

روش‌شناسی علم از دیدگاه پوانکاره

علی صفدری وایقانی^۱

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۱۰/۱۱

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۱/۲۰

چکیده:

در این نوشتار نگاهی به دیدگاه آنری پوانکاره درباره روش‌شناسی علم برگرفته از کتاب علم و روش پرداخته و به نقش انتخاب حقایق در اکتشاف علم ریاضی می‌نگریم. نویسنده به بنیان‌های روش‌شناسی علم می‌پردازد و آینده ریاضیات و راستای گسترش علم ریاضی که از گذشته شروع و در حال ادامه است را به زیبایی تبیین کرده و خواننده را تحت تأثیر این تفکر عمیق قرار می‌دهد. باور نویسنده به ساختار اکتشاف قوانین ریاضی مبتنی بر حقایق به‌خوبی در این کتاب مشهود است. تفکر ژرف پوانکاره در مطالعه قوانین شانس و واقعیت‌های پنهان آن در ارتباط با حقایق هستی‌انکارناپذیر است. این نوشته کوتاه‌گزیده‌ای از محتوی بخش اول کتاب جهت آشنایی با آن را ارائه می‌نماید.

واژه‌های کلیدی: انتخاب حقیقت، آینده ریاضیات، علم ریاضی، شانس.

۱ مقدمه

از گذراندن موفق تحصیلات دانشگاهی در سال ۱۸۷۹ از رساله‌اش تحت راهنمایی شارل ارمیت^۲ با موضوعی در معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی از دانشگاه پاریس فارغ‌التحصیل گردید و همان سال در دانشگاه کن^۳ مشغول به تدریس شد [۵]. در سال ۱۸۸۱ به دانشکده علوم دانشگاه پاریس پیوست. سال ۱۸۸۷ اولین جایزه‌اش از پادشاه سوئد در خصوص حل مسئله‌ای از وایرستراس^۴ در مورد پایداری سیستم‌های خورشیدی را دریافت کرد. در سال ۱۸۸۷ به عضویت آکادمی علوم فرانسه درآمد و در ۱۹۰۶ با تحولی که سه کتاب منتشرشده از او در فلسفه و مسائل عمومی در علم ایجاد کرده به ریاست این آکادمی برگزیده شد [۸]. پوانکاره را ریاضیدانان ایرانی بیشتر با حدس پوانکاره که حدود ده سال پیش توسط گریگوری پرلمان ریاضیدان روس ثابت شد، می‌شناسند [۹]. با این حال او در تمام زمینه‌های ریاضیات و فیزیک زمان خود دانشمندی بی‌همتا بود. برخی او را در نظریه نسبیت مقدم بر انشتاین می‌دانند [۴، ۷]. تأثیر اندیشه‌های پوانکاره در نظریه احتمال و تبیین قوانین شانس در ارتباط با پدیده‌هایی که علت‌های بسیار کوچک و یا بسیار پیچیده که منجر به معلول‌های بسیار بزرگ و عظیم می‌شوند بر نظریه‌پردازان این حوزه مشهود است [۱].

اهل علم همگی اذعان دارند او برجسته‌ترین دانشمند در زمان خود

مطالعه کتاب "علم و روش" تألیف آنری پوانکاره [۲] را از مدت‌ها پیش در سر می‌گذراندم که اخیراً فرصت مطالعه آن برایم فراهم گردید. این کتاب به زبان فرانسوی در سال ۱۹۰۸ نگاشته و در سال ۱۹۱۴ توسط فرانسیس میتلند^۲ به زبان انگلیسی ترجمه و با پیشگفتاری از فیلسوف معروف برتراند راسل منتشرشده است. شوق مطالعه این کتاب و محتوی بسیار غنی مرا بر آن داشت که منابعی را نیز به همراه این کتاب برای درک عمیق آن مطالعه کنم و حال از خواندن همه آن‌ها بسیار خرسندم و البته فکر می‌کنم جای این کتاب در فهرست کتاب‌های ترجمه‌شده به زبان فارسی خالی است.

