانش‌آموزان از مفاهیم احتمال به طور خلاصه، به هفت طبقه اصلی دسته‌بندی شد که در جدول ۴ به چهار طبقه آن، اشاره شده است. سپس هر کدام از طبقه‌ها با ذکر بدفهمی و پاسخ‌های دانش‌آموزان در جداول جداگانه مورد بررسی قرار گرفت. در پایان، به سؤالات پژوهش پاسخ داده می‌شود.

[Downloaded from andisheyeamari.irstat.ir on 2025-05-10]

۱.۴ طبقه‌بندی بدفهمی‌های دانش‌آموزان از مفاهیم احتمال بر اساس تحلیل عاملی

تحلیل عاملی روش کلی است که ماهیت روابط بین متغیرهای یك مجموعه معین (مانند روابط بین متغیرهای و مؤلفه‌های مؤثر بر بدفهمی‌های دانش آموزان از مفاهیم احتمال) را تعیین می‌کند. یافتن رابطه‌هایی بین این متغیرها و شناسایی عوامل مؤثر و کلّی‌تر در آن تحقیق بر اساس خلاصه کردن متغیرهای مؤثر بسیار مشکل و گاه ناممکن است. تحلیل عاملی تکنیکی است که کاهش تعداد زیادی از متغیرهای وابسته به هم را به‌صورت تعداد کوچک‌تری از ابعاد پنهان (عامل‌ها) امکان‌پذیر می‌سازد. هدف اصلی آن خلاصه کردن متغیرهای وابسته است. این روش به بررسی همبستگی تعداد زیادی از متغیرها می‌پردازد بر مبنای این روش، متغیرها به‌گونه‌ای دسته‌بندی می‌شوند که در نهایت به دو یا چند عامل که همان مجموعه متغیرها هستند محدود می‌گردند، به‌عبارت دیگر متغیرهای مورد استفاده در تحقیق بر اساس صفات مشترکشان به دو یا چند دسته محدود شده و این دسته‌ها عامل نامیده می‌شود و سپس روابط بین عامل‌ها به‌دست‌آمده و در هر عامل نیز روابط بین متغیرهای آن محاسبه شده و در نهایت هدف اصلی تحقیق که روابط بین متغیرهای تحقیق است، محاسبه می‌شوند که مراحل اجرای روش تحلیل عاملی در پیوست بیان شده است. با اجرای روش تحلیل عاملی و بر اساس ماتریس همبستگی بین متغیرهای مؤثر بر بدفهمی‌های دانش آموزان از مفاهیم احتمال، استنباط می‌شود.

مراحل اجرای تحلیل عاملی به شرح زیر است:

الف) مرحله اول- تولید ماتریس همبستگی برای تمامی متغیرهای نمونه آماری:

از آن‌جا که اساس روش تحلیل عاملی بر همبستگی بین متغیرها استوار است، بنا بر این در استفاده از این روش باید ماتریس همبستگی بین متغیرها نیز محاسبه گردد. توصیه می‌شود متغیرهایی که با هیچ متغیری همبستگی لازم را نداشته باشند، از تحلیل حذف گردند. برای به تعیین و تشخیص مناسب بودن نمونه از جهت همبستگی بین متغیرها، روش‌هایی مانند روش KMO و روش بارتلت استفاده قرار گرفته می‌شود.

ب) مرحله دوم- انتخاب مدل تحلیل:

مدل‌های مختلفی برای تحلیل عاملی وجود دارد که مهم‌ترین آنها دو روش «تحلیل مؤلفه‌های اصلی» و «تحلیل عاملی مشترک» است. مدل تحلیل مؤلفه‌های اصلی زمانی به‌کار می‌رود که هدف محقق تلخیص متغیرها و دست‌یابی به تعداد محدودی عامل برای اهداف پیش‌بینی باشد. همچنین مدل تحلیل عاملی مشترک، زمانی به‌کار می‌رود که هدف، شناسایی عامل‌ها یا ابعادی باشد که به سادگی قابل شناسایی نیستند.

ج) مرحله سوم- روش استخراج عامل‌ها:

به‌طور کلّی به تعداد متغیرهایی که به تحلیل وارد می‌شود می‌توان عامل استخراج کرد. اگرچه مبنای کمی دقیقی برای تصمیم‌گیری در مورد تعداد عامل‌های استخراجی اریه نشده است اما ضوابطی وجود دارد که از آنها در تصمیم‌گیری برای تعیین تعداد عامل‌های استخراجی استفاده می‌شود.

د) مرحله چهارم - چرخش عامل‌ها:

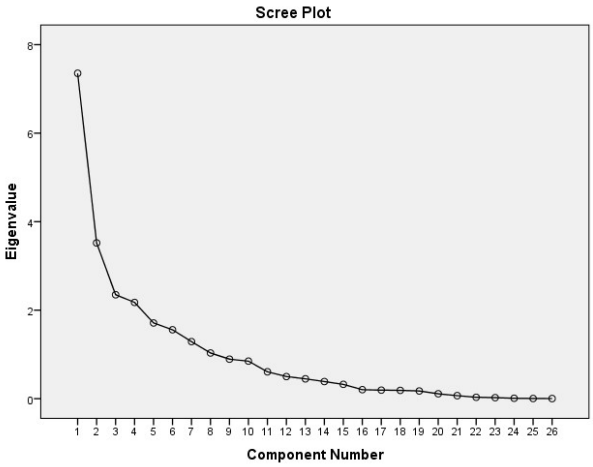
یکی از مفاهیم مهم در تحلیل عاملی، چرخش عامل‌هاست. بسیاری از آماردانان و محققان معتقدند که در بسیاری از موارد، عامل‌های چرخش نیافته کافی نیستند زیرا چرخش عامل‌ها از ورود برخی از متغیرها در عامل‌های مختلف جلوگیری می‌کند و ساختار عاملی مناسب و قابل تفسیرتری ارائه می‌کند؛ بنا بر این دلیل اصلی چرخش عامل‌ها دست‌یابی به ماتریس همبستگی ساده و از نظر تئوریکی معنادار و قابل تفسیرتر است.

