

اندازه نمونه و طرح بهینه در سانسور فزاینده نوع دو بر اساس معیار اطلاع فیشر در توزیع پارتو

الهام بصیری^۱

تاریخ دریافت: ۹۸/۴/۳۰

تاریخ پذیرش: ۹۹/۳/۱

چکیده:

یکی از معمول‌ترین روش‌های سانسور، سانسور فزاینده نوع دو از راست است. در این روش از سانسور، n واحد در آزمایش قرار می‌گیرند و در زمان از کارافتادگی هر واحد تعدادی از واحدهای باقیمانده به تصادف از آزمایش خارج می‌شوند. این کار ادامه می‌یابد تا به ازای یک مقدار از قبل تعیین شده مانند m ، زمان‌های از کارافتادگی m واحد ثبت شوند و سپس آزمایش خاتمه می‌یابد. مسئله تعیین طرح بهینه سانسور در مدل سانسور فزاینده نوع دو، مسئله‌ای است که تاکنون بر اساس معیارهای متفاوتی مورد مطالعه قرار گرفته است. مسئله دیگر در مدل سانسور فزاینده نوع دو انتخاب اندازه نمونه در شروع آزمایش، یعنی n است. در این مقاله با فرض توزیع پارتو برای داده‌های مورد بررسی و معیار اطلاع فیشر، تعیین اندازه نمونه بهینه یعنی n_{opt} و همچنین طرح بهینه سانسور مورد مطالعه قرار می‌گیرند. در انتها، به منظور ارزیابی نتایج به دست آمده محاسبات عددی و مثال واقعی با کمک نرم‌افزار R ارائه شده‌اند.

واژه‌های کلیدی: اطلاع فیشر، توزیع پارتو، طرح بهینه سانسور.

۱ مقدمه

بسیاری از اوقات در مباحث قابلیت اعتماد و دیگر زمینه‌های کاربردی بنا به دلایلی آزمایشگر نمی‌تواند زمان دقیق از کارافتادگی واحدهای تحت آزمایش را مشاهده کند که در چنین حالتی اصطلاحاً گویند سانسور رخ داده است. برخی از این دلایل عبارت‌اند از: زمان محدود، عدم دسترسی به همه قطعات، گران بودن واحدهای تحت آزمایش و سانسور به شیوه‌های مختلفی قابل اجرا می‌باشد که یکی از روش‌های سانسور، سانسور فزاینده نوع دو از راست است. در این روش از سانسور که تعمیمی از سانسور نوع دو از راست است، این امکان وجود دارد که در هر مرحله از آزمایش به عنوان مثال در زمان از کارافتادگی هر قطعه، می‌توان واحدهایی را از آزمایش کنار گذاشت. همچنین، در سانسور فزاینده نوع دو از راست، قطعات سانسور شده دارای طول عمر بیشتری نسبت به سانسور نوع دو از راست هستند و می‌توان از آن‌ها به عنوان قطعات دست دوم در آزمایش‌های بعدی استفاده کرد، که از نظر اقتصادی حائز اهمیت است.

یکی از مسائلی که در سانسور فزاینده نوع دو همواره مورد توجه بوده است مسئله تعیین طرح بهینه سانسور است. این مسئله در ابتدا در [۹] مورد بررسی قرار گرفت. بعد از آن پژوهشگران زیادی با در نظر گرفتن معیارهای مختلف به مطالعه این مسئله پرداخته‌اند. برای مثال، در [۲۶] به تعیین

طرح بهینه سانسور فزاینده نوع دو بر اساس اطلاع فیشر مورد انتظار و ماتریس واریانس-کواریانس برآوردگر ماکسیمم درستنمایی در توزیع وایبل پرداخته شد. [۱۵، ۱۶] طرح بهینه سانسور فزاینده را با مینیمم کردن واریانس بهترین برآوردگرهای خطی نااریب یافتند. طرح بهینه سانسور فزاینده نوع دو در فاصله اطمینان ناپارامتری برای چندک‌های جامعه توسط [۱۲] مورد مطالعه قرار گرفت. [۲] به تعیین طرح بهینه سانسور بر اساس معیار اطلاع فیشر از توزیع بر نوع دوازده پرداختند. [۱۰] با در نظر گرفتن معیار اطلاع فیشر طرح بهینه سانسور فزاینده نوع دو را برای چند توزیع مختلف مورد بررسی قرار دادند. طرح بهینه سانسور فزاینده تحت محدودیت هزینه برای توزیع پارتو توسط [۲۲] تعیین شد. در [۳۰] با در نظر گرفتن معیار پیتمن طرح بهینه سانسور فزاینده به دست آمد. [۲۴] معیار آنتروپی را برای تعیین طرح بهینه سانسور فزاینده نوع دو در نظر گرفت. [۲۹] با در نظر گرفتن معیار واریانس برآوردگر درستنمایی ماکسیمم و بهترین برآوردگر خطی نااریب طرح بهینه سانسور فزاینده را تعیین کردند. در [۳] با فرض اینکه طرح سانسور متغیری تصادفی از توزیع دوجمله‌ای باشد، پارامتر بهینه‌ی توزیع طرح سانسور فزاینده نوع دو هرگاه توزیع مورد بررسی توزیع رایلی باشد، به دست آمد. معیارهای مورد نظر در این پژوهش میانگین هزینه‌ی آزمایش و میانگین توان دوم خطای پیش‌بینی در مسئله‌ی پیش‌بینی دو نمونه‌ای بیزی بودند.

^۱ هیئت علمی آمار دانشگاه کوثر بجنورد، بجنورد

درآمد، جمعیت و ... به کار می‌رود. توزیع پارتو در مطالعه طول عمر و مباحث قابلیت اعتماد نیز به دلیل ویژگی‌های آن، اهمیت فراوان دارد. در حالت کلی متغیر طول عمر X دارای توزیع پارتو با پارامتر مقیاس β و پارامتر شکل α است هرگاه تابع چگالی احتمال و تابع توزیع آن به ترتیب به صورت

$$f_{\alpha,\beta}(x) = \frac{\alpha\beta^\alpha}{(\beta+x)^{\alpha+1}}, \quad x > 0, \beta > 0, \alpha > 0, \quad (1)$$

و

$$F_{\alpha,\beta}(x) = 1 - \left(\frac{\beta}{\beta+x}\right)^\alpha, \quad x > 0, \beta > 0, \alpha > 0, \quad (2)$$

باشند. برای مشاهده جزئیات بیشتر در مورد توزیع پارتو و کاربردهای آن می‌توان به [۷] مراجعه نمود.

۳ سانسور و روش‌های آن

بسیاری از اوقات در مباحث قابلیت اعتماد، آزمون‌های طول عمر، تحقیقات زیست‌شناسی، تحلیل بقا و دیگر زمینه‌های کاربردی با نمونه‌هایی مواجه می‌شویم که برخی از مقادیر ممکن متغیرهای تصادفی مورد مطالعه، محدود شده‌اند و همه‌ی مشاهدات نمونه به ثبت یا به نتیجه نرسیده‌اند. به‌طور معمول هنگامی که یک محصول را وارد آزمایش می‌کنیم، برای تعیین طول عمر آن باید منتظر ماند تا از کار بیفتند. از آنجایی که ممکن است محصول دارای قابلیت بالا باشد، برای مشاهده‌ی زمان شکست آن باید زمان بسیار زیادی صرف کرد که البته این امر معقولی نیست. از طرف دیگر محصول مورد آزمایش ممکن است بسیار گران‌قیمت باشد و شکست هر محصول هزینه‌ی زیادی را بر ما تحمیل کند. بنابراین، با وجود چنین ملاحظات، هنگامی که طول عمر محصول از یک مقدار ثابت از قبل تعیین شده بیشتر شد، محصول را از آزمایش خارج و اطلاعات حاصل را ثبت می‌کنند. در این حالت به اصطلاح گویند که داده‌ی مورد نظر سانسور شده است. این محدودیت، ممکن است به صورت اختیاری توسط پژوهش‌گر اعمال گردد یا ماهیت آزمایش به گونه‌ای باشد که خودبه‌خود محدودیتی را بر مشاهدات اعمال کند. بعضی از این محدودیت‌ها عبارت‌اند از: فرصت کم برای اعلام نتایج، طولانی شدن مدت آزمایش، عدم دسترسی به همه‌ی واحدها و یا مایوس شدن از نتیجه دادن همه‌ی واحدها، پرهزینه بودن آزمایش‌ها و غیره. واحدهایی که به هر دلیلی در نمونه مشاهده نمی‌شوند، داده‌های سانسور شده نامیده می‌شوند. به‌طور معمول سانسورها به شیوه‌های مختلفی اعمال می‌شوند. بعضی از انواع سانسورها عبارت‌اند از: سانسور نوع یک، سانسور نوع دو، سانسور تصادفی، سانسور فزاینده نوع یک و نوع دو و سانسور هیبرید. برای مطالعه‌ی جزئیات بیشتر درباره انواع سانسورها و کاربرد آن‌ها می‌توان به [۹]، [۲۱]، [۲۳] و [۲۵] مراجعه نمود.