۱.۱ درباره نویسنده

آنری پوانکاره فیلسوف، ریاضیدان و فیزیکدان فرانسوی در سال ۱۸۵۴ میلادی در نانت فرانسه دیده به جهان گشود. پدرش لئون پوانکاره استاد پزشکی در دانشگاه نانت بود. ذکاوت او در نوجوانی از چشم آموزگاران پنهان نبود، به‌طوری‌که نقل شده است که معلم ریاضی‌اش به مادر وی گفته است که "آنری ریاضیدان بزرگی خواهد شد" [۳، ۵]. بعد

^۱گروه ریاضی، دانشگاه علامه طباطبائی (نویسنده مسئول: alisafdari87@gmail.com)

^۲Francis Maitland

^۳Charles Hermite

^۴University of Caen

^۵Weierstrass

حقیقت که منجر به کشف قوانین طبیعت گردد سؤال پیش روی فیزیکدانان مشابه ریاضیدانان است که در فصل اول این کتاب باظرافت کامل به آن پرداخته است. در این کتاب نویسنده ما را به تأمل در مورد دانشمندان هنگامی که مشغول کارند فرامی‌خواند و با مکانیسم روانشناسی اکتشاف و به‌ویژه اکتشاف ریاضیاتی آشنا می‌کند. در ادامه، خواننده را با سؤالاتی به تأمل در مفهوم شانس رهنمون ساخته و بحث درباره شانس و قوانین شانس را با مثال‌های عینی و شهودی به زیبایی توصیف می‌کند به‌طوری‌که خواننده را با دلایل و شواهد کافی با پدیده‌های شانس آشنا می‌کند تا بتواند قوانین حاکم بر آن را به‌درستی درک و تبیین نماید.

۲ انتخاب حقیقت

نویسنده این فصل را با بیان نظر تولستوی برگرفته در بخش‌هایی از نوشته‌هایش که توضیح می‌دهد "علم برای علم فهم نامعقولی است" شروع کرده است. به عقیده تولستوی چون آدمی قادر به شناخت همه حقیقت‌های جهان هستی نیست بایستی دست به انتخاب بزند و برای تحقق آن این سؤال‌ها را مطرح می‌کند که آیا صرفاً تمایلات کنجکاو بشر بر این انتخاب حاکم خواهد بود؟ آیا بهتر نیست که با نیازهای منطبق بر مطلوبیت، عملی و به‌ویژه با اخلاقیات راهنمایی شود؟ به عقیده نویسنده، اگر انتخاب مبتنی بر تمایلات و یا ضروریات آنی تعیین شود می‌تواند دیگر "علم به خاطر علم" نباشد و در نتیجه هیچ علمی نباشد. هیچ بحثی در این نیست که سلسله مراتبی از حقیقت وجود دارد و انتخاب هوشمندانه‌ای بایستی صورت پذیرد. درحالی‌که دانشمند یک حقیقت را کشف می‌کند ولی میلیون‌ها در هر اینچ مکعب از جسمش ایجاد می‌شود. "تلاش برای اینکه علم شامل طبیعت شود (علم طبیعت را در برگیرد) مشابه آن است که تلاش کنیم جزء شامل کل شود." بنابراین ضروری هست که فکر کرد برای آن‌هایی که تمایلی به فکر کردن ندارند و اگر تعداد این چنین افرادی زیاد باشد تفکر هر فردی می‌تواند در این فضای ایجادشده بسیار مفید باشد. به همین دلیل قاعده کلی هست که بیان می‌کند؛ بهترین باارزش‌ترین است. جالب‌توجه‌ترین حقیقت‌ها آن‌هایی هست که مکرراً استفاده می‌شوند و این رهیافتی است که بیان می‌کند که چطور انتخاب بایستی صورت پذیرد.