این مراحل با استفاده از نرم‌افزار SPSS انجام شده است و نتایج به شرح زیر است: الف) قبل از استفاده از روش تحلیل عاملی لازم بود که ضرایب همبستگی نمرات بین سؤالات ب) نمودار سنگریزه‌ای استخراج شده از تحلیل عاملی در نرم‌افزار SPSS نیز نشان می‌دهد که چهار عامل یا مؤلفه می‌توانند برای تحلیل نهایی انتخاب شوند (شکل ۱).

[Downloaded from andisheyeamari.irstat.ir on 2025-05-10]

آزمون بررسی و از بالا بودن آن اطمینان حاصل شود. با توجه به بالا بودن ضریب همبستگی بین سؤال‌های آزمون بر اساس آزمون KMO، مقدار آماره آزمون ۰٫۳۰۶ با $p-value = ۰٫۰۰۰$، تحلیل عاملی اکتشافی بر روی این پرسشنامه قابل توجیه است.

شکل ۱. نمودار سنگریزه‌ای مربوط به سؤالات آزمون



این عوامل در جدول ۴ گردآوری شده‌اند.

جدول ۴. تحلیل عاملی مربوط به درک و بدفهمی‌های دانش آموزان پایه هشتم از احتمال

شماره سؤالات	دسته	عامل اکتشافی	شماره
۲ و ۵ و ۶ و ۱۱ قسمت دوم سؤال	کل به جز و جز به جز مفهوم درک عدم	عدم درک اعداد گویا و ارتباط آن با کسرها	۱*۳
۴ قسمت الف- ب سؤال ۷ و ۸	کسرها مقایسه در توانایی عدم		
و ۱۳ و ۱۴ و ۹ سؤال	تناسب و نسبت درک عدم		
سؤال ۱۲ و قسمت الف- ب ۱۵	نمونه‌ای فضای در ممکن حالات تمام نوشتن توانایی عدم	عدم توانایی شمارش تمام حالت‌های ممکن	۲*۲
۱۱ قسمت الف سؤال	مطلوب حالات تعداد درک عدم		
۶*سؤال ۳ و ۱۰	می‌دانند. غیرممکن را اتفاق دو احتمال مقایسه	۶*قضاوت‌های ذهنی	۳*۶
	احتمال محاسبهٔ در شهود از استفاده		
	دارد. شانس به بستگی پیشامد یک داد رخ یک احتمال		
	است. عدد کمترین همیشه احتمال یک مقدار		
	است. ۵۰،۵۰ همیشه پیشامد یک داد رخ احتمال		
	یک و صفر احتمال درک در بدفهمی		

[Downloaded from andisheyeamari.irstat.ir on 2025-05-10]

سؤال ۱ قسمت الف-ب-ج-د- و-ه سؤال ۴ قسمت ت-ب	غیرممکن و ممکن بین تمایز عدم	۵*مشکلات زبان‌شناختی	۴*۵
	حتمی و ممکن بین تمایز عدم		
	حتمی و غیرممکن بین تمایز عدم		
	پیشامدها. دادن رخ در «و» «یا»، مفهوم درک عدم		
	حتمی احتمال درک عدم		

در ابتدا جدول ۵ طبقهٔ عدم درک اعداد گویا و ارتباط آن با کسرها را با ذکر مثال و نمونه‌ای از بدفهمی‌های دانش‌آموزان در پاسخگویی به سؤالات آزمون مورد بررسی قرار می‌گیرد.

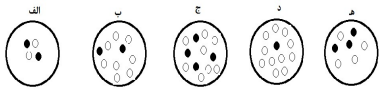
۲.۴ تحلیل هر عامل مربوط به درک و بدفهمی‌های دانش آموزان از احتمال

اکنون به تحلیل هر کدام از عامل‌های درک و بدفهمی‌های دانش‌آموزان از احتمال می‌پردازیم.

جدول ۵. طبقهٔ عدم درک اعداد گویا و ارتباط آن با کسرها

سؤال ۵ پژوهش در کیسه A، ۲۱ مهره قرمز و ۸ مهره سیاه وجود دارد و در کیسه B، ۲۱۰ مهره قرمز و ۸۰ مهره سیاه وجود دارد. مهره‌های هر کیسه را کاملاً مخلوط می‌کنیم. چشمانتان را ببندید و فرض کنید که شما می‌خواهید یک مهره سیاه بردارید، کدام‌یک از جملات زیر صحیح است؟ استدلال خود را توضیح دهید. الف) احتمال برداشتن مهره سیاه از کیسه A بزرگ‌تر از کیسه B است. ب) احتمال برداشتن مهره سیاه از کیسه A کمتر از کیسه B است. ج) احتمال برداشتن مهره سیاه از کیسه A و کیسه B یکسان است. د) مقایسه نتیجه دو احتمال غیرممکن است. پاسخ دانش‌آموز: گزینه ج، زیرا احتمال آمدن مهره سیاه در هر دو کیسه برابر است. $\frac{۸}{۲۱} = \frac{۸۰}{۲۱۰}$	عدم درک مفهوم جزء به جزء و جزء به‌کل

[Downloaded from andisheyeamari.irstat.ir on 2025-05-10]

سؤال ۲ پژوهش یک شخص می‌خواهد یک مهره بدون نگاه کردن از کیسه بردارد. احتمال آمدن مهره سیاه در کدام ظرف بیشتر است؟ استدلال خود را توضیح دهید.  $\frac{۱}{۱۲} < \frac{۱}{۳} < \frac{۱}{۵} < \frac{۱}{۲} < \frac{۳}{۷}$ (ه) (الف) (ب) (ج) (د)	عدم توانایی در مقایسه کسرها
سؤال ۱۰ پژوهش احتمال قبول شدن در درس ریاضی یک آموزشگاه $\frac{۱۱}{۱۲}$ است. اگر این آموزشگاه ۱۸۰ دانش‌آموز داشته باشد که همگی در امتحان ریاضی شرکت کرده‌اند. تقریباً چند نفر قبول می‌شوند؟ استدلال خود را توضیح دهید. پاسخ دانش‌آموز ۱: زیرا از ۱۲ حالت ۱۱ حالت اتفاق می‌افتد و بنا بر این از ۱۸۰ نفر ۱۷۹ نفر قبول می‌شوند. پاسخ دانش‌آموز ۲: ۳/۱۹۶ نفر از دانش آموزان قبول می‌شوند. $\frac{۱۸۰}{x} = \frac{۱۱}{۱۲}$	عدم درک نسبت و تناسب