علاوه بر طرح سانسور، مسئله‌ای که در بحث سانسورها از جمله سانسور نوع دو و سانسور فزاینده نوع دو مطرح می‌شود این است که "چه تعداد قطعه را در ابتدا مورد آزمایش قرار دهیم؟". به عبارت دیگر "مقدار n چند باشد؟". تاکنون پژوهش‌گران زیادی برای جواب دادن به این سؤال، معیارهای مختلف را در نظر گرفته‌اند و پاسخ‌های متفاوت داده‌شده است. یکی از معیارهایی که تاکنون مورد استفاده قرار گرفته است، معیار هزینه می‌باشد. به‌عنوان مثال، [۲۸] با در نظر گرفتن یک تابع هزینه که تنها مبتنی بر زمان آزمایش و تعداد واحدهای تحت آزمایش بود، به تعیین تعداد نمونه بهینه در سانسور نوع دو پرداخت. [۱۹] اندازه نمونه بهینه برای رکوردها را بر اساس معیارهای هزینه و اطلاع فیشر به دست آوردند. [۶] در مسئله پیش‌بینی بیزی و بر اساس تابع هزینه تعداد بهینه برای اندازه نمونه را تعیین نمودند. یک مسئله مشابه در سانسور فزاینده نوع دو و توزیع نمایی توسط [۱۴] انجام گرفت. [۱۸] با معرفی یک تابع هزینه جدید به تعیین تعداد نمونه بهینه در سانسور نوع دو در حالتی که $r=2$ شکست مشاهده شود، پرداختند. [۴] با در نظر گرفتن تابع هزینه و توزیع وایبل برای داده‌های مورد بررسی، به تعیین بهترین مقدار برای اندازه نمونه اولیه در سانسور فزاینده نوع دو با طرح تصادفی پرداختند. هدف این مقاله تعیین اندازه نمونه و طرح سانسور بهینه در سانسور فزاینده نوع دو است طوری که میزان اطلاع فیشر در مورد پارامتر نامعلوم توزیع پارتو حداکثر شود. برای این منظور، ابتدا میزان اطلاع فیشر در مورد پارامتر نامعلوم توزیع پارتو را به دست می‌آوریم و سپس با در نظر گرفتن حداقل مقدار برای میزان اطلاع فیشر به تعیین تعداد بهینه برای اندازه نمونه، یعنی n_{opt} و طرح بهینه سانسور پرداخته می‌شود. ساختار مقاله به شرح زیر می‌باشد: در ابتدا در بخش دوم به معرفی توزیع پارتو پرداخته می‌شود. در بخش سوم، سانسور و روش‌های سانسور نوع دو از راست و سانسور فزاینده نوع دو از راست معرفی می‌شوند. در بخش چهارم به معرفی معیار اطلاع فیشر پرداخته می‌شود. همچنین، میزان اطلاع فیشر در مدل سانسور فزاینده نوع دو معرفی می‌شود. سپس، در بخش پنجم یک فرم کلی برای میزان اطلاع فیشر در آماره‌های مرتب سانسور فزاینده نوع دو را درباره پارامترهای توزیع پارتو به دست می‌آید. در ادامه، با در نظر گرفتن یک کران پایین برای میزان اطلاع فیشر مقدار بهینه n و طرح بهینه سانسور تعیین می‌شوند. در انتها، برای ارزیابی نتایج محاسبات عددی و مثال واقعی ارائه شده‌اند.

۲ توزیع پارتو

توزیع پارتو یکی از توزیع‌های مهم آماری است که به عنوان الگویی برای بسیاری از پدیده‌های اقتصادی-اجتماعی به کار رفته است. این توزیع، توزیعی با دم‌های سنگین و چوله است و معمولاً برای توصیف توزیع پدیده‌هایی مانند

۱.۳ سانسور نوع دو از راست

اگر در آزمایشی با n واحد که مستقل از هم دارای زمان‌های شکست متناظر با $X_1, \dots, X_n$ و دارای تابع توزیع مشترک $F(\cdot)$ و تابع چگالی احتمال مشترک $f(\cdot)$ هستند، فقط r شکست، $r < n$ ، مشاهده شوند و بعد از مشاهده r امین شکست آزمایش متوقف شود، در این صورت، طول عمر $(n-r)$ واحد باقیمانده سانسور می‌شوند. به این روش از سانسور، سانسور نوع دو از راست می‌گویند. علاوه بر این، مقادیر $X_{1:n}, \dots, X_{r:n}$ را آماره‌های مرتب سانسور نوع دو از راست می‌نامند که تابع چگالی احتمال توأم آن‌ها به صورت

$$f_{X_{1:n}, \dots, X_{r:n}}(x_1, \dots, x_r) = \frac{n!}{(n-r)!} (\bar{F}(x_r))^{n-r} \prod_{i=1}^r f(x_i),$$

داده می‌شود.

برای مطالعه‌ی جزئیات بیشتر در مورد سانسور نوع دو از راست می‌توان

به [۱۷]، [۱۳] و [۲۰] مراجعه نمود.

۲.۳ سانسور فزاینده نوع دو از راست

در سانسور نوع دو از راست، این امکان وجود داشت که واحدها فقط در انتهای آزمایش حذف شوند. در تعمیمی از سانسور نوع دو از راست که سانسور فزاینده نوع دو از راست نامیده می‌شود، این امکان وجود دارد که در هر مرحله از آزمایش به عنوان مثال در زمان از کارافتادگی هر واحد، می‌توان واحدهایی را از آزمایش کنار گذاشت. همچنین، در سانسور فزاینده نوع دو از راست، قطعات سانسور شده دارای طول عمر بیشتری نسبت به سانسور نوع دو از راست هستند و می‌توان از آن‌ها به عنوان قطعات دست دوم در آزمایش‌های بعدی استفاده کرد، که از نظر اقتصادی حائز اهمیت است.

فرض کنید n قطعه مورد آزمایش قرار گرفته‌اند. بعد از مشاهده اولین از کارافتادگی، بلافاصله تعداد R_1 قطعه از $(n-1)$ قطعه باقیمانده به طور تصادفی از آزمایش حذف می‌شوند، که در آن $R_1 = 0, \dots, n-m$. بعد از مشاهده دومین از کارافتادگی تعداد R_2 واحد از $(n-R_1-2)$ قطعه باقیمانده به طور تصادفی از آزمایش حذف می‌شوند، که در آن $R_2 = 0, \dots, n-m-R_1$ ، و در نهایت در زمان مشاهده m امین از کارافتادگی تعداد R_m قطعه باقیمانده از آزمایش کنار گذاشته می‌شوند، طوری که $R_m = n-m-\sum_{i=1}^{m-1} R_i$. در این روش از سانسور R_i ها، $(1 \leq i \leq m)$ ، مقادیری ثابت و از قبل تعیین شده هستند. علاوه بر این، زمان‌های از کارافتادگی که متغیرهای تصادفی هستند و آماره‌های مرتب سانسور فزاینده نوع دو از راست نامیده می‌شوند، با $X_{1:m:n}, \dots, X_{m:m:n}$ نشان داده می‌شوند. بنابراین، طرح سانسور فزاینده نوع دو بر اساس m و بردار $\vec{R} = (R_1, \dots, R_m)$ مشخص می‌شود. در حالت خاص، اگر $R_1 = \dots = R_{m-1} = 0$ و بنابراین $R_m = n-m$ ، آنگاه سانسور فزاینده نوع دو از راست به سانسور نوع دو از راست تقلیل می‌یابد.

تابع چگالی توأم آماره‌های مرتب سانسور فزاینده نوع دو در [۹] به

صورت

$$f_{X_{1:m:n}, \dots, X_{m:m:n}; \alpha, \beta}(x_1, \dots, x_m) = C^* \prod_{i=1}^m (\bar{F}_{\alpha, \beta}(x_i))^{R_i} f_{\alpha, \beta}(x_i), \quad (3)$$

ارائه شده است، که در آن $\bar{F}(\cdot) = 1 - F(\cdot)$ و ثابت نرمال ساز C^* برابر است با

$$C^* = \prod_{j=1}^m (n - \sum_{i=1}^{j-1} R_i - j + 1),$$

طوری که $\sum_{i=1}^m R_i \equiv 0$. علاوه بر این، تابع چگالی احتمال حاشیه‌ای $X_{i:m:n}$ با $1 \leq i \leq m$ برابر است با

$$f_{X_{i:m:n}; \alpha, \beta}(x) = c_{i-1, n} f_{\alpha, \beta}(x) \sum_{j=1}^i a_{j, i, n} (\bar{F}_{\alpha, \beta}(x))^{\gamma_{j, n}-1}, \quad (4)$$

که در آن

$$\gamma_{j, n} = n - j + 1 - \sum_{k=1}^{j-1} R_k = m - j + 1 + \sum_{k=j}^m R_k, \quad j = 1, \dots, m,$$

$$c_{i-1, n} = \prod_{j=1}^i \gamma_{j, n}, \quad i = 1, \dots, m,$$

و

$$a_{j, i, n} = \prod_{l=1, l \neq j}^i \frac{1}{\gamma_{l, n} - \gamma_{j, n}}, \quad 1 \leq j \leq i \leq m.$$

برای مطالعه‌ی جزئیات بیشتر در مورد سانسور فزاینده نوع دو از راست می‌توان به [۹]، [۸]، [۱۱] و یا به [۱] مراجعه نمود.