به نظر نویسنده، روشن است که در حقیقت‌های پیچیده شرایط متعددی به‌طور شانس‌ی کنار هم قرار می‌گیرند و تنها با شانس

بوده است و در دوره خود بیشتر از سایر عالمان و دانشمندان به تفکر در علوم پرداخته است. صرفاً به لحاظ تنوع موضوعاتی، یافته‌های او قابل تحسین است. از او به‌عنوان ریاضیدان و آخرین جامع‌العلوم [۶] یاد می‌شود که در تمام طول عمرش در زمینه‌های کاری‌اش بی‌نظیر و بی‌رقیب بود. به‌عنوان ریاضیدان و فیزیکدان نتایج تحقیقاتی از وی در ریاضیات محض و کاربردی، فیزیک ریاضی و مکانیک نجوم به یادگار مانده که در همه یافته‌ها تفکر بیکران با ذهن گسترده و بارور علمی ملموس است. لویی بشیلیه^۶ و دیمتری پومپیو^۷ از دانشجویان دکتری پوانکاره به ترتیب در سال‌های ۱۹۰۰ و ۱۹۰۵ بودند. کتاب علم و روش از مشهورترین تألیفات اوست که چهار سال قبل از وفات وی در سال ۱۹۰۸ انتشار یافت. کتاب "علم و روش" از دو کتاب یک مقدمه، یک پیشگفتار و یک مؤخره تشکیل شده است. کتاب اول: دانشمند و دانش، در چهارفصل با عناوین زیر تنظیم شده است: فصل اول: انتخاب حقایق، فصل دوم: آینده ریاضیات، فصل سوم: کشف ریاضیات، فصل چهارم: شانس. کتاب دوم: استدلال ریاضی در پنج فصل تنظیم شده است. هر یک از این کتاب‌ها به علت ماهیت موضوع آن نیازمند معرفی جداگانه است. در اینجا فقط کتاب اول را معرفی و مابقی را به مجالی دیگر واگذار می‌کنیم.

۲.۱ درباره کتاب

در همه نوشته‌های پوانکاره ویژگی‌های جامعیت، وضوح بی‌نظیر، درک عمیق توأم با مقایسه اثربخش قابل مشاهده است. نوشته‌های فلسفی وی در این کتاب نمونه خوبی برای آن‌هایی است که تفکر بیکران با ذهن گسترده و بارور در فرایندها و اصول موضوعه کشفیات علمی دارند. در پیشگفتار این کتاب برتراند راسل نقل می‌کند که "در فلسفه همیشه درست و صحیح بودن امکان‌پذیر نیست، اما دیدگاه پوانکاره درست یا غلط همیشه بیانگر ذهنی اصیل و توانمند است که کاملاً به ابزار بی‌نظیر علمی: سبک استادانه، طبع بی‌نظیر و علاقه ژرف به پیشرفت دانش مجهز شده است. به‌واسطه این چنین شایستگی‌هایی، این کتاب تا جایی که می‌دانم بهتر از سایر منابع، نیاز رو به رشد برای شرح عموماً قابل فهمی از نتایج فلسفی علم مدرن را مرتفع می‌کند."

در این کتاب، نتایج مطالعات متعددی که کم‌وبیش مستقیماً به روش‌شناسی علمی مربوط هست، جمع‌آوری شده است. بنا به اقتضای محدودیت زمانی دانشمند قادر به مشاهده بی‌شمار حقیقت جهان پیرامون نیست و بایستی دست به انتخاب بزند. چگونگی انتخاب

⁶Louis Bachelier

⁷Dimitrie Pompeiu

از پذیرش این تفکر که می‌تواند به‌درستی مفید باشد امتناع می‌کرد ولی این پیروی بی‌غرضانه با راستی زیبایی او نیز سازگار است و می‌تواند موجب پیشرفت بشریت شود.

