برنولی و کتاب فن حدس زدن

رحیم چینی پرداز[۱]، بهزاد منصوری[۲]

تاریخ دریافت: ۹۹/۷/۱۹
تاریخ پذیرش: ۹۹/۱۲/۲۷

چکیده:
انتخاب سال ۲۰۱۳ به‌عنوان سال آمار به دو حادثه‌ی مهم تاریخی برمی‌گردد. یکی انتشار کتاب تأثیرگذار «فن حدس زدن» [۳] (برنولی [۲]) توسط جیمز برنولی در سیصد سال قبل و دوم انتشار مقاله بیز در دویست و پنجاه سال قبل از سال آمار است. بدون تردید این دو اثر که بعد از مرگ نویسندگان خود منتشر شدند، تأثیر شگرفی در تئوری آمار و احتمال داشته‌اند. به‌طوری‌که هالد [۹] دوران رشد و تکامل آمار را از برنولی تا فیشر می‌داند. در مقاله حاضر نگاهی به کتاب «فن حدس زدن» شده است.

واژه‌های کلیدی: برنولی، عدم قطعیت، قضیه طلایی، اصل دلیل ناکافی

۱ جیمز برنولی پدیدآورنده کتاب فن حدس زدن

جیمز (ژاکوب) برنولی [۴] متولد بازل سویس و متعلق به خانواده‌ای با اصالت هلندی و مقیم سویس بود. خانواده‌ای که در مدت دویست و پنجاه سال خانواده‌ای منحصربه‌فرد در علوم جدید و به‌خصوص در ریاضیات بود و طی چند نسل دانشمندان زیادی در زمینه‌ی ریاضی و آمار به جهانیان تقدیم کرده است. استیگلر[۱۴] اعتقاد دارد حداقل دوازده شخصیت بزرگ از این خانواده در علم ریاضیات، احتمال و آمار وجود دارد. اما نقش جیمز برنولی در علم آمار و احتمال از سایرین بیشتر است. نوشته‌های وی حتی باوجود بیش از سیصد سال پس از مرگش مورد ارجاع دانشمندان است.

جیمز برنولی تحت‌فشار خانواده الهیات و فلسفه خواند و در هر دو رشته فارغ‌التحصیل شد؛ اما با توجه به علاقه وی به ریاضیات و مخالفت خانواده، مخفیانه به ریاضیات پرداخت. وی به فیزیک ریاضی و نجوم نیز علاقه‌مند شد. ریاضی‌دانان زیادی را ملاقات کرد و بعد از برگشت به تدریس مکانیک و هندسه پرداخت. جیمز برنولی در سال ۱۷۰۵ از دنیا رفت درحالی‌که حدود بیست سال آخر عمر را علوم ریاضی تدریس می‌کرد و صاحب کرسی ریاضی بود.

۱.۱ فعالیت‌های علمی جیمز برنولی

جیمز در سال ۱۶۸۵ اولین اثر خود را در ریاضی و به‌صورت جزوه‌ای در مورد منطق و جبر ارائه داد و در همان سال جزوه‌ای در احتمال نوشت. در سال ۱۶۸۹ رساله مهمی در سری‌های نامتناهی و همچنین قانون اعداد بزرگ نوشت. تشخیص نامتناهی بودن $\sum_n \frac{1}{n}$ و متناهی بودن $\sum_n \frac{1}{n^2}$ و محاسبه $\sum_{i=1}^{n} i^j, j = 1,\dots,10$ از کارهای اوست. در کتاب‌های زندگینامه دانشمندان دست‌آوردهای زیادی به برنولی نسبت داده‌شده است. بعضی از نتایج کار او در احتمال در کتاب قدیمی تادهانتر [۱۵] اشاره‌شده‌اند. در سال ۱۹۳۵ دفتری در شهر بازل برای جمع‌آوری کارها و نوشته‌های او تأسیس و چهار جلد از کارهای جیمز برنولی منتشر شد. مهم‌ترین کار برنولی کتاب «فن حدس زدن» است. بیشتر ایده‌های برنولی در کتاب «فن حدس زدن» و خصوصاً قسمت چهارم آنکه مهم‌ترین کار جیمز برنولی بود، آمده است. کتاب فن حدس زدن در سال ۱۹۶۸ به زبان لاتین مجدداً چاپ‌شده است. ترجمه‌های کتاب به زبان‌های آلمانی، روسی، فرانسوی و انگلیسی قبلاً چاپ‌شده بود.