۴ اطلاع فیشر

تعریف ۱.۴. برای یک متغیر تصادفی پیوسته (گسسته) X با تابع چگالی احتمال (تابع جرم احتمال) $f_{\theta}(x)$ ، $\theta \in \Omega$ ، تحت شرایط نظم، اطلاع فیشر نهفته در X به صورت زیر تعریف می‌شود (بهبودیان [۵])

$$I_X(\theta) = E \left(\left[\frac{\partial}{\partial \theta} \ln f_{\theta}(X) \right]^2 \right) = -E \left(\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \ln f_{\theta}(X) \right). \quad (5)$$

لم ۲.۴. فرض کنید $I_X(\alpha)$ میزان اطلاع فیشر در متغیر تصادفی X درباره پارامتر α باشد و h یک تابع مشتق‌پذیر باشد به طوری که $\alpha = h(\beta)$ ، آنگاه

$$I_X(\beta) = I_X(h(\beta)) \times \left(\frac{\partial}{\partial \beta} h(\beta) \right)^2. \quad (6)$$

برهان: با توجه به تعریف ۱.۴ داریم

$$I_X(\beta) = E \left(\left[\frac{\partial}{\partial \beta} \ln f_\beta(X) \right]^2 \right).$$

از طرفی داریم

$$\frac{\partial}{\partial \beta} \ln f_\beta(X) = \frac{\partial}{\partial h(\beta)} \ln f_\beta(X) \times \frac{\partial}{\partial \beta} h(\beta).$$

با به توان دو رساندن طرفین تساوی به دست می آید

$$\left(\frac{\partial}{\partial \beta} \ln f_\beta(X) \right)^2 = \left(\frac{\partial}{\partial h(\beta)} \ln f_\beta(X) \right)^2 \times \left(\frac{\partial}{\partial \beta} h(\beta) \right)^2.$$

در نهایت با گرفتن امید ریاضی از طرفین تساوی، نتیجه دلخواه حاصل می شود.

۱.۴ اطلاع فیشر در سانسور فزاینده نوع دو از راست

اطلاع فیشر در آماره های مرتب سانسور فزاینده نوع دو از راست در قضیه زیر بیان شده است.

قضیه ۳.۴. فرض کنید $X_{1:m:n}, \dots, X_{m:m:n}$ آماره های مرتب سانسور فزاینده نوع دو از راست از نمونه تصادفی n تایی با تابع چگالی توأم به صورت (۳) باشند. در این صورت، با فرض برقراری شرایط نظم میزان اطلاع فیشر در $\bar{X} = (X_{1:m:n}, \dots, X_{m:m:n})$ درباره پارامتر θ برابر است با

$$I_{\bar{X}}(\theta) = - \sum_{i=1}^m E \left\{ \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \ln f_\theta(X_{i:m:n}) + R_i \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \ln \bar{F}_\theta(X_{i:m:n}) \right\}. \quad (۷)$$

برهان: به راحتی و از روابط (۳) و (۵) نتیجه حاصل می شود.

قضیه ۴.۴. فرض کنید $X_{1:m:n}, \dots, X_{m:m:n}$ آماره های مرتب سانسور فزاینده نوع دو از راست از نمونه تصادفی n تایی از جامعه ای با تابع توزیع احتمال به فرم

$$F_\theta(x) = 1 - e^{-\eta(\theta)d(x)}, \quad L < x < U,$$

باشد که در آن $d(x)$ یک تابع غیر نزولی و مشتق پذیر از x و $\eta(\theta)$ یک تابع مثبت و دو بار مشتق پذیر از x است و شرایط زیر نیز برقرار است

$$d(L) = \lim_{x \rightarrow L^+} d(x) = 0, \quad d(U) = \lim_{x \rightarrow U^-} d(x) = \infty$$

در این صورت، میزان اطلاع فیشر در $\bar{X} = (X_{1:m:n}, \dots, X_{m:m:n})$ درباره پارامتر θ برابر است با

$$I_{\bar{X}}(\theta) = \frac{m}{\eta'(\theta)} (\eta'(\theta))^2.$$

برهان: در ابتدا فرض کنید که $\zeta = \eta(\theta)$ و اطلاع فیشر درباره ζ

را به دست می آوریم. داریم

$$\frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} \ln f_\zeta(x) = \frac{-1}{\zeta^2}, \quad (۸)$$

و

$$\frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} \ln \bar{F}_\zeta(x) = 0. \quad (۹)$$

با جایگذاری روابط (۸) و (۹) در (۷) نتیجه می شود

$$I_{\bar{X}}(\zeta) = \frac{m}{\zeta^2}.$$

در نهایت از لم ۲.۴ برهان کامل می شود.

لم ۵.۴. اگر $a_{j,i,n}$ و $c_{i-1,n}, \gamma_{j,n}$ پارامترهای سانسور فزاینده نوع دو از راست باشند آنگاه

$$c_{i-1,n} \sum_{j=1}^i \frac{a_{j,i,n}}{\gamma_{j,n}} = 1.$$

برهان: با استفاده از رابطه (۴) و تغییر متغیر $u = F(x)$ می دانیم

$$\begin{aligned} 1 &= \int_{-\infty}^{\infty} f_{X_{i:m:n}; \alpha, \beta}(x) dx \\ &= c_{i-1,n} \sum_{j=1}^i a_{j,i,n} \int_0^1 (1-u)^{\gamma_{j,n}-1} du \\ &= c_{i-1,n} \sum_{j=1}^i \frac{a_{j,i,n}}{\gamma_{j,n}}, \end{aligned}$$

که این برهان را کامل می کند.

۵ نتایج اصلی

در این بخش به دنبال اندازه نمونه و طرح سانسور بهینه در مدل سانسور فزاینده نوع دو از توزیع پارتو هستیم. معیاری که در این مقاله مورد استفاده قرار می دهیم میزان اطلاع فیشر در خصوص پارامترهای نامعلوم توزیع پارتو است. برای دستیابی به هدف مقاله لازم است تا در ابتدا میزان اطلاع فیشر در آماره های سانسور فزاینده نوع دو در خصوص پارامترهای توزیع پارتو را به دست آوریم.

در ابتدا فرض می کنیم پارامتر شکل توزیع پارتو یعنی α نامعلوم و پارامتر مقیاس آن یعنی β معلوم باشد. در این صورت میزان اطلاع فیشر در آماره های سانسور فزاینده نوع دو درباره پارامتر α در قضیه ۱.۵ ارائه شده است.

قضیه ۱.۵. فرض کنید $X_{1:m:n}, \dots, X_{m:m:n}$ آماره های مرتب سانسور فزاینده نوع دو از راست از نمونه تصادفی n تایی از توزیع پارتو با تابع چگالی و تابع توزیع به ترتیب به صورت (۱) و (۲) باشند. در این صورت، با فرض برقراری

شرایط نظم میزان اطلاع فیشر در $\bar{X} = (X_{1:m:n}, \dots, X_{m:m:n})$ درباره پارامتر α برابر است با

$$\begin{aligned} I_{\bar{X}}(\beta) &= \sum_{i=1}^m c_{i-1,n} \sum_{j=1}^i a_{j,i,n} \int_0^\infty \frac{\alpha \beta^\alpha}{(\beta+x)^{\alpha+1}} \left(\frac{\beta^\alpha}{(\beta+x)^\alpha} \right)^{\gamma_{j,n}-1} \\ &\quad \times \left\{ \frac{\alpha}{\beta^\gamma} - \frac{(\alpha+1)}{(\beta+x)^\gamma} + R_i \left(\frac{\alpha}{\beta^\gamma} - \frac{\alpha}{(\beta+x)^\gamma} \right) \right\} dx \\ &= \alpha \sum_{i=1}^m c_{i-1,n} \sum_{j=1}^i a_{j,i,n} \int_0^\infty \frac{\beta^{\alpha \gamma_{j,n}}}{(\beta+x)^{\alpha \gamma_{j,n}+1}} \\ &\quad \times \left\{ \frac{\alpha(1+R_i)}{\beta^\gamma} - \frac{(\alpha(1+R_i)+1)}{(\beta+x)^\gamma} \right\} dx \\ &= \alpha \sum_{i=1}^m c_{i-1,n} \sum_{j=1}^i a_{j,i,n} \\ &\quad \times \left\{ \alpha(1+R_i) \beta^{\alpha \gamma_{j,n}-\gamma} \int_0^\infty \frac{1}{(\beta+x)^{\alpha \gamma_{j,n}+1}} dx \right. \\ &\quad \left. - (\alpha(1+R_i)+1) \beta^{\alpha \gamma_{j,n}} \int_0^\infty \frac{1}{(\beta+x)^{\alpha \gamma_{j,n}+\gamma}} dx \right\} \end{aligned}$$

از طرفی به راحتی و با تغییر متغیر $y = (\beta+x)$ برای هر عدد حقیقی r می توان نشان داد

$$\int_0^\infty \frac{1}{(\beta+x)^{\alpha \gamma_{j,n}+r}} dx = \frac{1}{(\alpha \gamma_{j,n}+r-1) \beta^{\alpha \gamma_{j,n}+r-1}}.$$