برخی از دانش‌آموزان مفهوم جزء به‌کل را درک نکرده‌اند، آنها باید تعداد قسمت‌های مطلوب را برای صورت و مجموع تعداد کل حالت‌های ممکن را برای مخرج در نظر بگیرند. درحالی‌که احتمال یک رابطه جزء به کل است، دانش آموزان در برخی از موارد از رابطه جزء به جزء استفاده می‌کنند. مفهوم جزء به کل به نظر می‌رسد مفهوم ساده‌ای باشد اما درعین‌حال مفهوم کاملاً پیچیده‌ای است [۱]. بیان کردند که زیر ساختار جزء به کل، مبنایی برای یادگیری و توسعه زیرساختارهای دیگر کسر است.

جدول ۶. عملکرد دانش آموزان در عدم درک اعداد گویا و ارتباط آن با کسرها (CI: فاصلهٔ اطمینان ۹۵ درصد)

۲*سؤالات	پاسخ کامل			پاسخ نیمه کامل			پاسخ ناقص			پاسخ نادرست		
	fr	درصد	CI	fr	درصد	CI	fr	درصد	CI	fr	درصد	CI
۲	۸۱۰	۶۰/۹	(۰/۵۸, ۰/۶۳)	۲۱۷	۳/۱۶	(۰/۱۴, ۰/۱۸)	۱۱۸	۸/۹	(۰/۰۷, ۰/۱۰)	۱۸۵	۱۳/۹	(۰/۱۲, ۰/۱۵)
۵	۳۸۰	۲۸/۶	(۰/۲۶, ۰/۳۱)	۸۷	۶/۵	(۰/۰۵, ۰/۰۷)	۳۶۶	۲۷/۵	(۰/۲۵, ۰/۲۹)	۴۹۷	۳۷/۴	(۰/۳۴, ۰/۴۰)
۱۰	۷۴۳	۵۵/۹	(۰/۵۳, ۰/۵۸)	۵۸	۴/۴	(۰/۰۳, ۰/۰۵)	۳۹	۲/۹	(۰/۰۰۱, ۰/۰۵)	۴۹۰	۳۶/۸	(۰/۳۴, ۰/۳۹)

[Downloaded from andisheyeamari.irstat.ir on 2025-05-10]

عملکرد دانش آموزان در طبقهٔ عدم درک اعداد گویا و ارتباط آن با کسرها در جدول ۶ نشان داده شده است. همان‌طوری که در جدول ۶ مشاهده می‌شود، برآورد نقطه‌ای مربوط به در صد پاسخ‌های کاملِ دانش آموزان به سؤالات ۲ و ۵ به‌ترتیب حدود ۶۱ درصد و ۲۸ درصد است؛ که با اطمینان ۹۵ درصد، درصد پاسخ‌های کاملِ دانش‌آموزان پایه هشتم در استان تهران که به سؤالات ۲ و ۵ در فاصله‌های (۰/۶۳, ۰/۵۸) درصد و (۰/۳۱, ۰/۲۶) درصد قرار می‌گیرد. بنا بر این بهترین عملکرد آنان در سؤال ۲ بوده است و ضعیف‌ترین عملکرد آنان در سؤال ۵ مشاهده شد.

در جدول ۷ طبقهٔ عدم توانایی شمارش تمام حالت‌های ممکن با ذکر بدفهمی و مثال‌هایی از پاسخ‌های دانش‌آموزان آورده شده است.

جدول ۷. عدم توانایی شمارش تمام حالت‌های ممکن

عدم توانایی نوشتن تمام حالات ممکن در فضای نمونه‌ای	**سؤال ۱۱، قسمت الف پژوهش** سکه‌ای را ۳ بار پرتاب می‌کنیم. تمام حالات ممکن را بنویسید. پاسخ دانش‌آموز: همهٔ حالت‌های که ممکن است بیاید ۶ حالت است. $۳ \times ۲ = ۶$
عدم درک تعداد حالات مطلوب	**سؤال ۱۳ پژوهش** اگر بدانیم محمدمهدی در ماه فروردین به دنیا آمده است. احتمال این‌که در پانزدهم فروردین به دنیا آمده باشد، چه‌قدر است؟ استدلال خود را توضیح دهید. الف) $\frac{۱}{۳۱}$ ب) $\frac{۱۵}{۳۱}$ ج) $\frac{۱}{۲}$ د) ۱ پاسخ دانش‌آموز: چون ماه فروردین ۳۱ روز دارد و او ۱۵ ام فروردین به دنیا آمده است. پس احتمال آن $\frac{۱۵}{۳۱}$ است.

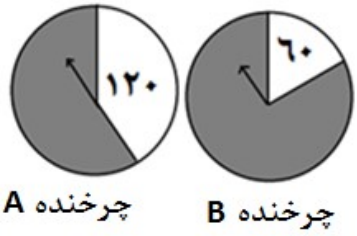
همچنین رضایی [۲] بیان می‌کند که یادگیرندگان برای حل مسئله‌های شمارشی با چالش‌هایی روبرو هستند، یکی از قسمت‌هایی که در به دست آوردن کسر مربوط به یک احتمال باید در نظر گرفت، مخرج کسر است یعنی تشکیل فضای نمونه‌ای، که منوط به شمارش تمام حالت‌های ممکن است؛ اما نتایج این تحقیق نشان داد که دانش‌آموزان در این امر بسیار ضعیف عمل کرده‌اند. همان‌طوری که در جدول ۸ مشاهده می‌شود، درصد پاسخ‌های کاملِ دانش‌آموزان به سؤالات ۱۱، قسمت الف و ۱۳ به‌ترتیب برابر ۴۵ درصد و ۶۸ درصد است؛ بنا بر این دانش‌آموزان عملکرد متوسطی در سؤال ۱۱، قسمت الف از خود نشان دادند. در جدول ۹ طبقهٔ قضاوت‌های ذهنی با ذکر بدفهمی و مثال‌هایی از پاسخ‌های دانش‌آموزان ارائه شده است.