[۱] گروه آمار- دانشکده علوم ریاضی و کامپیوتر- دانشگاه شهید چمران اهواز (نویسنده مسئول) chinipardaz_r@scu.ac.ir
[۲] گروه آمار- دانشکده علوم ریاضی و کامپیوتر- دانشگاه شهید چمران اهواز

[3] Art of Conejture (Ars Conjectandi)

[۴] James (Jacob) (1654-1705) البته در کتاب‌های تاریخی نام Jakob و یا Jacques نیز آمده است.

۲ کتاب فن حدس زدن

با مرگ جیمز برنولی مهم‌ترین اثر او یعنی کتاب «فن حدس زدن» ناتمام ماند. ناشر کتاب منتظر ماند تا کتاب توسط جان برنولی (برادر جیمز) تکمیل شود؛ اما این نیکلاس برادرزاده جیمز بود که تنها با اضافه کردن پیشگفتار، کتاب را تکمیل‌نشده به چاپ رساند. تا قبل از کتاب «فن حدس زدن» سه کتاب و یا نسخه معتبر علمی در تئوری احتمال وجود داشت.[۵] کاردانو در سال ۱۵۶۰ کتاب «کتاب برای بازی‌های تاس»[۶] را نوشت ولی انتشار آن در سال ۱۶۶۳ اتفاق افتاد. در سال ۱۶۵۴ بین دو ریاضیدان بزرگ، پاسکال و فرما پنج نامه ردوبدل شد و مسائل مهم آغازین تئوری آمار و احتمال از جمله «مسئله‌ی امتیازها»[۷] و «مسئله‌ی دوره» در بازی‌ها موردبررسی و تا حدودی حل شدند[۸]. اما مکاتبات بین پاسکال و فرما بعد از مدت‌ها در کتاب دیگری چاپ گردیدند. این سومین کتاب نوشته‌شده به نام «چگونه برای بازی تاس دلیل بیاوریم»[۹] توسط هویگنز بود که اولین کتاب منتشرشده احتمال لقب گرفت. این کتاب در حدود نیم‌قرن قبل از نوشتن کتاب «فن حدس زدن» چاپ گردید و تا قبل از کتاب جیمز برنولی به‌عنوان تنها منبع تئوری احتمال در دانشگاه‌ها تدریس می‌شد. کتاب هویگنز به زبان آلمانی بود ولی زود به زبان‌های اروپایی ترجمه شد.

با چاپ کتاب فن حدس زدن توسط جیمز برنولی تأثیر کتاب هویگنز کاهش یافت. شاید یک دلیل اصلی آن چاپ مجدد کتاب هویگنر و پرداختن به مسائل حل‌نشده آن در کتاب برنولی بود. چاپ کتاب «فن حدس زدن» برنولی آغازی آغاز دوره رشد و بالندگی آمار و احتمال محسوب می‌شود. هالد [۷] دوران رشد و تکامل استنباط آماری پارامتری را از برنولی تا فیشر می‌داند. در زمان چاپ کتاب اندیشه حاکم در غرب تحت تأثیر اندیشه‌های راسیونالیسم بود که مطابق آن استفاده از مشاهدات تجربی در علم موردقبول نبود و بنابراین برای بسیاری، مطالب کتاب قابل‌فهم نبود؛ اما به‌تدریج ارزش کتاب معلوم شد و باوجود چاپ کتاب باارزش «دکترین شانس» (دموآور، [۴]) بعد از چاپ کتاب جیمز برنولی، ارزش آن کاهش نیافت و اکنون بعد از سیصد سال کتاب تازگی خود را از دست نداده است. از مهم‌ترین نکات باارزش کتاب که آن را قابل‌تجلیل می‌کند، نگاه برنولی به مسئله‌ی احتمال است. تا قبل از این کتاب نگاه ریاضیدانان بزرگ مانند پاسکال، فرما و حتی هویگنز به مفهوم احتمال نمی‌توانست بین مفهوم احتمال و شانس پیوند برقرار کند ([۱۲]). آن‌ها به مفهوم شانس به معنی کنونی اهمیت ندادند و مسائل احتمال را با مفهوم عدالت و یا مقدار متوسط حل گره می‌زدند. رویکرد گره زدن احتمال به مسئله‌ی شانس اولین بار در قسمت چهارم کتاب «فن حدس زدن» انجام شد.