بنابراین داریم

$$\begin{aligned} I_{\bar{X}}(\beta) &= \alpha \sum_{i=1}^m c_{i-1,n} \sum_{j=1}^i a_{j,i,n} \\ &\quad \times \left\{ \alpha(1+R_i) \beta^{\alpha \gamma_{j,n}-\gamma} \left(\frac{1}{\alpha \gamma_{j,n} \beta^{\alpha \gamma_{j,n}}} \right) \right. \\ &\quad \left. - (\alpha(1+R_i)+1) \beta^{\alpha \gamma_{j,n}} \left(\frac{1}{(\alpha \gamma_{j,n}+\gamma) \beta^{\alpha \gamma_{j,n}+\gamma}} \right) \right\} \\ &= \frac{\alpha}{\beta^\gamma} \sum_{i=1}^m c_{i-1,n} \sum_{j=1}^i a_{j,i,n} \left\{ \frac{(1+R_i)}{\gamma_{j,n}} - \frac{(\alpha(1+R_i)+1)}{(\alpha \gamma_{j,n}+\gamma)} \right\} \\ &= \frac{\alpha}{\beta^\gamma} \left\{ \sum_{i=1}^m (1+R_i) c_{i-1,n} \sum_{j=1}^i \frac{a_{j,i,n}}{\gamma_{j,n}} \right. \\ &\quad \left. - \sum_{i=1}^m (\alpha(1+R_i)+1) c_{i-1,n} \sum_{j=1}^i \frac{a_{j,i,n}}{(\alpha \gamma_{j,n}+\gamma)} \right\}. \end{aligned}$$

از طرفی با توجه به لم ۵.۴ و این نکته که $\sum_{i=1}^m (1+R_i) = n$ میزان اطلاع فیشر به صورت زیر ساده می شود

$$I_{\bar{X}}(\beta) = \frac{\alpha}{\beta^\gamma} \left\{ n - \sum_{i=1}^m (\alpha(1+R_i)+1) c_{i-1,n} \sum_{j=1}^i \frac{a_{j,i,n}}{(\alpha \gamma_{j,n}+\gamma)} \right\},$$

و برهان کامل می شود. اندازه نمونه بهینه و طرح سانسور بهینه از ماکسیم سازی تابع اطلاع فیشر، یعنی $I(n) \equiv \beta^\gamma I_{\bar{X}}(\beta)$ با این شرط که $n \geq m$ حاصل می شود. برای دستیابی به این مقادیر بهینه، در این مقاله شرط دیگری را نیز به صورت $I(n) \geq I_{min}$ در نظر می گیریم، هرگاه I_{min} حداقل

$$I_{\bar{X}}(\alpha) = \frac{m}{\alpha^\gamma}.$$

برهان: با توجه به رابطه (۲) می توان نوشت

$$F_{\theta}(x) = 1 - e^{-\alpha d(x)},$$

هرگاه $d(x) = \ln \left(\frac{\beta+x}{\beta} \right)$ بنابراین از قضیه ۴.۴ نتیجه حاصل می شود.

با توجه به قضیه ۱.۵ نتیجه می گیریم که میزان اطلاع فیشر درباره پارامتر شکل توزیع پارتو مستقل از طرح سانسور و n است. بنابراین در این حالت نمی توان بر اساس معیار اطلاع فیشر اندازه نمونه و طرح سانسور بهینه را تعیین نمود.

حال فرض می کنیم پارامتر مقیاس توزیع پارتو یعنی β نامعلوم و پارامتر شکل آن یعنی α معلوم باشد. در این صورت، میزان اطلاع فیشر در آماره های مرتب سانسور فزاینده نوع دو در مورد پارامتر مقیاس توزیع پارتو، در قضیه ۲.۵ آمده است.

قضیه ۲.۵. فرض کنید $X_{1:m:n}, \dots, X_{m:m:n}$ آماره های مرتب سانسور فزاینده نوع دو از راست از نمونه تصادفی n تایی از توزیع پارتو با تابع چگالی و تابع توزیع به ترتیب به صورت (۱) و (۲) باشند. در این صورت، با فرض برقراری شرایط نظم میزان اطلاع فیشر در $\bar{X} = (X_{1:m:n}, \dots, X_{m:m:n})$ درباره پارامتر β برابر است با

$$\begin{aligned} \beta^\gamma I_{\bar{X}}(\beta) &= \alpha \left\{ n - \sum_{i=1}^m (\alpha(1+R_i)+1) c_{i-1,n} \sum_{j=1}^i \frac{a_{j,i,n}}{(\alpha \gamma_{j,n}+\gamma)} \right\}. \end{aligned}$$

برهان: با توجه به روابط (۴) و (۷) می توان نوشت

$$\begin{aligned} I_{\bar{X}}(\beta) &= - \sum_{i=1}^m c_{i-1,n} \sum_{j=1}^i a_{j,i,n} \int_0^\infty f_{\alpha,\beta}(x) (\bar{F}_{\alpha,\beta}(x))^{\gamma_{j,n}-1} \\ &\quad \times \left\{ \frac{\partial^\gamma}{\partial \beta^\gamma} \ln f_{\alpha,\beta}(x) + R_i \frac{\partial^\gamma}{\partial \beta^\gamma} \ln \bar{F}_{\alpha,\beta}(x) \right\} dx. \quad (۱۰) \end{aligned}$$

از طرفی از روابط (۱) و (۲) داریم

$$\frac{\partial^\gamma}{\partial \beta^\gamma} \ln f_{\alpha,\beta}(x) = \frac{-\alpha}{\beta^\gamma} + \frac{(\alpha+1)}{(\beta+x)^\gamma}, \quad (۱۱)$$

و

$$\frac{\partial^\gamma}{\partial \beta^\gamma} \ln \bar{F}_{\alpha,\beta}(x) = \frac{-\alpha}{\beta^\gamma} + \frac{\alpha}{(\beta+x)^\gamma}. \quad (۱۲)$$

مقادیر بهینه n و طرح سانسور بهینه به ازای مقادیر مختلف m و به ازای $\alpha = 1$ و $I_{min} = 2I(m)$ در جدول ۲ ارائه شده است. از جدول ۲ مشاهده می کنیم که n_{opt} تابعی صعودی از m است.

۶ مثال واقعی

در این بخش برای ارزیابی نتایج به ارائه یک مثال پرداخته می شود.

مثال ۱.۶. داده های مرتب شده ی زیر مربوط به زمان های خرابی است که توسط [۲۷] به عنوان داده هایی از توزیع پارتو ارائه شده اند. در این مقاله برای بررسی این فرض که داده ها از توزیع پارتو با $\alpha = 6$ تبعیت می کنند از آزمون کلموگروف-اسمیرنوف استفاده می شود. مقدار مشاهده شده این آزمون برابر با ۰/۱۵۷ و p -مقدار متناظر با آن برابر ۰/۶۱۵۲ به دست آمد.

۰/۰۰۰۸, ۰/۰۰۳۵, ۰/۰۱۲۵, ۰/۰۱۹۵, ۰/۰۲۳۱,
۰/۰۳۷۱, ۰/۰۴۲۰, ۰/۰۷۴۶, ۰/۰۹۸۰, ۰/۱۱۲۹,
۰/۱۲۷۰, ۰/۱۳۵۷, ۰/۱۹۵۲, ۰/۱۸۵۷, ۰/۱۹۲۰,
۰/۱۹۸۶, ۰/۲۷۰۷, ۰/۳۲۴۱, ۰/۳۸۰۶, ۰/۵۹۵۹

برای این داده ها و به ازای مقادیر مختلف m و n که $R_k = n - m$ برای $k = 1, \dots, m$ و $R_j = 0$ به ازای $j \neq k$ ، مقدار $I(n)$ محاسبه و نتایج در جدول ۳ گزارش شده است.

در این مثال نیز مشاهده می شود که همواره سانسور نوع دو از راست منجر به نتایج بهتری می شود. همچنین برای m های بزرگ تر مقدار $I(n)$ نیز بزرگ تر است. بنابراین در این مثال با در نظر گرفتن حداقل مقدار قابل قبول برای مقدار اطلاع فیشر یعنی I_{min} مقدار اندازه نمونه بهینه تعیین می شود. با فرض $I_{min} = 1/8 I(m)$ مقدار n_{opt} به ازای مقادیر متفاوت m در جدول ۴ گزارش شده است. از جدول ۴ مشاهده می شود که n_{opt} بر حسب m و n صعودی است.

میزان قابل قبول برای اطلاع فیشر و مقداری مثبت و از قبل تعیین شده است. در این مقاله تنها طرح های سانسور یک مرحله ای یعنی طرح هایی که سانسور فقط در یک مرحله اتفاق می افتد را به صورت زیر در نظر می گیریم

$$\bar{R}^{(k)} = (R_1, \dots, R_k, \dots, R_m),$$

که در آن $R_k = n - m$ به ازای $k = 1, \dots, m$ و $R_j = 0$ به ازای $j \neq k$ ، $j = 1, \dots, m$

توجه داریم که اگر $m = n$ باشد آنگاه حالت نمونه کامل بدون سانسور و در حالت $k = m$ یعنی $\bar{R}^{(m)} = (0, \dots, 0, n - m)$ سانسور نوع دو از راست به وجود می آید.

برای نشان دادن نتایج به دست آمده در این بخش، به ارائه نتایج عددی با استفاده از نرم افزار R می پردازیم. بنابراین، مقادیر $I(n)$ به ازای طرح های سانسور مختلف و مقادیر مختلف m و n و همچنین به ازای $\alpha = 1$ محاسبه و در جدول ۱ گزارش شده اند. شکل ۱ نیز نمودار $I(n)$ را به ازای طرح های سانسور مختلف و مقادیر مختلف m و n و همچنین به ازای $\alpha = 1$ و $I_{min} = 2I(m)$ نشان می دهد.