[Downloaded from andisheyeamari.irstat.ir on 2025-05-10]

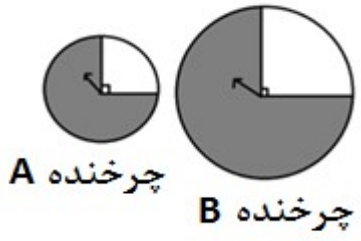
جدول ۸. عملکرد دانش آموزان در عدم توانایی شمارش تمام حالت‌های ممکن (CI: فاصلهٔ اطمینان ۹۵ درصد)

۲*سؤالات	پاسخ کامل			پاسخ نیمه کامل			پاسخ ناقص			پاسخ نادرست		
	fr	درصد	CI	fr	درصد	CI	fr	درصد	CI	fr	درصد	CI
۱۱، قسمت الف	۵۹۴	۴۴/۷	(۰/۴۲, ۰/۴۷)	۱۳۳	۱۰	(۰/۰۰۵, ۰/۰۱۵)	۸۰	۶	(۰/۰۴۷, ۰/۰۷)	۵۲۳	۳۹/۳	(۰/۳۶, ۰/۴۲)
۱۳	۹۰۷	۶۸/۱	(۰/۶۵, ۰/۷۰)	۸	۰/۶	(۰/۰۰۲, ۰/۰۱)	۶۴	۴/۸	(۰/۰۳, ۰/۰۵)	۳۵۱	۲۶/۳	(۰/۲۳, ۰/۲۸)

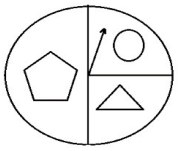
جدول ۹. قضاوت‌های ذهنی

سؤال ۷ پژوهش هر یک از عقربه‌های چرخنده‌ها را می‌چرخانیم. کدام‌یک از عبارت‌های زیر صحیح است؟ الف) احتمال توقف عقربه در قسمت سیاه در چرخنده A نسبت به چرخنده B بیشتر است. ب) احتمال توقف عقربه در قسمت سیاه در چرخنده A نسبت به چرخنده B کمتر است. ج) احتمال توقف عقربه در قسمت سیاه در چرخنده A و B یکسان است. د) مقایسه احتمال دو اتفاق غیرممکن است. پاسخ دانش‌آموز: بررسی احتمال هرکدام از چرخنده‌ها مستقل از یکدیگرند و ما نمی‌توانیم آنها را باهم مقایسه کنیم.  	مقایسه احتمال دو اتفاق را غیرممکن می‌دانند

[Downloaded from andisheyeamari.irstat.ir on 2025-05-10]

سؤال ۶ پژوهش عقربه هر یک از چرخنده‌ها را می‌چرخانیم. کدام‌یک از عبارت‌های زیر صحیح است؟ الف) احتمال توقف عقربه در قسمت سیاه در چرخنده A نسبت به چرخنده B بیشتر است. ب) احتمال توقف عقربه در قسمت سیاه در چرخنده A نسبت به چرخنده B کمتر است. ج) احتمال توقف عقربه در قسمت سیاه در چرخنده A و B یکسان است. د) مقایسه احتمال دو اتفاق غیرممکن است. پاسخ دانش‌آموز: گزینهٔ الف. چون هر چه فضای چرخنده کمتر باشد، احتمالش بیشتر است.  	استفاده از شهود در محاسبهٔ احتمال
سؤال ۱ پژوهش، قسمت د یک تاس شش وجهی را یک‌بار پرتاب می‌کنیم. در هر مورد عبارت مناسب مقابل آن را انتخاب کنید. عدد رو آمده ۲ است (غیرممکن، ممکن، حتمی). پاسخ دانش‌آموز ۱: ممکن است. اگرچه بستگی به شانس دارد. پاسخ دانش‌آموز ۲: ممکن است. اگر شانس بیاوریم ۲ می‌آید.	احتمال یک رخ داد یک پیشامد بستگی به شانس دارد
سؤال ۹ پژوهش کدام‌یک از گزینه‌های زیر می‌تواند احتمال رخ دادن یک اتفاق باشد؟ استدلال خود را توضیح دهید. الف) $\frac{۵}{۴}$ ب) $\frac{۳}{۴}$ ج) $\frac{۸}{۷}$ د) $\frac{۱۱}{۱۰}$ پاسخ دانش‌آموز: مقدار احتمال همیشه کمتر از بقیه است.	