کتاب ۳۰۶ صفحه‌ای «فن حدس زدن» شامل چهار قسمت است. در قسمت اوّل که ۷۱ صفحه دارد، رساله‌ی ۳۵ صفحه‌ای بدون نام نویسنده است که به گمان تاریخ‌دانان رساله‌ی جیمز برنولی است. در ادامه قسمت اوّل، کتاب هویگنز همراه با نقد و بررسی و حل مسئله‌های آن آمده است.

قسمت دوم کتاب شامل مسائل مربوط به ترتیب، ترکیب و آنالیز ترکیبی است که از صفحه ۷۲ تا ۱۳۷ را می‌پوشاند. برنولی ادعا می‌کند قبل از او اسکاتن، لایب نیتس، والیس و پرسست به این مسئله پرداخته‌اند؛ بنابراین موضوع آن جدید نیست و تنها برنولی به کار ریاضی‌دانان قبل از خود گسترش داده است. در این میان برنولی جدولی مشابه جدول پاسکال ارائه داده است [۱۰].

قسمت سوم کتاب از صفحه ۱۳۸ تا ۲۰۹ کتاب را شامل می‌شود، مربوط به بازی‌ها و شامل ۲۴ مسئله در نظریه‌ی احتمال است. مسائل قسمت سوم کتاب با توجه به علم ریاضیات آن دوره پیشرفته هستند. تادهانتر [۱۵] این مسائل را موردبررسی قرار داده است.

برنولی مسئله‌ی امتیازها را در جدولی ارائه و شانس موفقیت هرکدام را همراه با تعداد دفعات لازم تا برنده نهایی آورده است. او مسئله‌ی امتیازها را برای بازی بیش از سه نفر بررسی کرد. [۱۱] برنولی در یک بحث طولانی درباره پرتاب‌های تاس آن را به بیشتر از دو تاس که از کاردانو شروع‌شده بود، گسترش داد و جداولی را در این زمینه ارائه داد. به‌عنوان‌مثال جیمز برنولی مسئله‌ی ۱۴ خود

[۵] لازم به ذکر است این بدون توجه به نوشته‌های معتبر و باارزش جان‌گرانت در سال ۱۶۶۱ می‌باشد. نوشته‌های جان‌گرانت در حقیقت آمار توصیفی بود و به تئوری احتمال و آمار مربوط نمی‌شود.

[6] De ludo Aleae

[7] Point problem

[۸] برای بررسی بیشتر این دو مسئله رجوع شود به چینی پرداز، [۱]). نامه‌های ردوبدل شده بین پاسکال و فرما در ضمیمه کتاب دیوید [۵] آمده است.

[9] How to Reason in Dice Games (De Rationciniis in Alea Ludo)

[۱۰] بسیاری آغاز مطالعه «مسئله‌ی ترکیب» را با استناد جدول پاسکال (Arithmetical Triangle) به پاسکال نسبت می‌دهند. (به‌عنوان‌مثال تادهانتر، [۱۵])؛ اما این جدول حداقل سیصد سال قبل از پاسکال به‌وسیله‌ی خیام (وفات ۱۲۱۴) در قرن سیزدهم ارائه‌شده است. البته پاسکال ادعای جدید بودن کار خود را نکرده ولی بیست قانون در مورد این جدول را ارائه داده است.

[۱۱] فرض کنید دو نفر A و B در یک بازی با شانس پیروزی مساوی شرکت می‌کنند اولین فردی که پنج پیروزی بیاورد برنده بازی خواهد بود. بازی درحالی‌که A سه و B دو پیروزی دارد ناتمام می‌ماند. جایزه بازی چگونه تقسیم می‌شود. این مسئله‌ی ساده کنونی برای صد و پنجاه سال دانشمندان را مشغول کرد (برای بررسی بعضی استدلال‌ها تا آن زمان رجوع شود به [۱] و سرانجام پاسکال موفق به حل آن شد. او در نامه‌های ردوبدل شده خود با فرما ضمن حل بازی دونفره، این مسئله را به بازی سه‌نفره نیز گسترش داد ([۵]). اما راه‌حل او مبتنی بر تقسیم جایزه بر مبنای عدالت بود. هویگنز نیز چنین مسئله‌ای را با ترکیبی از مفهوم عدالت و مقدار متوسط حل کرد؛ اما برنولی با استدلالی مشابه استدلال‌های کنونی به این مسئله پرداخت.