از جدول ۱ و شکل ۱ نتایج زیر حاصل می شود:

۱. در حالتی که $m = n$ است نتایج به ازای طرح های سانسور مختلف یکسان است. زیرا در این صورت، حالت نمونه کامل را داریم.

۲. همان طور که انتظار داریم با افزایش مقادیر m میزان اطلاع فیشر افزایش می یابد.

۳. به ازای طرح های سانسور مختلف تابع اطلاع فیشر $I(n)$ تابعی صعودی از n است. لذا، کوچک ترین مقدار $I(n)$ به ازای $n = m$ به دست می آید. به عبارت دیگر، $I(m)$ کوچک ترین مقدار $I(n)$ می باشد.

۴. مقادیر $I(n)$ نسبت به k صعودی هستند. بنابراین، به ازای تمام مقادیر m بهترین طرح سانسور، طرح سانسور نوع دو از راست می باشد. یعنی سانسور نوع دو از راست طرح بهینه است.

جدول ۲. طرح سانسور بهینه و n_{opt} به ازای مقادیر مختلف m هرگاه $\alpha = 1$ و

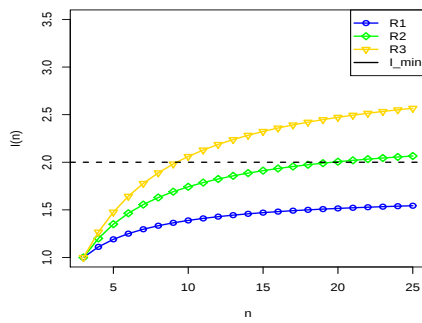
$$I_{min} = 2I(m)$$

n_{opt}	طرح سانسور بهینه	$I_{min} = 2I(m)$	m
۷	$\bar{R}^{(2)} = (0, n - m)$	۱,۳۲	۲
۱۰	$\bar{R}^{(3)} = (0, 0, n - m)$	۲,۰۰	۳
۱۲	$\bar{R}^{(3)} = (0, 0, 0, n - m)$	۲,۶۶	۴
۱۵	$\bar{R}^{(3)} = (0, 0, 0, 0, n - m)$	۳,۳۲	۵
۱۸	$\bar{R}^{(3)} = (0, 0, 0, 0, 0, n - m)$	۴,۰۰	۶
۲۰	$\bar{R}^{(7)} = (0, 0, 0, 0, 0, 0, n - m)$	۴,۶۶	۷
۲۳	$\bar{R}^{(8)} = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, n - m)$	۵,۳۲	۸

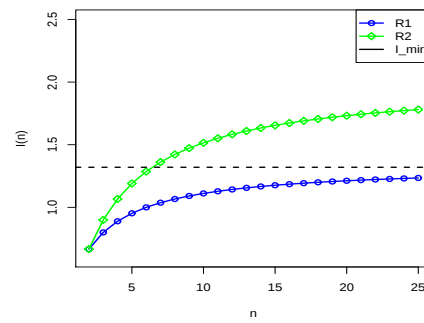
جدول ۱. مقادیر $I(n)$ به ازای طرح‌های سانسور مختلف و مقادیر متفاوت m و n هرگاه $\alpha = 1$.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199	200	201	202	203	204	205	206	207	208	209	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220	221	222	223	224	225	226	227	228	229	230	231	232	233	234	235	236	237	238	239	240	241	242	243	244	245	246	247	248	249	250	251	252	253	254	255	256	257	258	259	260	261	262	263	264	265	266	267	268	269	270	271	272	273	274	275	276	277	278	279	280	281	282	283	284	285	286	287	288	289	290	291	292	293	294	295	296	297	298	299	300	301	302	303	304	305	306	307	308	309	310	311	312	313	314	315	316	317	318	319	320	321	322	323	324	325	326	327	328	329	330	331	332	333	334	335	336	337	338	339	340	341	342	343	344	345	346	347	348	349	350	351	352	353	354	355	356	357	358	359	360	361	362	363	364	365	366	367	368	369	370	371	372	373	374	375	376	377	378	379	380	381	382	383	384	385	386	387	388	389	390	391	392	393	394	395	396	397	398	399	400	401	402	403	404	405	406	407	408	409	410	411	412	413	414	415	416	417	418	419	420	421	422	423	424	425	426	427	428	429	430	431	432	433	434	435	436	437	438	439	440	441	442	443	444	445	446	447	448	449	450	451	452	453	454	455	456	457	458	459	460	461	462	463	464	465	466	467	468	469	470	471	472	473	474	475	476	477	478	479	480	481	482	483	484	485	486	487	488	489	490	491	492	493	494	495	496	497	498	499	500	501	502	503	504	505	506	507	508	509	510	511	512	513	514	515	516	517	518	519	520	521	522	523	524	525	526	527	528	529	530	531	532	533	534	535	536	537	538	539	540	541	542	543	544	545	546	547	548	549	550	551	552	553	554	555	556	557	558	559	560	561	562	563	564	565	566	567	568	569	570	571	572	573	574	575	576	577	578	579	580	581	582	583	584	585	586	587	588	589	590	591	592	593	594	595	596	597	598	599	600	601	602	603	604	605	606	607	608	609	610	611	612	613	614	615	616	617	618	619	620	621	622	623	624	625	626	627	628	629	630	631	632	633	634	635	636	637	638	639	640	641	642	643	644	645	646	647	648	649	650	651	652	653	654	655	656	657	658	659	660	661	662	663	664	665	666	667	668	669	670	671	672	673	674	675	676	677	678	679	680	681	682	683	684	685	686	687	688	689	690	691	692	693	694	695	696	697	698	699	700	701	702	703	704	705	706	707	708	709	710	711	712	713	714	715	716	717	718	719	720	721	722	723	724	725	726	727	728	729	730	731	732	733	734	735	736	737	738	739	740	741	742	743	744	745	746	747	748	749	750	751	752	753	754	755	756	757	758	759	760	761	762	763	764	765	766	767	768	769	770	771	772	773	774	775	776	777	778	779	780	781	782	783	784	785	786	787	788	789	790	791	792	793	794	795	796	797	798	799	800	801	802	803	804	805	806	807	808	809	810	811	812	813	814	815	816	817	818	819	820	821	822	823	824	825	826	827	828	829	830	831	832	833	834	835	836	837	838	839	840	841	842	843	844	845	846	847	848	849	850	851	852	853	854	855	856	857	858	859	860	861	862	863	864	865	866	867	868	869	870	871	872	873	874	875	876	877	878	879	880	881	882	883	884	885	886	887	888	889	890	891	892	893	894	895	896	897	898	899	900	901	902	903	904	905	906	907	908	909	910	911	912	913	914	915	916	917	918	919	920	921	922	923	924	925	926	927	928	929	930	931	932	933	934	935	936	937	938	939	940	941	942	943	944	945	946	947	948	949	950	951	952	953	954	955	956	957	958	959	960	961	962	963	964	965	966	967	968	969	970	971	972	973	974	975	976	977	978	979	980	981	982	983	984	985	986	987	988	989	990	991	992	993	994	995	996	997	998	999	1000	1001	1002	1003	1004	1005	1006	1007	1008	1009	1010	1011	1012	1013	1014	1015	1016	1017	1018	1019	1020	1021	1022	1023	1024	1025	1026	1027	1028	1029	1030	1031	1032	1033	1034	1035	1036	1037	1038	1039	1040	1041	1042	1043	1044	1045	1046	1047	1048	1049	1050	1051	1052	1053	1054	1055	1056	1057	1058	1059	1060	1061	1062	1063	1064	1065	1066	1067	1068	1069	1070	1071	1072	1073	1074	1075	1076	1077	1078	1079	1080	1081	1082	1083	1084	1085	1086	1087	1088	1089	1090	1091	1092	1093	1094	1095	1096	1097	1098	1099	1100	1101	1102	1103	1104	1105	1106	1107	1108	1109	1110	1111	1112	1113	1114	1115	1116	1117	1118	1119	1120	1121	1122	1123	1124	1125	1126	1127	1128	1129	1130	1131	1132	1133	1134	1135	1136	1137	1138	1139	1140	1141	1142	1143	1144	1145	1146	1147	1148	1149	1150	1151	1152	1153	1154	1155	1156	1157	1158	1159	1160	1161	1162	1163	1164	1165	1166	1167	1168	1169	1170	1171	1172	1173	1174	1175	1176	1177	1178	1179	1180	1181	1182	1183	1184	1185	1186	1187	1188	1189	1190	1191	1192	1193	1194	1195	1196	1197	1198	1199	1200	1201	1202	1203	1204	1205	1206	1207	1208	1209	1210	1211	1212	1213	1214	1215	1216	1217	1218	1219	1220	1221	1222	1223	1224	1225	1226	1227	1228	1229	1230	1231	1232	1233	1234	1235	1236	1237	1238	1239	1240	1241	1242	1243	1244	1245	1246	1247	1248	1249	1250	1251	1252	1253	1254	1255	1256	1257	1258	1259	1260	1261	1262	1263	1264	1265	1266	1267	1268	1269	1270	1271	1272	1273	1274	1275	1276	1277	1278	1279	1280	1281	1282	1283	1284	1285	1286	1287	1288	1289	1290	1291	1292	1293	1294	1295	1296	1297	1298	1299	1300	1301	1302	1303	1304	1305	1306	1307	1308	1309	1310	1311	1312	1313	1314	1315	1316	1317	1318	1319	1320	1321	1322	1323	1324	1325	1326	1327	1328	1329	1330	1331	1332	1333	1334	1335	1336	1337	1338	1339	1340	1341	1342	1343	1344	1345	1346	1347	1348	1349	1350	1351	1352	1353	1354	1355	1356	1357	1358	1359	1360	1361	1362	1363	1364	1365	1366	1367	1368	1369	1370	1371	1372	1373	1374	1375	1376	1377	1378	1379	1380	1381	1382	1383	1384	1385	1386	1387	1388	1389	1390	1391	1392	1393	1394	1395	1396	1397	1398	1399	1400	1401	1402	1403	1404	1405	1406	1407	1408	1409	1410	1411	1412	1413	1414	1415	1416	1417	1418	1419	1420	1421	1422	1423	1424	1425	1426	1427	1428	1429	1430	1431	1432	1433	1434	1435	1436	1437	1438	1439	1440	1441	1442	1443	1444	1445	1446	1447	1448	1449	1450	1451	1452	1453	1454	1455	1456	1457	1458	1459	1460	1461	1462	1463	1464	1465	1466	1467	1468	1469	1470	1471	1472	1473	1474	1475	1476	1477	1478	1479	1480	1481	1482	1483	1484	1485	1486	1487	1488	1489	1490	1491	1492	1493	1494	1495	1496	1497	1498	149
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	-----