[Downloaded from andisheyeamari.irstat.ir on 2025-05-10]

سؤال ۳ پژوهش یک چرخنده، شبیه چرخنده زیر را ۳۰۰ بار می‌چرخانیم. در حدود چند بار انتظار داریم، در فضایی که دایره وجود دارد توقف کند. استدلال خود را توضیح دهید.  الف)۷۵بار ب)۹۰بار ج)۱۲۰بار د)۱۵۰بار پاسخ دانش‌آموز:۷۵ بار، چون از بقیه احتمالش کم‌تر است.	مقدار یک احتمال همیشه کمترین عدد است
سؤال ۱، قسمت ه پژوهش یک تاس شش وجهی را یک‌بار پرتاب می‌کنیم. در هر مورد عبارت مناسب مقابل آن را انتخاب کنید عدد رو آمده ۶ است (غیرممکن، ممکن، حتمی). پاسخ دانش‌آموز: ممکن است؛ اما ما نمی‌دانیم که چه عددی رو می‌آید یعنی این‌که احتمال رو شدن هر عدد در تاس ۵۰، ۵۰ است؛ و احتمال آمدن و نیامدن آن ۵۰ درصد است.	احتمال رخ داد یک پیشامد همیشه ۵۰،۵۰ است
سؤال ۱۰ پژوهش احتمال قبول شدن در درس ریاضی یک آموزشگاه $\frac{11}{12}$ است. اگر این آموزشگاه ۱۸۰ دانش‌آموز داشته باشد که همگی در امتحان ریاضی شرکت کرده‌اند. تقریباً چند نفر قبول می‌شوند؟ استدلال خود را توضیح دهید. پاسخ دانش‌آموز: همه قبول می‌شوند؛ زیرا احتمال قبول شدن نزدیک به ۱ است.	بدفهمی در درک احتمال صفر و یک

یکی از ویژگی‌های قضاوت‌های ذهنی این است که دانش‌آموزان باور دارند هر چه قدر فضای چرخنده کم‌تر باشد، احتمال رخ دادن آن بیشتر است. دانش‌آموزان برای مقایسه احتمال دو چرخنده استدلال می‌کنند هر چه اندازهٔ چرخنده کوچک‌تر باشد عقربه زودتر و تندتر به قسمت مطلوب می‌رسد. لی و مندوزا [۱۶] در بدفهمی‌های احتمال این را به‌عنوان قضاوت بر اساس ویژگی‌های فیزیکی نام برده‌اند. همچنین بدفهمی‌های دیگر قضاوت‌های ذهنی این است که اگر احتمال رخ داد یک پیشامدی نزدیک به ۱ باشد، پس حتماً اتفاق خواهد افتاد یا اگر رویدادی احتمالش نزدیک به صفر باشد، غیرممکن است. برخی از دانش‌آموزان برای پیش‌بینی رویدادها، از بیشتر و کمتر از ۵۰ درصد استفاده می‌کنند. آنها باور دارند که اگر رویدادی بیشتر از ۵۰ درصد باشد، قطعاً آن رویداد اتفاق خواهد افتاد و یا اگر کمتر از ۵۰ درصد باشد قطعاً اتفاق نخواهد افتاد. لی و مندوزا [۱۶] در بدفهمی ۱۴ گانه خود به این بدفهمی عنوان «رویکرد نتیجه» اطلاق کرده بودند.

همان‌طوری که در جدول ۱۰ مشاهده می‌شود، درصد پاسخ‌های کامل دانش‌آموزان به سؤالات بالای ۵۰ درصد بود؛ بنا بر این دانش‌آموزان عملکرد متوسطی را در این سؤالات از خود نشان دادند و بهترین عملکرد آنان در سؤال ۷ مشاهده شد.

در جدول ۱۱ طبقهٔ مشکلات مرتبط با زبان‌شناختی، به همراه ذکر بدفهمی و مثال‌هایی از پاسخ‌های دانش‌آموزان آورده شده است.

[Downloaded from andisheyeamari.irstat.ir on 2025-05-10]

جدول ۱۰. عملکرد دانش آموزان در قضاوت‌های ذهنی (CI: فاصلهٔ اطمینان ۹۵ درصد)

۲*سؤالات	کامل پاسخ			کامل نیمه پاسخ			ناقص پاسخ			نادرست پاسخ		
	fr	درصد	CI	fr	درصد	CI	fr	درصد	CI	fr	درصد	CI
۱، قسمت د	۸۶۰	۶۴/۷	(۰/۶۲, ۰/۶۷)	۱۰۲	۷/۷	(۰/۰۶, ۰/۰۹)	۲۷۶	۲۰/۸	(۰/۱۸, ۰/۲۳)	۹۲	۶/۹	(۰/۰۵, ۰/۰۸)
۱، قسمت ه	۸۴۴	۶۳/۵	(۰/۶۰, ۰/۶۶)	۱۰۷	۸	(۰/۰۷, ۰/۰۸)	۳۰۴	۲۲/۹	(۰/۲۰, ۰/۲۵)	۷۴	۵/۶	(۰/۰۴, ۰/۰۶)
۳	۸۴۰	۶۳/۱	(۰/۶۰, ۰/۶۵)	۳۰	۲/۳	(۰/۰۱, ۰/۰۳)	۱۸۲	۱۳/۷	(۰/۱۱, ۰/۱۵)	۲۷۸	۲۰/۹	(۰/۱۸, ۰/۲۲)
۶	۷۲۱	۵۴/۳	(۰/۵۱, ۰/۵۷)	۱۸۳	۱۳/۶	(۰/۱۱, ۰/۱۵)	۱۷۲	۱۳	(۰/۱۲, ۰/۱۳)	۲۵۴	۱۹	(۰/۱۶, ۰/۲۱)
۷	۸۸۳	۶۶/۴	(۰/۶۳, ۰/۶۸)	۹۳	۷	(۰/۰۵, ۰/۰۸)	۱۲۱	۹/۱	(۰/۰۷, ۰/۱۰)	۲۳۳	۱۷/۵	(۰/۱۵, ۰/۱۹)
۹	۸۲۶	۶۲/۱	(۰/۵۹, ۰/۶۴)	۳۶	۲/۷	(۰/۰۱, ۰/۰۳)	۲۶۲	۱۹/۶	(۰/۱۷, ۰/۲۱)	۲۰۵	۱۵/۴	(۰/۱۳, ۰/۱۷)
۱۰	۷۴۳	۵۵/۹	(۰/۵۳, ۰/۵۸)	۵۸	۴/۴	(۰/۰۳, ۰/۰۵)	۳۹	۲/۹	(۰/۰۲, ۰/۰۳۸)	۴۹۰	۳۶/۸	(۰/۳۴, ۰/۳۹)