۳ آینده ریاضیات

در این بخش نویسنده باظرافت و دقت به آینده و توسعه ریاضیات می‌پردازد و موافق ایده گسترش ریاضیات در هر جهت و اندازه‌ای نیست. یادآوری می‌کند که مغز دانشمند که فقط گوشه‌ای از گیتی است هرگز قادر نخواهد بود تا شامل همه گیتی شود. از این‌رو، فیزیکدان و تاریخدان از بی‌شمار حقایق که توسط طبیعت به او پیشنهاد می‌شود برخی را نگه‌داشته و سایرین را کنار می‌گذارد. "مشابه و سخت‌تر از آن برای ریاضیدان صادق است. ریاضیدان مشابه نمی‌تواند به همه حقایق بپردازد که به‌هم‌ریخته ارائه می‌شود. حتی بیش از این بایستی ذکر شود که تمایلات فکری ریاضیدان است که این حقایق را خلق می‌کند. او کسی است که عناصر را جمع‌آوری و یک ترکیب جدید را از بالا به پایین بنیان می‌نماید." به‌طورکلی، حقایق به‌صورت آماده توسط طبیعت برای ریاضیدان فراهم نمی‌شود. در صورتی که اگر ریاضیدانان فقط به مسائلی متمرکز شوند تا برخی از نیازهای علم فیزیک را برآورده کنند آنگاه از علم خودشان بی‌بهره بوده و مفهوم ریاضیاتی خلق نخواهد شد.

نویسنده برای ترسیم آینده ریاضیات در رابطه با حقایق هستی، ریاضیدانان را با فیزیکدانان مقایسه می‌کند. از دیدگاه وی، حقایق که فیزیکدانان به آن علاقه‌مندند، آن‌هایی است که منجر به کشف قوانین می‌شود؛ آن‌هایی که تناسبی با خیلی از حقایق دیگر داشته و به‌عنوان حقیقت منزوی برای ما پدیدار نمی‌شود. حقایق منزوی توجه فرد عامی را به‌اندازه دانشمند به خود جلب می‌کند؛ اما چیزی که دانشمند واقعی می‌تواند مشاهده کند، ارتباطی است که چندین حقیقت که تناسبی عمیق ولی پنهان دارد را به هم پیوند می‌دهد. برای فهم بهتر موضوع توجه ما را به حکایت مشهور نیوتن جلب می‌کند. با تأمل در این حکایت بایستی تصور کنیم که قبل از زمان نیوتن افراد زیادی افتادن سیب را مشاهده کرده‌اند اما هیچ‌کدام قادر به ترسیم نتیجه‌ای نبوده‌اند. به عبارتی، ذهن‌ها توانمندی انتخاب از میان آن‌هایی که چیز پنهانی در وایشان دارند را نداشته‌اند و تا هنگامی که تشخیص آن چیز پنهان ایجاد نشود؛ حقایق می‌تواند عقیم و بی‌حاصل باشد. ذهن‌هایی که می‌تواند در ورای حقیقت برهنه، روح حقیقت را نمایان کنند. در ریاضیات دقیقاً

غیرمحمتملی می‌توان مجدداً آن شرایط پیچیده را مهیا ساخت؛ اما سؤالاتی از این قبیل مطرح می‌نماید: آیا حقیقت‌های ساده وجود دارد؟ و اگر وجود دارد چطور می‌توانیم آن‌ها را شناسایی کنیم؟ چه کسی می‌تواند بگوید چیزی که به‌سادگی آن باور داریم در ورای پیچیدگی مخوفی پنهان نشده است؟ در جواب بیان می‌کند که تنها چیزی که می‌توانیم بگوییم این است که بایستی حقیقت‌هایی که ساده به نظر می‌رسند در مقابل آن‌هایی که بینش بی‌پروای ما عناصر نامشابه در آن شناسایی می‌کند را برگزینیم. در این صورت فقط دو حالت ممکن است؛ یا این سادگی واقعی است و یا این‌که عناصری شدیداً باهم مأنوس شده‌اند که تفکیک و تشخیص آن پذیرفتنی نیست.