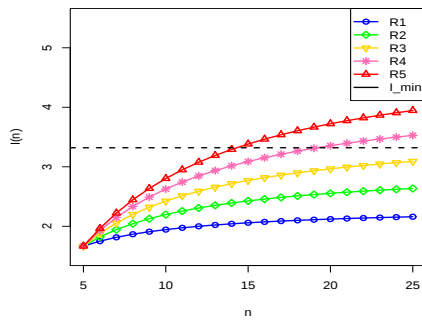
(ب) $m = 3$



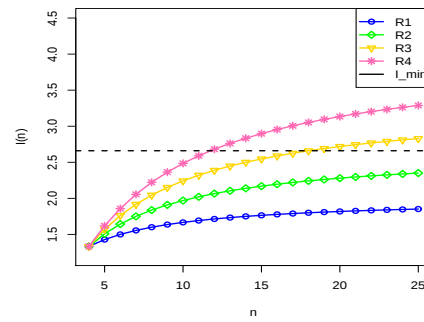
(الف) $m = 2$



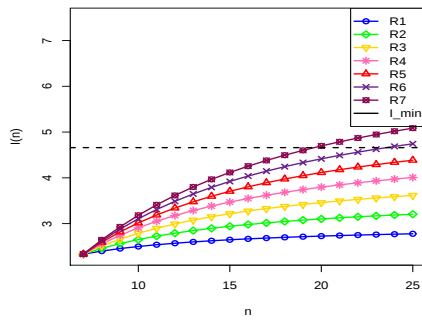
(د) $m = 5$



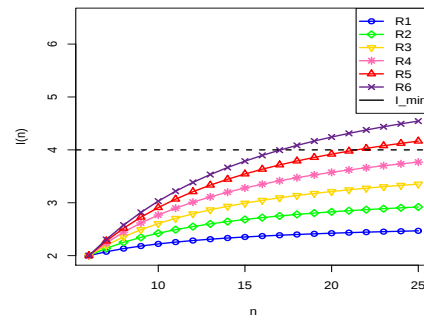
(ج) $m = 4$



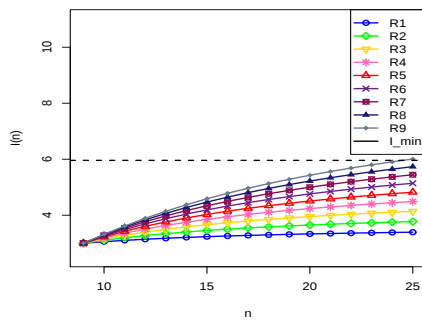
(و) $m = 7$



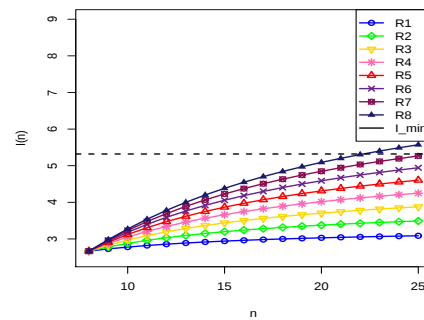
(ه) $m = 6$



(ح) $m = 9$



(ز) $m = 8$



شکل ۱: نمودار $I(n)$ به ازای طرح‌های سانسور m های مختلف و به ازای $\alpha = 1$ و $I_{min} = 2I(m)$

جدول ۳. مقادیر $I(n)$ برای داده‌های مثال ۱.۶، به ازای طرح‌های سانسور مختلف و مقادیر متفاوت m و n .