جدول ۱۱. مشکلات زبان‌شناختی

سؤال ۱، قسمت د پژوهش یک تاس شش وجهی را یک‌بار پرتاب می‌کنیم. در هر مورد عبارت مناسب مقابل آن را انتخاب کنید. عدد رو آمده ۲ است (غیرممکن، ممکن، حتمی). پاسخ دانش‌آموز: غیرممکن است. چون شاید بیشتر یا کمتر از عدد ۲ بیاید.	عدم تمایز بین ممکن و غیرممکن
در سؤال ۱، قسمت ه پژوهش یک تاس شش وجهی را یک‌بار پرتاب می‌کنیم. در هر مورد عبارت مناسب مقابل آن را انتخاب کنید. عدد رو آمده ۶ است (غیرممکن، ممکن، حتمی). پاسخ دانش‌آموز ۱: حتمی است. چراکه ثابت‌شده که عدد رو آمده ۶ است. پاسخ دانش‌آموز ۲: حتمی است. چون بعد از چندین پرتاب بالأخره ۶ می‌آید.	عدم تمایز بین ممکن و حتمی
در سؤال ۱، قسمت ب پژوهش یک تاس شش وجهی را یک‌بار پرتاب می‌کنیم. در هر مورد عبارت مناسب مقابل آن را انتخاب کنید. عدد رو آمده، کوچک‌تر از ۷ است (غیرممکن، ممکن، حتمی). پاسخ دانش‌آموز ۱: غیرممکن است. چون عددهای رو آمده کوچک‌تر از ۷ است. به دلیل این‌که نمی‌دانیم عدد رو شده زوج یا فرد است پس غیرممکن است. پاسخ دانش‌آموز ۲: غیرممکن است. برای این‌که ما فقط ۶ عدد در تاس داریم.	عدم تمایز بین غیرممکن و حتمی

[Downloaded from andisheyeamari.irstat.ir on 2025-05-10]

در سؤال ۱۴، قسمت ج پژوهش تاسی را به هوا پرتاب می‌کنیم، احتمال مورد زیر را تعیین کنید. احتمال این‌که عدد رو شده ۲ یا ۳ باشد. پاسخ دانش‌آموز: چون ۲ یا ۳ است پس فقط یک عدد از ۶ عدد هست و احتمال آن $\frac{1}{6}$ است.	عدم درک مفهوم «یا»، «و» در رخ دادن پیشامدها
در سؤال ۴، قسمت ت پژوهش پیشامدی مثال بزنید که احتمال رخ دادن آن برابر ۱ باشد. پاسخ دانش‌آموز ۱: اگر در میان تعدادی زیادی مهره‌های سفید یکی از آنها سیاه باشد، احتمال آمدن مهره سیاه ۱ است. پاسخ دانش‌آموز ۲: در کیسه‌ای که یک مهره آبی و یک مهره قرمز است. احتمال آمدن هر کدام برابر ۱ است.	عدم درک احتمال حتمی

یکی از مشکلات و بدفهمی دانش‌آموزان این است که آنها باور دارند، اگر یک حالت از پیشامدها رخ ندهد به این معناست که آن رویداد اتفاق نخواهد افتاد، یا برخی از دانش‌آموزان باور دارند که اگر یک حالت از پیشامدها رخ بدهد به این معناست که حتماً آن رویداد رخ خواهد داد. برخی از دانش‌آموزان درک درستی از کلمهٔ غیرممکن و حتمی ندارند، باور آنها در مورد این‌که عدد رو آمده، کوچک‌تر از ۷ باشد این است که چون ما نمی‌دانیم که عدد رو آمده، زوج یا فرد است پس احتمال رخ دادن آن غیرممکن است، همچنین برخی از دانش‌آموزان درک درستی از کلمهٔ «یا» و «و» ندارند و فرق بین آنها را درک نکرده‌اند. در واقع دانش آموزان «یا» در زبان عامیانه را با «یا» در ریاضی یکی در نظر می‌گیرند که یکی از مشکلات زبان محسوب می‌شود. در جدول ۱۲ عملکرد دانش‌آموزان در طبقهٔ مشکلات زبان، نشان داده شده است.

جدول ۱۲. عملکرد دانش آموزان در مشکلات زبان (CI: فاصلهٔ اطمینان ۹۵ درصد)

۲*سؤالات	کامل پاسخ			کامل نیمه پاسخ			ناقص پاسخ			نادرست پاسخ		
	fr	درصد	CI	fr	درصد	CI	fr	درصد	CI	fr	درصد	CI
۱، قسمت ب	۱۰۰۰	۷۵/۲	(۰/۷۲, ۰/۷۷)	۵۰	۳/۸	(۰/۰۲, ۰/۰۴)	۱۵۳	۱۱/۵	(۰/۰۹, ۰/۱۳)	۱۲۷	۹/۵	(۰/۰۷, ۰/۱۱)
۱، قسمت ه	۸۴۴	۶۳/۵	(۰/۶۰, ۰/۶۶)	۱۰۷	۸	(۰/۰۶, ۰/۰۹)	۳۰۴	۲۲/۹	(۰/۲۰, ۰/۲۵)	۷۴	۵/۶	(۰/۰۴, ۰/۰۶)
۱، قسمت د	۸۶۰	۶۴/۷	(۰/۶۲, ۰/۶۷)	۱۰۲	۷/۷	(۰/۰۶, ۰/۰۹)	۲۷۶	۲۰/۸	(۰/۱۸, ۰/۲۳)	۹۲	۶/۹	(۰/۰۵, ۰/۰۸)
۴، قسمت ت	۸۶۵	۶۵	(۰/۵۲, ۰/۷۸)	۳۰	۲/۳	(۰/۰۱, ۰/۰۳)	۳	۰/۲	(۰/۰۰۱, ۰/۰۰۴)	۴۳۲	۳۲/۵	(۰/۲۹, ۰/۳۵)
۴، قسمت ج	۷۸۹	۵۹/۳	(۰/۵۶, ۰/۶۱)	۵	۰/۳۷	(۰/۰۰۰۴, ۰/۰۰۰۷)	۶	۰/۴۵	(۰/۰۰۱, ۰/۰۰۷)	۵۳۰	۳۹/۸	(۰/۳۷, ۰/۴۲)

[Downloaded from andisheyeamari.irstat.ir on 2025-05-10]

همان‌طوری که در جدول ۱۲ مشاهده می‌شود، درصد پاسخ‌های کاملِ دانش آموزان به سؤالات، در بازه ۶۰ تا ۷۵ درصد است؛ بنا بر این عملکرد متوسط رو به بالایی را در هر پنج سؤال از خود نشان دادند.