در این بخش باظرافت تمام ویژگی‌های ساختاری حقایق ساده و پیچیده را توصیف کرده و به جنبه‌های متفاوت آن می‌پردازد. به نظر او دانشمندان تلاش می‌کنند تا حقایق ساده را در دو برهه بینهایت بزرگ و بینهایت کوچک به دست آورند. دیدگاه جامعه‌شناس، فیزیکدان، اخترشناس و ریاضیدان را در مورد شناسایی این حقایق با مثال‌های ملموسی وصف می‌کند.

وجه دیگری که در انتخاب حقایق در پاسخ به سؤال اساسی این بخش مطرح شده است، مطالعه طبیعت و ارتباط آن با زیبایی‌شناسی است. در نگاه پوانکاره، دانشمند طبیعت را مطالعه می‌کند؛ نه به این دلیل که انجام دادن آن مفید است، آن را مطالعه می‌کند زیرا از آن خشنود می‌شود. از آن خشنود می‌شود زیرا آن زیباست. اگر طبیعت زیبا نباشد، نمی‌تواند ارزش شناخت را داشته باشد و زندگی ارزش زندگی کردن نمی‌تواند داشته باشد. منظور از زیبایی نه آن زیبایی ظاهری و کیفی بلکه زیبایی مأنوس‌تری است که از هماهنگی ترتیب اجزایش مشتق می‌شود و هوش و فکر اصیل می‌تواند آن را به چنگ آورد. این زیبایی، زیبایی عقلانی است که دانشمند را به کارهای طولانی و دشوار می‌گمارد. بیم آن نیست که این تمایل و شیفتگی ناشناخته و غیرارادی دانشمند را از جستجوی واقعیت منحرف کند. رؤیای ایجاد جهانی هماهنگ و موزون موجب خشنودی است و با اولویت حقایق ساده و عظیم که زیبا هستند به جستجوی سیر عظیم ستارگان، در موشکافی با میکروسکوپ که کوچکی شگرف در عین عظمت آن و گشتن در دوره‌های زمین‌شناسی برای ردیابی گذشته که ما را به دلیل دور از دسترس بودنش به خود جلب می‌کند. "بنابراین می‌توانیم مشاهده کنیم که توجه به زیبایی به انتخاب یکسانی از توجه به مفید بودن منجر می‌شود. به‌طور مشابه اقتصاد اندیشه که به قول ماخ^۸ تمایل ثابت علم، یک منبع زیبایی به‌اندازه مزایای کاربردی آن است." از دیدگاه پوانکاره، علی‌رغم اینکه تولستوی

⁸Mach

ابتکاری و قریحه آزاد ریاضیدان با هر نوع از فرایندهای مکانیکی کفایت می‌کند.

به بیان نویسنده، ”به‌سختی ممکن است باور کنیم که اقتصاد اندیشه‌ای که ماخ عنوان کرد متأثر از انتخاب مناسب یک عبارت باشد. ریاضیات هنر نسبت دادن نام یکسانی به اشیا متفاوت است. کافی است که این اشیا اگرچه متفاوت در موضوع، شکل یکسانی داشته باشند، به‌طوری‌که به گفته عامیانه در قالب یکسانی جای گیرد.” زمانی که زبان به‌خوبی انتخاب شود، همه استدلال‌های ایجادشده برای یک شی یکسانی قابل‌تعمیم به بسیاری از اشیا جدید است به‌طوری‌که حتی نیاز به هیچ تغییری در عبارت‌ها نیست. عبارت‌های خوب انتخاب‌شده اغلب برای حذف استثنای ایجادشده توسط قوانینی که در واژه‌سازی پیشین تعیین‌شده کفایت می‌کند. کمیت‌های منفی، کمیت‌های موهومی، بینهایت رقم اعشاری از جمله این ابتکارات به شمار می‌آید.