τ	1 τ	1 λ	1 γ	1 δ	1 ϵ	1 ζ	1 η	1 θ	1 ι	1 κ	1 ℓ	1 m	1 n	1 o	1 p	1 q	1 r	1 s	1 t	1 u	1 v	1 w	1 x	1 y	1 z	$n/R^{(k)}$	m
1 τ 01	1 τ 02	1 τ 03	1 τ 04	1 τ 05	1 τ 06	1 τ 07	1 τ 08	1 τ 09	1 τ 10	1 τ 11	1 τ 12	1 τ 13	1 τ 14	1 τ 15	1 τ 16	1 τ 17	1 τ 18	1 τ 19	1 τ 20	1 τ 21	1 τ 22	1 τ 23	1 τ 24	1 τ 25	1 τ 26	$R^{(1)}$	1
1 τ 27	1 τ 28	1 τ 29	1 τ 30	1 τ 31	1 τ 32	1 τ 33	1 τ 34	1 τ 35	1 τ 36	1 τ 37	1 τ 38	1 τ 39	1 τ 40	1 τ 41	1 τ 42	1 τ 43	1 τ 44	1 τ 45	1 τ 46	1 τ 47	1 τ 48	1 τ 49	1 τ 50	1 τ 51	1 τ 52	$R^{(2)}$	
1 τ 53	1 τ 54	1 τ 55	1 τ 56	1 τ 57	1 τ 58	1 τ 59	1 τ 60	1 τ 61	1 τ 62	1 τ 63	1 τ 64	1 τ 65	1 τ 66	1 τ 67	1 τ 68	1 τ 69	1 τ 70	1 τ 71	1 τ 72	1 τ 73	1 τ 74	1 τ 75	1 τ 76	1 τ 77	1 τ 78	$R^{(3)}$	
1 τ 79	1 τ 80	1 τ 81	1 τ 82	1 τ 83	1 τ 84	1 τ 85	1 τ 86	1 τ 87	1 τ 88	1 τ 89	1 τ 90	1 τ 91	1 τ 92	1 τ 93	1 τ 94	1 τ 95	1 τ 96	1 τ 97	1 τ 98	1 τ 99	1 τ 00	1 τ 01	1 τ 02	1 τ 03	1 τ 04	$\tilde{R}^{(1)}$	5
1 τ 05	1 τ 06	1 τ 07	1 τ 08	1 τ 09	1 τ 10	1 τ 11	1 τ 12	1 τ 13	1 τ 14	1 τ 15	1 τ 16	1 τ 17	1 τ 18	1 τ 19	1 τ 20	1 τ 21	1 τ 22	1 τ 23	1 τ 24	1 τ 25	1 τ 26	1 τ 27	1 τ 28	1 τ 29	1 τ 30	$\tilde{R}^{(2)}$	
1 τ 31	1 τ 32	1 τ 33	1 τ 34	1 τ 35	1 τ 36	1 τ 37	1 τ 38	1 τ 39	1 τ 40	1 τ 41	1 τ 42	1 τ 43	1 τ 44	1 τ 45	1 τ 46	1 τ 47	1 τ 48	1 τ 49	1 τ 50	1 τ 51	1 τ 52	1 τ 53	1 τ 54	1 τ 55	1 τ 56	$\tilde{R}^{(3)}$	
1 τ 57	1 τ 58	1 τ 59	1 τ 60	1 τ 61	1 τ 62	1 τ 63	1 τ 64	1 τ 65	1 τ 66	1 τ 67	1 τ 68	1 τ 69	1 τ 70	1 τ 71	1 τ 72	1 τ 73	1 τ 74	1 τ 75	1 τ 76	1 τ 77	1 τ 78	1 τ 79	1 τ 80	1 τ 81	1 τ 82	$\tilde{R}^{(4)}$	
1 τ 83	1 τ 84	1 τ 85	1 τ 86	1 τ 87	1 τ 88	1 τ 89	1 τ 90	1 τ 91	1 τ 92	1 τ 93	1 τ 94	1 τ 95	1 τ 96	1 τ 97	1 τ 98	1 τ 99	1 τ 00	1 τ 01	1 τ 02	1 τ 03	1 τ 04	1 τ 05	1 τ 06	1 τ 07	1 τ 08	$\tilde{R}^{(5)}$	
1 τ 09	1 τ 10	1 τ 11	1 τ 12	1 τ 13	1 τ 14	1 τ 15	1 τ 16	1 τ 17	1 τ 18	1 τ 19	1 τ 20	1 τ 21	1 τ 22	1 τ 23	1 τ 24	1 τ 25	1 τ 26	1 τ 27	1 τ 28	1 τ 29	1 τ 30	1 τ 31	1 τ 32	1 τ 33	1 τ 34	$\tilde{R}^{(6)}$	
1 τ 35	1 τ 36	1 τ 37	1 τ 38	1 τ 39	1 τ 40	1 τ 41	1 τ 42	1 τ 43	1 τ 44	1 τ 45	1 τ 46	1 τ 47	1 τ 48	1 τ 49	1 τ 50	1 τ 51	1 τ 52	1 τ 53	1 τ 54	1 τ 55	1 τ 56	1 τ 57	1 τ 58	1 τ 59	1 τ 60	$\tilde{R}^{(7)}$	
1 τ 61	1 τ 62	1 τ 63	1 τ 64	1 τ 65	1 τ 66	1 τ 67	1 τ 68	1 τ 69	1 τ 70	1 τ 71	1 τ 72	1 τ 73	1 τ 74	1 τ 75	1 τ 76	1 τ 77	1 τ 78	1 τ 79	1 τ 80	1 τ 81	1 τ 82	1 τ 83	1 τ 84	1 τ 85	1 τ 86	$\tilde{R}^{(8)}$	
1 τ 87	1 τ 88	1 τ 89	1 τ 90	1 τ 91	1 τ 92	1 τ 93	1 τ 94	1 τ 95	1 τ 96	1 τ 97	1 τ 98	1 τ 99	1 τ 00	1 τ 01	1 τ 02	1 τ 03	1 τ 04	1 τ 05	1 τ 06	1 τ 07	1 τ 08	1 τ 09	1 τ 10	1 τ 11	1 τ 12	$\tilde{R}^{(9)}$	
1 τ 13	1 τ 14	1 τ 15	1 τ 16	1 τ 17	1 τ 18	1 τ 19	1 τ 20	1 τ 21	1 τ 22	1 τ 23	1 τ 24	1 τ 25	1 τ 26	1 τ 27	1 τ 28	1 τ 29	1 τ 30	1 τ 31	1 τ 32	1 τ 33	1 τ 34	1 τ 35	1 τ 36	1 τ 37	1 τ 38	$\tilde{R}^{(10)}$	
1 τ 39	1 τ 40	1 τ 41	1 τ 42	1 τ 43	1 τ 44	1 τ 45	1 τ 46	1 τ 47	1 τ 48	1 τ 49	1 τ 50	1 τ 51	1 τ 52	1 τ 53	1 τ 54	1 τ 55	1 τ 56	1 τ 57	1 τ 58	1 τ 59	1 τ 60	1 τ 61	1 τ 62	1 τ 63	1 τ 64	$\tilde{R}^{(11)}$	
1 τ 65	1 τ 66	1 τ 67	1 τ 68	1 τ 69	1 τ 70	1 τ 71	1 τ 72	1 τ 73	1 τ 74	1 τ 75	1 τ 76	1 τ 77	1 τ 78	1 τ 79	1 τ 80	1 τ 81	1 τ 82	1 τ 83	1 τ 84	1 τ 85	1 τ 86	1 τ 87	1 τ 88	1 τ 89	1 τ 90	$\tilde{R}^{(12)}$	
1 τ 91	1 τ 92	1 τ 93	1 τ 94	1 τ 95	1 τ 96	1 τ 97	1 τ 98	1 τ 99	1 τ 00	1 τ 01	1 τ 02	1 τ 03	1 τ 04	1 τ 05	1 τ 06	1 τ 07	1 τ 08	1 τ 09	1 τ 10	1 τ 11	1 τ 12	1 τ 13	1 τ 14	1 τ 15	1 τ 16	$\tilde{R}^{(13)}$	
1 τ 17	1 τ 18	1 τ 19	1 τ 20	1 τ 21	1 τ 22	1 τ 23	1 τ 24	1 τ 25	1 τ 26	1 τ 27	1 τ 28	1 τ 29	1 τ 30	1 τ 31	1 τ 32	1 τ 33	1 τ 34	1 τ 35	1 τ 36	1 τ 37	1 τ 38	1 τ 39	1 τ 40	1 τ 41	1 τ 42	$\tilde{R}^{(14)}$	
1 τ 43	1 τ 44	1 τ 45	1 τ 46	1 τ 47	1 τ 48	1 τ 49	1 τ 50	1 τ 51	1 τ 52	1 τ 53	1 τ 54	1 τ 55	1 τ 56	1 τ 57	1 τ 58	1 τ 59	1 τ 60	1 τ 61	1 τ 62	1 τ 63	1 τ 64	1 τ 65	1 τ 66	1 τ 67	1 τ 68	$\tilde{R}^{(15)}$	
1 τ 69	1 τ 70	1 τ 71	1 τ 72	1 τ 73	1 τ 74	1 τ 75	1 τ 76	1 τ 77	1 τ 78	1 τ 79	1 τ 80	1 τ 81	1 τ 82	1 τ 83	1 τ 84	1 τ 85	1 τ 86	1 τ 87	1 τ 88	1 τ 89	1 τ 90	1 τ 91	1 τ 92	1 τ 93	1 τ 94	$\tilde{R}^{(16)}$	
1 τ 95	1 τ 96	1 τ 97	1 τ 98	1 τ 99	1 τ 00	1 τ 01	1 τ 02	1 τ 03	1 τ 04	1 τ 05	1 τ 06	1 τ 07	1 τ 08	1 τ 09	1 τ 10	1 τ 11	1 τ 12	1 τ 13	1 τ 14	1 τ 15	1 τ 16	1 τ 17	1 τ 18	1 τ 19	1 τ 20	$\tilde{R}^{(17)}$	
1 τ 21	1 τ 22	1 τ 23	1 τ 24	1 τ 25	1 τ 26	1 τ 27	1 τ 28	1 τ 29	1 τ 30	1 τ 31	1 τ 32	1 τ 33	1 τ 34	1 τ 35	1 τ 36	1 τ 37	1 τ 38	1 τ 39	1 τ 40	1 τ 41	1 τ 42	1 τ 43	1 τ 44	1 τ 45	1 τ 46	$\tilde{R}^{(18)}$	
1 τ 47	1 τ 48	1 τ 49	1 τ 50	1 τ 51	1 τ 52	1 τ 53	1 τ 54	1 τ 55	1 τ 56	1 τ 57	1 τ 58	1 τ 59	1 τ 60	1 τ 61	1 τ 62	1 τ 63	1 τ 64	1 τ 65	1 τ 66	1 τ 67	1 τ 68	1 τ 69	1 τ 70	1 τ 71	1 τ 72	$\tilde{R}^{(19)}$	
1 τ 73	1 τ 74	1 τ 75	1 τ 76	1 τ 77	1 τ 78	1 τ 79	1 τ 80	1 τ 81	1 τ 82	1 τ 83	1 τ 84	1 τ 85	1 τ 86	1 τ 87	1 τ 88	1 τ 89	1 τ 90	1 τ 91	1 τ 92	1 τ 93	1 τ 94	1 τ 95	1 τ 96	1 τ 97	1 τ 98	$\tilde{R}^{(20)}$	
1 τ 99	1 τ 00	1 τ 01	1 τ 02	1 τ 03	1 τ 04	1 τ 05	1 τ 06	1 τ 07	1 τ 08	1 τ 09	1 τ 10	1 τ 11	1 τ 12	1 τ 13	1 τ 14	1 τ 15	1 τ 16	1 τ 17	1 τ 18	1 τ 19	1 τ 20	1 τ 21	1 τ 22	1 τ 23	1 τ 24	$\tilde{R}^{(21)}$	
1 τ 25	1 τ 26	1 τ 27	1 τ 28	1 τ 29	1 τ 30	1 τ 31	1 τ 32	1 τ 33	1 τ 34	1 τ 35	1 τ 36	1 τ 37	1 τ 38	1 τ 39	1 τ 40	1 τ 41	1 τ 42	1 τ 43	1 τ 44	1 τ 45	1 τ 46	1 τ 47	1 τ 48	1 τ 49	1 τ 50	$\tilde{R}^{(22)}$	
1 τ 51	1 τ 52	1 τ 53	1 τ 54	1 τ 55	1 τ 56	1 τ 57	1 τ 58	1 τ 59	1 τ 60	1 τ 61	1 τ 62	1 τ 63	1 τ 64	1 τ 65	1 τ 66	1 τ 67	1 τ 68	1 τ 69	1 τ 70	1 τ 71	1 τ 72	1 τ 73	1 τ 74	1 τ 75	1 τ 76	$\tilde{R}^{(23)}$	
1 τ 77	1 τ 78	1 τ 79	1 τ 80	1 τ 81	1 τ 82	1 τ 83	1 τ 84	1 τ 85	1 τ 86	1 τ 87	1 τ 88	1 τ 89	1 τ 90	1 τ 91	1 τ 92	1 τ 93	1 τ 94	1 τ 95	1 τ 96	1 τ 97	1 τ 98	1 τ 99	1 τ 00	1 τ 01	1 τ 02	$\tilde{R}^{(24)}$	
1 τ 03	1 τ 04	1 τ 05	1 τ 06	1 τ 07	1 τ 08	1 τ 09	1 τ 10	1 τ 11	1 τ 12	1 τ 13	1 τ 14	1 τ 15	1 τ 16	1 τ 17	1 τ 18	1 τ 19	1 τ 20	1 τ 21	1 τ 22	1 τ 23	1 τ 24	1 τ 25	1 τ 26	1 τ 27	1 τ 28	$\tilde{R}^{(25)}$	
1 τ 29	1 τ 30	1 τ 31	1 τ 32	1 τ 33	1 τ 34	1 τ 35	1 τ 36	1 τ 37	1 τ 38	1 τ 39	1 τ 40	1 τ 41	1 τ 42	1 τ 43	1 τ 44	1 τ 45	1 τ 46	1 τ 47	1 τ 48	1 τ 49	1 τ 50	1 τ 51	1 τ 52	1 τ 53	1 τ 54	$\tilde{R}^{(26)}$	
1 τ 5																											