را به‌صورت زیر ارائه داد:

> «فرض کنید نفر A تاسی را پرتاب و سپس به تعداد شماره ظاهرشده، تاس پرتاب کند. اگر بیش از ۱۲ بیاورد تمام پول و اگر ۱۲ بیاورد نصف پول و اگر کمتر بیاورد چیزی دریافت نمی‌کند.»

برنولی چنین شانسی را برای A برابر $\frac{۱۵۲۹۵}{۳۱۱۰۴}$ می‌داند.
قسمت چهارم کتاب که بیانگر دیدگاه‌های فلسفی جیمز برنولی است، مربوط به کاربرد نظریه‌ی احتمال در علوم رفتاری (سیاسی و مدنی) و اقتصادی است. متأسفانه این رویکرد برنولی به مسئله‌ی احتمال در اقتصاد و سیاست که شروع مناسبی برای استفاده احتمال و آمار به کاربردها بود، به دلیل ضعف جسمانی جیمز برنولی ناتمام ماند. نیکولاس برنولی در سال ۱۷۱۴ با درخواست از دموآور خواستار ادامه قسمت چهارم کتاب شد. این درخواست به دلیل مشغله زیاد تدریس دموآور عملاً صورت نگرفت ([۳]). به اعتقاد بسیاری قسمت چهارم کتاب، مهم‌ترین بخش کتاب است. گیلیز [۷] اعتقاد دارد بیشتر اندیشه‌های احتمال کلاسیک که بعدها به‌وسیله‌ی لاپلاس ادامه یافت از این قسمت کتاب آمده است.

۳ مسائل اساسی کتاب فن حدس زدن

۱.۳ حل مسائل هویگنز به‌وسیله برنولی

هویگنز به‌دنبال گزاره‌های مشهور خود پنج مسئله را به‌عنوان تمرین و بدون پاسخ گذاشته بود. این پنج مسئله را برنولی موردبررسی قرار داده و آن‌ها را حل کرد:

> ۱) دو نفر A و B به‌صورت زیر شرط‌بندی می‌کنند. A دو تاس را پرتاب می‌کند اگر جمع دو تاس ۶ بیاید برنده و در غیر این صورت نفر B دو تاس را پرتاب می‌کند. اگر جمع دو تاس ۷ باشد برنده می‌شود و در غیر این صورت بازی به نفر A می‌رسد و او دو تاس را برای دو بار پرتاب می‌کند. اگر شش بیاورد برنده و در غیر این صورت بازی به نفر B می‌رسد. نفر B دو تاس را سه بار پرتاب می‌کند. بازی به همین صورت ادامه می‌یابد تا یکی برنده شود.

برنولی شانس برنده شدن A به B را ۱۰۳۵۵ به ۱۲۲۷۶ می‌داند.

> ۲) سه بازیکن A و B و C، در جعبه‌ای دوازده کارت شامل هشت کارت سیاه و چهار کارت سفید دارند. آن‌ها تحت شرایط زیر بازی می‌کنند:
> آن‌ها به ترتیب و چشم‌بسته کارت‌ها را بیرون می‌آورند تا اولین فردی کارت سفید بیاورد. اگر ابتدا A بعد B و سپس C کارت بیرون بیاورند شانس برنده شدن هرکدام چقدر است؟

برنولی برای حل این مسئله سه حالت زیر را در نظر گرفت.
الف) هر کارت بیرون آورده شده به جعبه برگردد.
ب) کارت بیرون آورده شده به جعبه برنگردد.
ج) هر بازیکن یک جعبه جداگانه داشته باشد.

> ۳) چهل کارت، هر ده کارت با یک رنگ وجود دارد. دو نفر A و B شرط‌بندی می‌کنند به‌طوری‌که هر فرد چهار کارت یک رنگ بیرون بیاورد برنده است.

برنولی نشان می‌دهد شانس برنده شدن A به B عبارت است از $\frac{۱۰۰۰}{۸۱۳۹}$.
۴) دوازده توپ، هشت‌تا رنگ سیاه و چهارتا رنگ سفید، وجود دارد. دو نفر A و B به‌صورت زیر بازی می‌کنند. هفت کارت بیرون آورده می‌شود هرکدام سه توپ سفید بیرون آورد برنده خواهد بود. شانس برنده شدن هرکدام چقدر است.