برخی مواقع حقیقت برهنه جذابیت زیادی ندارد. آن به‌دفعات زیادی بدون افزودن خدمتی به علم ذکر می‌شود. صرفاً زمانی که افراد متفکر و با دقتی ارتباط بین آن‌ها را درک و استخراج نمایند، ارزش کسب خواهند کرد و توسط عبارت نمادگذاری می‌گردند. فیزیکدانان نیز دقیقاً در همین مسیر قدم برمی‌دارند. آن‌ها واژه انرژی را ابداع کردند و این عبارت به‌اندازه غیرقابل وصفی مفید بود؛ زیرا قوانینی را ایجاد کرد که منجر به حذف استثناها گردید. آن نام یکسانی به چیزهایی که در موضوع متفاوت ولی در شکل یکسان هستند نسبت می‌دهد.

به عقیده پوانکاره، این چیزی هست که جهت حرکت علم ریاضیات را تاکنون تعیین کرده و مطمئناً در آینده نیز ادامه خواهد یافت و ما قبلاً مشاهده کرده‌ایم و هم‌اکنون نیز شاهدیم که ریاضیات در این دو جهت مخالف در حال پیشرفت است. از یک سمت، علم ریاضی بایستی منعکس‌کننده خودش باشد و این بسیار مهم هست زیرا که انعکاس خودش انعکاس ذهن بشری هست که خالق آن می‌باشد. ویژگی آفریده‌های ریاضی حکایت از آن دارد که کمترین اقتباسی از بیرون داشته است. این دلیل مطلوبیت اندیشه‌های ریاضیاتی مشخصی از جمله آن‌هایی که در معرض مطالعه اصول موضوعه، هندسه‌های غیرمتداول، توابع با رفتار عجیب شده است. مضاف بر اینکه این اندیشه‌ها از مفاهیم بسیار معمولی و نتیجتاً از طبیعت و کاربردهای مسائل طبیعی نشأت می‌گیرند و مهم‌تر این‌که بیان می‌کند هنگامی که ذهن بشر از استبداد جهان بیرونی بیشتر و بیشتر رهایی یابد قابلیت انجام چه‌کارهایی را دارد؛ اما از سمت مخالف یعنی سمت طبیعت است که ریاضیدان بایستی نیروهای اصلی‌اش را جهت‌دهی کند و اینجاست که فیزیکدان و مهندس را ملاقات می‌کند.

چنین چیزی انجام می‌گیرد. از عناصر بسیاری که در دسترس ریاضیدان است میلیون‌ها ترکیب متفاوت قابل ایجاد می‌باشد؛ اما هر یک از این ترکیبات تا زمانی که منزوی هست مطلقاً بی‌ارزش خواهد بود. کاملاً متفاوت خواهد شد به محض اینکه این ترکیب در گروهی از ترکیبات مشابه نیز واقع شود و این تناسب توسط ریاضیدان شناسایی گردد. پس دیگر نه در حضور یک حقیقت بلکه یک قاعده هستیم؛ بنابراین کشف واقعی نه توسط فردی که با شکیبایی این‌چنین ترکیب‌هایی بنیان نهاده بلکه متعلق به فردی هست که این روابط را ظاهر و به وجود آورده است. اولی فقط حقیقت برهنه را مشاهده کرده است و دومی به‌تنهایی روح حقیقت را نمایان ساخته است. به عقیده نویسنده، اغلب برای ابداع یک واژه جدید کافی است که یک رابطه این‌چنین ظاهر و ایجاد کرد و بیان می‌کند که پیشینه علم نمونه‌های آشنایی برای همه ما مهیا کرده است.