جدول ۴. طرح سانسور بهینه و n_{opt} به ازای مقادیر مختلف m هرگاه

$$I_{min} = \sqrt{I(m)} \text{ و } \alpha = 6$$

n_{opt}	طرح سانسور بهینه	$I_{min} = \sqrt{I(m)}$	m
۵	$\bar{R}^{(3)} = (0, 0, n-m)$	۲/۴۷۵	۳
۷	$\bar{R}^{(5)} = (0, 0, 0, 0, n-m)$	۴/۱۲۵	۵
۱۰	$\bar{R}^{(7)} = (0, \dots, 0, n-m)$	۵/۷۷۵	۷
۱۳	$\bar{R}^{(10)} = (0, \dots, 0, n-m)$	۸/۲۵۰	۱۰
۱۷	$\bar{R}^{(13)} = (0, \dots, 0, n-m)$	۱۰/۷۲۵	۱۳
۱۹	$\bar{R}^{(15)} = (0, \dots, 0, n-m)$	۱۲/۳۷۵	۱۵

فزاینده نوع دو مطرح شود، مسئله انتخاب اندازه نمونه اولیه است. در این پژوهش هردوی این مسائل مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. معیار مورد استفاده در این مقاله، معیار اطلاع فیشر در آماره‌های مرتب سانسور فزاینده نوع دو در خصوص پارامترهای نامعلوم توزیع پارتو است. هرگاه پارامتر شکل نامعلوم باشد، نشان دادیم که اطلاع فیشر به اندازه نمونه و طرح سانسور بستگی ندارد. لذا در این حالت معیار دیگری باید مورد استفاده قرار گیرد. اما چنانچه پارامتر مقیاس نامعلوم باشد نشان داده شد که طرح سانسور بهینه، سانسور نوع دو از راست است. یعنی اگر تمام برداشت‌ها در انتهای آزمایش انجام شود اطلاع فیشر بیش‌ترین می‌شود. علاوه بر این، با در نظر گرفتن یک کران پایین برای اطلاع فیشر اندازه نمونه بهینه تعیین شد.

۷ بحث و نتیجه‌گیری

سپاس‌گزاری

نویسنده از سردبیر گرامی و داوران محترم مجله در ارزیابی مقاله و پیشنهادهای ارزنده‌شان نهایت تشکر و قدردانی را دارد.

مسئله تعیین طرح بهینه در سانسور فزاینده نوع دو تاکنون مورد توجه بسیاری از پژوهش‌گران قرار گرفته است. برای این منظور، معیارهای مختلفی مورد استفاده قرار گرفته‌اند. یکی دیگر از مسائلی که می‌تواند در زمینه سانسور

مراجع

- [۱] بصیری، ا. (۱۳۸۹). طرح بهینه در سانسور فزاینده نوع دو. پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد، دانشکده‌ی علوم ریاضی، دانشگاه فردوسی مشهد.
- [۲] بصیری، ا. و احمدی، ج. (۱۳۸۹). طرح بهینه سانسور فزاینده در توزیع بر نوع ۱۲ بر اساس اطلاع فیشر. دهمین کنفرانس آمار ایران.
- [۳] بصیری، ا. و بیگی، س. طرح بهینه در سانسور فزاینده‌ی نوع دو از توزیع رایلی با برداشت‌های دو جمله‌ای بر اساس پیش‌بینی دو نمونه‌ای بیزی و تابع هزینه. مجله مدل‌سازی پیشرفته اهواز.
- [۴] بصیری، ا. و صالحی، س. م. (۱۳۹۹). اندازه نمونه بهینه بر اساس تابع هزینه در مدل سانسور فزاینده نوع دو. مجله علوم آماری. جلد ۱۴ شماره ۱، ۴۱-۵۴.
- [۵] بهبودیان، ج. (۱۳۷۰)، آمار ریاضی، مؤسسه انتشارات امیرکبیر.
- [6] Ahmadi, J., Basiri, E. and MirMostafaei, S. M. T. K. (2016). Optimal random sample size based on Bayesian prediction of exponential lifetime and application to real data. *Journal of the Korean Statistical Society*, **45**(2), 221–237.
- [7] Arnold, B., C. (2015). *Pareto Distributions*. CRC press, Boca Raton, London and New York.
- [8] Balakrishnan, N. (2007). Progressive censoring methodology: an appraisal. *Test*, **16**, 211–259.
- [9] Balakrishnan, N. and Aggarwala, R. (2000), *Progressive Censoring: Theory, Methods, and Applications*, Birkhäuser, Boston.
- [10] Balakrishnan, N., Burkschat, M., Cramer, E. and Hofmann, G. (2008). Fisher information based progressive censoring plans. *Computational Statistics & Data Analysis*, **53**(2), 366–380.
- [11] Balakrishnan, N. and Cramer, E. (2014). *The Art of Progressive Censoring*. Birkhauser, New York.
- [12] Balakrishnan, N. and Han, D. (2007). Optimal progressive Type-II censoring schemes for nonparametric confidence intervals of quantiles. *Communications in Statistic-Simulation and Computation*, **36**(6), 1247–1262.

- [13] Bain, L. and Engelhardt, M. (1991). *Statistical Analysis of Reliability and Life-Testing Models*. Second Edition, Marcel Dekker, New York.
- [14] Basiri, E. and MirMostafaei, S. M. T. K. (2017). Optimal sample size based on prediction problem under progressively type-II censoring. *Proceeding of 3rd seminar on Reliability Theory and its Applications*, 68–72.
- [15] Burkschat M., Cramer E. and Kamps U. (2006). On optimal schemes in progressive censoring. *Statistics and probability letters*, **76**(10), 1032–1036.
- [16] Burkschat M., Cramer E. and Kamps U. (2007). Optimality criteria and optimal schemes in progressive censoring. *Communications in Statistics–Theory and Methods*, **36**(7), 1419–1431.
- [17] Cohen, A. C. (1991). *Truncated and Censored Samples- Theory and Applications*. Marcel Dekker, New York.
- [18] Cordeiro, J. B. and Pham, H. (2017). Optimal design of life testing cost model for Type-II censoring Weibull distribution lifetime units with respect to unknown parameters. *International Journal of System Assurance Engineering and Management*, **8**(1), 28–32.
- [19] Doostparast, M. and Balakrishnan, N. (2010). Optimal sample size for record data and associated cost analysis for exponential distribution. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, **80**(12), 1389–1401.
- [20] Harter, H. L. and Balakrishnan, N. (1996). *CRC Handbook of Tables for the Use of Order Statistics in Estimation*. Second Edition, CRC Press, Boca Raton.
- [21] Klein, J. P. and Moeschberger, M. L. (2003). *Survival Analysis: Techniques for Censored and Truncated Data*. Second Edition, Springer, New York.
- [22] Kuş, C., Akdoğan, Y. and Wu, S. J. (2013). Optimal progressive group censoring scheme under cost considerations for pareto distribution. *Journal of Applied Statistics*, **40**(11), 2437–2450.
- [23] Lawless, J. L. (2003). *Statistical Models and Methods for Lifetime Data*. Second Edition, John Wiley & Sons, New York.
- [24] Mishra, N. (2018). Optimal one-step censoring schemes under entropy criterion. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 1–14.
- [25] Nelson, W. (2004). *Applied Life Data Analysis*. John Wiley & Sons, New York.
- [26] Ng, H. K. T., Chan, P. S. and Balakrishnan, N. (2004). Optimal progressive censoring plans for the Weibull distribution. *Technometrics*, **46**(4), 470–481.
- [27] Nigm, A. M., AL-Hussaini, E. K. and Jaheen, Z. F. (2003). Bayesian one-sample prediction of future observations under Pareto distribution. *Statistics*, **37**(6), 527–536.
- [28] Pham, H. O. A. N. G. (1992). Optimal design of life testing for ULSI circuit manufacturing. *IEEE transactions on semiconductor manufacturing*, **5**(1), 68–70.
- [29] Salemi, U. H., Rezaei, S., Si, Y. and Nadarajah, S. (2018). On Optimal Progressive Censoring Schemes for Normal Distribution. *Annals of Data Science*, **5**(4), 637–658.
- [30] Volterman W., Davies F. K. and Balakrishnan N. (2012). Pitman closeness as a criterion for the determination of the optimal progressive censoring scheme. *Statistical Methodology*, **9**(6), 563–572.