> ۵) دو نفر A و B هرکدام با دوازده واحد پول شرط‌بندی می‌کنند. سه تاس پرتاب می‌شود اگر جمع آن‌ها ۱۱ بیاید A یک واحد به B و اگر جمع سه تاس ۱۴ بیاید B یک واحد به A می‌دهد. برنده نهایی کسی است که تمام ۱۲ واحد رقیب را به دست آورد.

از نظر برنولی شانس A به B برابر است با $\frac{۲۴۴۱۴۰۶۲۵}{۲۸۲۴۲۹۵۳۶۴۸۱}$.

۲.۳ کمی‌کردن عدم قطعیت

از نظر برنولی احتمال درجه عدم قطعیت است که به‌صورت کمّی در آمده است ([۱۵]). برای برنولی پیشامد محتمل‌تر[12] به معنی قطعیت بیشتر است. مثلاً $\frac{۳}{۵}$ از $\frac{۲}{۵}$ قطعیت بیشتری دارد. پیشامدهایی که به نسبت نیم و نیم شانس دارند، قابل‌شک هستند و ممکن محسوب می‌شوند[13]. یک پیشامد ممکن[14] است، اگر حداقل یک درجه از قطعیت را داشته باشد که در مقابل پیشامد غیرممکن[15] قرار می‌گیرد اما برای پیشامد غیرممکن عدم قطعیت و یا درجه

[12] More proble
[13] Indefine (doubtful)
[14] Possible
[15] Impossible
[16] Morely certain

بسیار کوچک از عدم قطعیت وجود دارد. برای برنولی پیشامد با قطعیت اخلاقی [۱۶] دارای قطعیتی نزدیک به قطعیت کامل دارد. به‌عنوان‌مثال پیشامد با شانس $\frac{۹۹۹}{۱۰۰۰}$ قطعیت اخلاقی و با شانس $\frac{۱}{۱۰۰۰}$ عدم قطعیت اخلاقی دارد.

۳.۳ مسئله‌ی قانون اعداد بزرگ (قضیّه‌ی طلایی)

در قسمت چهارم کتاب، «قضیّه‌ی طلایی» که در ادامه، قانون اعداد بزرگ نامیده شد آورده شده است. فرض کنید آزمایشی با احتمال موفقیت p به تعداد n بار به‌صورت مستقل تکرار و تعداد موفقیت‌ها k باشد. مسئله قانون اعداد بزرگ به تفاوت بین $\frac{k}{n}$ و p مربوط می‌شود. برنولی به دنبال مطالعه رفتار $|\frac{k}{n}-p|$ با افزایش تعداد تکرارها بود. به دنبال آن، با در نظر گرفتن $n=k(a+b)$ دو مقدار n و k را جستجو می‌کرد تا برای مقدار ثابت $c>۰$ رابطه

$$P\Big\{|\frac{k}{n}-p|<\frac{۱}{a+b}\Big\}>\frac{c}{c+۱}$$

برقرار باشد. برنولی در کتاب خود همگرا شدن $\frac{k}{n}$ به p را با احتمال یک اثبات و اطلاعاتی از سرعت همگرایی را برای $p=۰/۶$ و $\frac{c}{c+۱}=\frac{۱}{۵۰}$ ارائه داد ([۸] و [۸] [۹]). در ادامه، کار نیکلاس برنولی برای n ثابت به دنبال به دست آوردن کرانی برای این احتمال بود. ولی این دموآور بود که در چاپ دوم کتاب خود در ۱۷۳۶ به امید ریاضی $E|X-np|$ توجه کرد و جداولی برای $p=\frac{۱}{۲}$ تهیه کرد (رجوع شود به [؟]). برنولی ادعا می‌کند برای مسئله قضیّه طلایی بیست سال تلاش کرده است. این قضیّه بیش از یک قرن موضوع موردبررسی ریاضیدانان و حتی فلاسفه بوده و هنوز به‌عنوان یک موضوع اساسی در دانشگاه‌ها تدریس می‌شود، رویکردی جدید استفاده از فراوانی نسبی برای محاسبه‌احتمال دانست؛ و یا حتی نگاهی به برآورد p با استفاده از $\frac{k}{n}$ بود. چون طبق «قضیّه‌ی طلایی» [۱۷] اگر آزمایشی به تعداد زیاد تکرار شود فراوانی نسبی هر پیشامد در آن آزمایش به احتمال واقعی آن پیشامد نزدیک می‌شود. این قضیّه‌ی پایه‌ای، بعدها به‌عنوان قانون اعداد بزرگ موردتوجه آماردانان قرار گرفت.