۳.۴ پاسخ به سؤال پژوهش

درک و فهم دانش‌آموزان پایه هشتم از مفاهیم احتمال چگونه است و چه بدفهمی‌هایی دارند؟

درک دانش‌آموزان از مفهوم احتمال، تنها محدود به همین مفهوم نمی‌شود، در حقیقت برای درک مناسب احتمال، دانش‌آموزان به پیش‌نیازهای دیگری نیازمند هستند. یافته‌های پژوهش و همچنین تجربه یاددهی و مشاهده عملکرد دانش‌آموزان، بیان‌کنندهٔ این است که ریشه مشکلات آموزشی احتمال و مهم‌ترین بدفهمی‌های دانش‌آموزان در زمینه احتمال، وابسته به مفهوم اعداد گویا، عدم توانایی شمارش فضای نمونه‌ای، عدم درک شهود، عدم درک تفکر جبری، جدایی احتمال از زندگی روزمره و دانش محتوایی معلمان جستجو کرد که یادگیری احتمال را تحت تأثیر قرار می‌دهد. با تجزیه و تحلیل پاسخ‌های دانش‌آموزان شرکت‌کنندهٔ در این پژوهش، بدفهمی‌های آنان در درک مفهوم احتمال شناسایی شده‌اند که عبارت‌اند از: ۱) عدم درک اعداد گویا و ارتباط آن با کسرها، ۲) عدم توانایی شمارش تمام حالت‌های ممکن، ۳) قضاوت‌های ذهنی، ۴) مشکلات زبان، ۵) استفاده از روش‌های خود در محاسبه احتمال، ۶) تعمیم غیر مناسب، ۷) عدم درک برخی از مفاهیم پیش‌نیاز.

۵ بحث و نتیجه‌گیری

هدف از این مطالعه، بررسی درک و فهم دانش‌آموزان پایه هشتم از مفاهیم احتمال است. نتایج مطالعه حاکی از آن است که دانش‌آموزان در مفاهیم احتمال با مشکلات و بدفهمی‌های مختلفی مواجه هستند. به‌طور عمده ریشه مشکلات آموزشی احتمال را باید در مفاهیم اعداد گویا و کسر، عدم درک شهود، عدم توانایی شمارش فضای نمونه‌ای، عدم درک تفکر هندسی و جبری، جدایی احتمال از زندگی روزمره جستجو کرد که بر یاددهی و یادگیری احتمال تأثیرگذار است. عدم توجه به این موضوعات و در نظر نگرفتن پیش‌نیازهای مربوط به مفهوم احتمال یادگیری دانش‌آموزان را تحت تأثیر قرار می‌دهد. یکی از مهم‌ترین پیش‌نیازهای مفهوم احتمال، مفاهیمی از حوزه کسر و اعداد گویا است و بدفهمی‌های اساسی در این حوزه به درک مفهوم احتمال تأثیر منفی می‌گذارد. نتایج پژوهش حاکی از آن است که احتمال، با مفاهیم کسر ارتباط تنگاتنگی دارد. لذا آموزشگران برای تثبیت یادگیری و انتقال مفهوم احتمال باید در نظر داشته باشند که دانش‌آموزان مفاهیم کسر، از جمله مقایسه کسرها، کسر به‌عنوان جزء به جزء و جزء به کل، نسبت و تناسب را فراگرفته باشند. یافته‌های این پژوهش با نتایج تحقیق گرینس[۳۶] [۱۰] مطابقت داشت. گرینس در پژوهش خود برای آشکارکردن ارتباط بدفهمی‌های اعداد گویا با احتمال، متوجه شد که حدود ۶۲ درصد از دانش‌آموزان در مقایسه اعداد گویا ناتوان هستند و همین امر باعث بروز مشکلات جدی در امر آموزش احتمال می‌شود. یکی دیگر از مهم‌ترین مشکلات آموزشی احتمال عدم درک اعمال روی مجموعه‌ها، توانایی شمارش فضای نمونه‌ای و پیشامد مطلوب است که با توجه به رویکرد جدید آموزشی در کتاب ریاضی نهم ابتدا دانش‌آموزان با ۳ عمل از اعمال بین مجموعه‌ها یعنی عمل اجتماع، عمل اشتراک و عمل تفاضل آشنا می‌شوند سپس به آموزش احتمال و محاسبهٔ احتمال یک پیشامد تصادفی می‌پردازند که این امر باعث می‌شود مشکلات آموزشی و بدفهمی‌های احتمال کم‌تر شود. به معلمان ریاضی توصیه می‌شود که در حل مسائل احتمال، استفاده از نمودار درختی و رسم جدول و روش‌هایی که دانش‌آموزان بتوانند تمام حالت‌های مطلوب را به دست آوردند را آموزش بدهند تا دانش‌آموزان بتوانند درک بهتری در شمارش تمام حالت‌های ممکن داشته باشند. یافته‌های این پژوهش با نتایج تحقیق رضایی [۲] مطابقت داشت. رضایی در تحقیق خود بیان می‌کند که یادگیرندگان در شمارش تمام حالت‌های ممکن با چالش‌هایی روبه‌رو هستند. یافته‌های این

[۳۶] Greens

[Downloaded from andisheyeamari.irstat.ir on 2025-05-10]

پژوهش با نتایج به‌دست‌آمده از تحقیقات [۱۷، ۲۵] مطابقت داشت. [۱۷] برای بررسی بدفهمی‌های احتمال دانش‌آموزان چینی، پرسش‌نامه خود را میان دانش‌آموزان پایه ششم، هشتم و دوازدهم مدارس عادی و خصوصی اجرا کرده بود؛ اما در این پژوهش، پرسش‌نامه در میان دانش‌آموزان پایه هشتم اجرا گردید که نتایج نشان داد اکثر ۱۴ دسته بدفهمی‌های احتمال لی [۱۷] با مطالعه حاضر مطابقت داشت.