اهمیت یک حقیقت توسط نتایجی که از آن حاصل می‌گردد، سنجیده می‌شود و آن بر اساس توانایی در صرفه‌جویی مقدار تفکر است. در فیزیک حقایقی که بازده زیادی دارند آن‌هایی هستند که جایگاهشان در قوانین بسیار کلی قرار گرفته است زیرا که ما را قادر می‌سازد تا تعداد بسیار زیادی از چیزهای دیگر را پیش‌بینی کنیم و این فرایند دقیقاً با ریاضیات یکسان است. اگر نتیجه جدیدی ارزشمند است؛ بایستی عناصری که قبلاً شناخته‌شده‌اند ولی تاکنون پراکنده و ظاهراً از همدیگر بیگانه باشند را مرتبط کند و جایی که ظاهر نامرتبی در آن حکم‌فرماست ناگهان ترتیبی در آن تعریف می‌شود؛ بنابراین ما را قادر می‌سازد تا با یک نگاه اجمالی مشاهده کنیم که هر یک از این عناصر در جایگاه خود از کل مجموعه قرار دارد. نه تنها هر حقیقت با ارزش و جدید در نوع خودش ارزشمند است بلکه به‌تنهایی به حقایق سابق که با آن‌ها مرتبط شده است ارزش می‌دهد.

ریاضیدانان اهمیت زیادی به ظرافت روش‌ها و نتایجشان قائل هستند؛ و از دیدگاه پوانکاره، تناسب در بخش‌های متفاوت، تقارن‌ها و سازگاری خوب در اثبات است که احساس ظرافت را منتقل می‌نماید. در یک کلمه، مواردی که موجب ترتیب، مواردی که موجب یکپارچگی که قادر می‌سازد تا درک واضحی از کل به‌خوبی جز به دست آید و در حقیقت با یک نگاه اجمالی کل مجموعه را با وضوح بیشتری ببینیم و بهتر شباهت‌هایش را با سایر اشیا نزدیک به آن درک کنیم و نتیجتاً شانس بیشتری در حدس امکان توسعه و گسترش آن داشته باشیم. ”ظرافت نتیجه احساس شگفتی است که توسط وقوع با یکدیگر و غیرمنظره‌اشیایی ایجادشده که نه برحسب عادت باهمدیگر مرتبط گشته‌اند.” به نظر نویسنده، این موارد برای بیان میزان بیهودگی در جایگزینی ذوق

بنابراین قادر می‌سازد تا با مراجعه دائمی به ذهنمان مسیر را در فضایی که خیلی برایمان گسترده است بیابیم. اگرچه شکی نیست که تنها یک تصویر ناکامل از آن مسیر است، اما حداقل یک تصویر می‌تواند باشد.

۱۰۳ کانتوریسم و اصول موضوعه

نویسنده نیاز دائمی به رجوع به اصول اولیه علم و مزایای این فرایند برای مطالعه ذهن بشر را تأکید می‌کند. از دیدگاه او، این نیاز به دو کوششی که جایگاه بزرگی در مطالعه تاریخ اخیر ریاضیات دارد حیات بخشیده است. اولی کانتوریسم است و خدمتی که به علم ارائه کرده بر هیچ‌کسی پوشیده نیست. کانتور به علم روش جدیدی برای در نظر گرفتن ریاضیات نامتناهی معرفی کرد. از ویژگی‌های مشخصه کانتوریسم آن است که به جای این‌که ساختارهای پیچیده و پیچیده‌تر در کلیات و تعریف ساختارها را بنیان نماید تنها با تعریف عبارت سوپریم^۹ شروع کرد. به همین جهت خوفی در ذهن افراد خاصی همانند هرمیت^{۱۰} که تصور مطلوبش مقایسه ریاضیات با علوم طبیعی بود القا کرد. این شروع شیوه‌ای بود که در آن هر فردی می‌تواند از روش منحصر به فرد خودش به مسائل بی‌اندیشد. ”من به سهم خودم فکر می‌کنم و در این فکر کردن تنها نیستم که چیزهای مهم هرگز معرفی هیتی مستقلی نیست که کاملاً قابل تعریف با چند کلمه متناهی باشد.”