دو نتیجه منطقی بر کار برنولی مترتب است. اول اینکه پارامتر جامعه حقیقتی است بیرون از ذهن که در ذات شیی قرار دارد و با نتایج آزمایش لزوماً یکسان نیست. نتیجه دوم که تعدیل نتیجه اول است پیشنهاد به دست آوردن مقدار پارامتر با استفاده از تکرار آزمایش و برآورد پارامتر از طریق فراوانی نسبی آزمایش‌ها است. چیزی که در مقاله اصلی فیشر[۶] اشاره و امروزه بنیان استنباط آماری پارامتری را تشکیل می‌دهد. جیمز برنولی نتوانست تعداد مشاهدات موردنیاز را برای نزدیکی فراوانی نسبی به‌احتمال p به دست آورد. در حقیقت او به مسئله‌ی عملی قضیّه نپرداخت و تنها به این مسئله اکتفا کرد که تعداد مشاهدات آن‌قدر زیاد باشد که فرد تصمیم‌گیرنده را «از نظر اخلاقی» به قطعیت به رساند [۱۸].

۴.۳ دیدگاه کلاسیک احتمال

برای بسیاری از اندیشمندان تفسیر و تدوین احتمال با دیدگاه کلاسیک به لاپلاس [۱۳] در کتاب «رساله‌ی فلسفی در احتمالات» [۱۹] برمی‌گردد. این تفسیر، احتمال را به نسبت حالت‌های موافق پیشامد به تعداد کل فضای نمونه تعریف می‌کند. چنین تعبیری از احتمال که «تعریف منطقی احتمال» نیز گفته می‌شود، اکنون موردنقد بسیاری از دانشمندان است اما برای حدود یک صد سال تعریف مسلط احتمال محسوب می‌شد. اکنون نیز به دلیل سادگی، روش آموزشی مناسب در تعریف احتمال در دانشگاه‌ها تدریس می‌شود. باید دانست چنین تعبیری از احتمال به قسمت چهارم کتاب «فن حدس زدن» مربوط می‌شود. گیلیز [۷] اعتقاد دارد پایه‌ی این تعریف، نامه‌نگاری‌های بین برنولی و لایب‌نیتس بوده است و آنچه باعث شهرت لاپلاس برای این تعبیر از احتمال شده است، نوشتن کتاب «فن حدس زدن» به زبان منسوخ لاتین و ترجمه دیرهنگام آن به زبان مرسوم قرن نوزدهم یعنی فرانسوی است.

۵.۳ اصل دلیل ناکافی

لاپلاس در دفاع از تعریف احتمال کلاسیک به «اصل دلیل ناکافی» [۲۰] اصل بی‌تفاوتی متوسل می‌شود. این اصل بیان می‌کند اگر دلیلی برای تفاوت بین دو پیشامد وجود نداشته باشد، آن دو پیشامد هم‌طراز و با شانس‌های برابر در نظر گرفته شود. لاپلاس این اصل را از کتاب برنولی وام می‌گیرد. بیز نیز برای توزیع پیشین P در توزیع دوجمله‌ای هرگاه اطلاعی درباره توزیع پیشین وجود نداشته باید، از توزیع یکنواخت استفاده کرده است.

کینز [۱۱] احتمال را اعتقاد منطقی به یک گزاره تعریف می‌کند که با داشتن اطلاع از آن گزاره و گزاره مخالف به دست می‌آید. گرچه نمی‌توان اعتقاد به یک گزاره را به‌صورت کمی بیان کرد ولی می‌توان گزاره‌ها را باهم مقایسه و

[17] Golden Theorem

[۱۸] کلمه‌ی «Moral certaint» در حقیقت به این معنی است که احتمال یک پیشامد آن‌قدر زیاد باشد که محقق قانع شود که احتمال را برای آن پیشامد به کار برد. برای مراجعه بیشتر به [۱۴] توجه شود.