در سال‌های اخیر آموزش احتمال وارد کتاب‌های درسی دوره ابتدایی نیز شده است که یک نشانه امید بخش برای توجه به این مفهوم در برنامه درسی ریاضی کشورمان است. با توجه به نقش و جایگاه غیرقابل‌انکار معلمان در امر آموزش، آگاهی آنان از بدفهمی‌ها و مشکلات آموزشی احتمال، می‌تواند موضوع مناسبی برای پژوهش در کشورمان باشد. در این راستا، انجام مطالعه‌های در پایه‌های تحصیلی دیگر در مورد احتمال و بررسی عوامل تأثیرگذار بر یادگیری احتمال در ریاضیات مدرسه‌ای و همچنین بررسی برنامه درسی ریاضی در این زمینه می‌تواند مسئله‌های پژوهشی قابل ملاحظه‌ای را برای تحقیقات آینده تعریف نمایند.

مراجع

[۱] اسکندری، ناصر و گویا، زهرا (۱۳۹۴). کسر متعارفی، تفکر نسبیتی و بدفهمی‌های رایج دانش آموزان در رابطه با کسرها، مجله رشد آموزش ریاضی، دوره ۱۱۹، ص ۴۰.

[۲] رضایی، مانی (۱۳۹۱). ویژگی‌های تفکر ترکیبیاتی و جایگاه آن در برنامه درسی مدرسه‌ای، فصلنامه مطالعه‌های برنامه درسی ایران،۲۶، ۵۸-۳۳.

[۳] ریاضی سال هشتم متوسطه (۱۳۹۳-۹۴). وزارت آموزش و پرورش، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی، اداره کل چاپ و توزیع کتاب‌های درسی.

[۴] عمیدی، علی. (۱۳۸۲). روش‌های نمونه‌گیری ۱. انتشارات دانشگاه پیام نور. تهران.

[۵] کهکی، علی. (۱۳۹۴). بررسی درک و فهم دانش آموزان کلاس هشتم از احتمال. پایان‌نامه کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، دانشگاه تربیت دبیر رجایی، دانشکده علوم پایه.

[6] Borovcnik, M. G., and Kapadia, R. (2010). Research and developments in probability education internationally. *In Proceedings of the British Congress for Mathematics Education*, 41-48.

[7] Cansiz, S., Kucuk, B., and Isleyen, T. (2011). Identifying The School Students Misconception About Functions. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, **15**, 3837–3842.

[8] Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D. S., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., and Scheaffer, R. (2005). A curriculum framework for K-12 statistics education. *GAISE report. American Statistical Association. Retrieved September*, **3**, 2006.

[9] Gal, I. (2005). Jones, G. A. (Ed.). (2006). *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning*, **40**. Springer Science and Business Media.

[Downloaded from andisheyeamari.irstat.ir on 2025-05-10]

[10] Green, D. R. (1982). Probability concepts in 11-16 year old pupils. *Loughborough, England: Centre for Advancement of Mathematical Education in Technology, University of Technology. Retrieved on June*, **20**, 2009.

[11] Hawkins, A., and Kapadia, R. (1984). Children's conceptions of probability — A psychological and pedagogical review. *Educational Studies in Mathematics*, **15**, 349-377.

[12] HodnikČadež, T., and Škrbec, M. (2011). Understanding the concepts in probability of pre-school and early school children. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, **7**(**4**), 263-279.

[13] Jones, G. A. (Ed.). (2006). *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning*, **40**. Springer Science and Business Media.

[14] Jones, G., Langrall, C., and Mooney, E. (2007). Research in probability: Responding to classroom realities. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, **2**, 909-955.

[15] Kolmogorov, A. N. (1933). *Foundations of the Theory Probability*, Secend Edition, chelsea, 1956.

[16] Li, j., and Pereira-Mendozo, L. (2002). *Misconceptions in probability*.

[17] Li, j. (2000). *Chines Students' Understanding of Probability*. School of Scince Nanyang Technological University.

[18] Locke, J. (1947). *An Essay Concerning Human Understanding* (Everyman's Library No. 984).

[19] Moss, J. (2005). Pipes, tubes, and beakers: New approaches to teaching the rational-number system. *How Students Learn: Mathematics in the Classroom*, 121-162.

[20] National Council of Teachers of Mathematics (1991). Professional Standards for Teaching Mathematics, Reston, VA: Author.

[21] National Council of Teachers of Mathematics (1992). Data analysis and statistics across the curriculum. Reston, VA: The Council.

[22] National Council of Teachers of Mathematics (1989). Principles and standards for school mathematics. Reston, Reston, VA:National Council of Teachers of Mathematics.

[23] National Council of Teachers of Mathematics (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston,Reston, VA:National Council of Teachers of Mathematics.

[24] Penas, L. M. (1987). Probability and statistics in midwest high schools. *American Statistical Association 1987 Proceedings of the Section on Statistical Education*, **122**.

[Downloaded from andisheyeamari.irstat.ir on 2025-05-10]

[25] Rakes, C. R. (2010). Misconceptions in rational numbers, probability, algebra, and geometry.

[26] Ramsey, F. P. (2016). *Truth and probability*. In Readings in Formal Epistemology, 21-45. Springer, Cham.

[27] Soygur, M. (2008). *Misconceptions of Students in Algebra Lessons: An Investigation of Issues in the Middle Schools of the TRNC* (Doctoral dissertation, Eastern Mediterranean University).

[Downloaded from andisheyeamari.irstat.ir on 2025-05-10]