[19] Philosophique Sur les Probabilities

[20] Principle of Insufficient Reason

[21] Principle of Indifference

یک گزاره را منطقی‌تر دانست؛ بنابراین کینز اصل بی‌تفاوتی [۲۱] را جایگزین اصل دلیل ناکافی کرد: اگر دلیلی برای برتری یک گزاره بر گزاره دیگر نباشد، هم‌شانس تلقی می‌شوند. بدیهی است این گونه روش قیاسی و استفاده از قوانین منطقی به‌جای محاسبات عددی در تعریف احتمال به بن‌بست می‌رسد. چنین اصلی جه به‌عنوان اصل دلیل ناکافی و یا اصل بی‌تفاوتی بیش‌ازحد پیشامدها را هم شانس تلقی می‌کند. با پذیرفتن این اصل همچنین لازم می‌آید که توزیع احتمال P و $\sqrt{P}$ به دلیل داشتن رابطه یک‌به‌یک، یکسان فرض شوند. این اصلبرای فراوانی‌های طولانی‌مدت که مسئله‌ی مهم پیش‌بینی است به بن‌بست می‌رسد (هاکینگ[۱۰]).

۴ اهمیت کتاب فن حدس زدن

همان‌طور که گفته شد برنولی مسئله‌ی ترتیب و ترکیب را در کتاب فن حدس زدن گسترش داده است اما نمی‌توان آغاز این اندیشه را به او نسبت داد. با این وجود کتاب از چند جنبه‌ی دیگر کاملاً بدیع است. ۱) در حقیقت کمی کردن عدم قطعیت به‌وسیله‌ی برنولی انجام شد (تادهانتر[۱۵]).

قانون اعداد بزرگ و قضیّه حد مرکزی برگرفته از قضیّه‌ی طلایی برنولی است. تعریف کلاسیک احتمال که تدوین آن منسوب به لاپلاس است، مدیون کار برنولی در قسمت چهارم کتاب فن حدس زدن و استفاده از اصل دلیل ناکافی است. اگرچه این اصل امروزه منسوخ‌شده محسوب می‌شود، ولی برای بیش از یک قرن تکیه‌گاه محاسبات در احتمال بوده است.

تئوری احتمال در مسئله‌ی قضاوت و اخلاق انسانی در کتاب فن حدس زدن واردشده است. اگرچه برنولی در کار موفقیت زیادی کسب نکرده اما تشخیص او در واردکردن تئوری احتمال در تجربیات بشری تحسین‌انگیز است.

در پایان باید گفت که کار برنولی در کتاب فن حدس زدن نقطه عطفی در تحقیقات آماری بوده است و بسیاری از محققین سعی خود را تنها در عمومی کردن مسائل آن کرده‌اند.

مراجع

[۱] چینی پرداز، ر. (۱۳۹۰)، تاریخ آمار و احتمال، انتشارات دانشگاه شهید چمران .

[2] Bernoulli, J. (1713). *Ars Conjectani*. Thurnisius, Basel.

[3] Bellhouse, D. R. (2011). *Abraham De Moivre*. CRS Press, New York.

[4] De Moivre, A. (1718). *The Doctrine of Chances, or, a Method of Calculating the Probability of Events in Play*. W. Pearson, London.

[5] David, F. N. (1962). *Games, Gods and Gambling*. Charles Griffin, London.

[6] Fisher, R. A. (1922), On the mathematical foundations of theoretical statistics, *Transactions of the Royal Society of London, Series A*. **222**, 309-368.

[7] Gillies, D. (2000). *Philosophical Theories of Probability*. Routedge, London.

[8] Hald, A. (1990). *A History of Probability and Statistics, Before 1750*. John Wiley, New York.

[9] Hald, A. (2007). *A History of Parametric Statistical Inference from Bernoulli to Fisher, 1713-1935*. Springer, New York.

[10] Hacking, I. (1975). *The Emergence of Probability*. Cambidge Press, Cambridge.

[11] Keynes, J. M. (1921). *A Treatise on Probability*. McMillan.

[12] Kotz, S. and Johnson, N. L. (1997). *Leading Personalities in Statistical Sciences*. John Wiley, New York.

[13] Laplace, P. S. (1812), *Theory of Probability (Theorie Analytique des probabilities)*. Paris.

[14] Stigler, S. M. (1986). *The History of Statistics, The Measurement of Uncertainty before 1900*. Harvard University Press, USA.

[15] Todhunter, I. (1865). *A History on the Mathematical Theory of Probability from the Time of Pascal to that of Laplace*. Macmillan, London.