علاوه بر تلاش شگرف ذکر شده در کانتوریسم، دیدگاه دیگر کوششی است که در ورای شمارش اصل‌ها و اصول موضوعه‌ای پنهان شده است که بنیان‌های نظری ریاضیاتی متفاوتی را شکل می‌دهد و در این راستا هیلبرت نتایج بسیار ارزشمندی به یادگار گذاشته است. در ابتدا این چنین به نظر می‌رسد که نوآوری‌ها تکمیل شده‌اند و نمی‌تواند افزوده شود. این حوزه بایستی اکید محدود شده و چیز زیادی برای انجام دادن وجود نداشته باشد؛ اما هنگامی که همه موارد شمارش شود سبک‌های زیادی در طبقه‌بندی آن‌ها ایجاد خواهد شد.

۴ اکتشاف ریاضیاتی

”اکتشاف ریاضیاتی فرایندی است که به نظر می‌رسد در آن ذهن بشر کمترین دریافت را از جهان خارج دارد که در آن با خودش بر روی خود عمل می‌کند و یا این چنین به نظر می‌رسد.” پوانکاره به روانشناسی ذهن ریاضیدانان می‌پردازد و ویژگی‌های الزامی ذهن برای اکتشاف ریاضیاتی را با ماهیت برهانی ریاضیاتی توصیف می‌کند. روندی که

دیدگاه نویسنده در تمامیت و یکپارچگی علم جالب توجه است. به عقیده او، به تناسبی که علم توسعه می‌یابد تفسیر تمامیت آن سخت‌تر می‌شود. پس کوششی برای افراز به بخش‌های کوچک‌تر انجام می‌گیرد تا هر یک از آن بخش‌های برآورده شود و به عبارتی تخصصی گردد. حرکت بسیار زیاد در این جهت می‌تواند مانع جدی در پیشرفت علم تشکیل دهد. بنا به این تفکر که در بخش قبل ذکر گردید؛ وقوع هم‌زمانی غیرمنتظره میان اجزای متفاوت است که می‌تواند پیشرفت را بسازد. تخصصی شدن بسیار زیاد می‌تواند مانع چنین وقوع هم‌زمانی گردد. در صورتی که در تعامل با تفکرات دانشمندان حوزه‌های متفاوت از طریق شرکت در همایش‌ها و کنفرانس‌ها قرار بگیریم تا حدی قادر خواهیم شد تا با بهترین شیوه با این‌گونه خطرات مقابله نماییم.

باذوق شگرفی به جزئیاتی در مسیرهای پیشرفت علوم متفاوت و معینی از جمله جبر، علم حساب، هندسه پرداخته شده است. در گذشته، پیشرفت‌های قابل توجه علم ریاضی زمانی به وقوع پیوسته است که این علوم باهم ترکیب شده و از نتایج همدیگر استفاده کرده‌اند. نویسنده ما را به توجه به تشابه طبیعی هم‌زمانی در پیشرفت‌های آتی آن‌ها دعوت می‌نماید.

دیدگاهی که پوانکاره درباره علم هندسه دارد، توجهم را به خود جلب کرد و از بین موارد مذکور در علوم مرتبط ریاضی آن را برای توصیف در این مقاله انتخاب کردم. او می‌گوید ”به نظر می‌رسد که هندسه نمی‌تواند چیزهای که متعاقباً جبر و آنالیز شامل آن نبودند را شامل شود و حقایق هندسی چیزی نیست جز حقایق جبر و آنالیزی که به زبان دیگری بیان شده است. پس بایستی توجه شود که در هندسه علاوه بر مروری که انجام گرفته است هیچ چیز خاصی برای گفتن نیست؛ اما این کلمه واماندگی از شناخت اهمیت زیاد یک زبان خوش ساختار را نتیجه می‌دهد.”

به نظر نویسنده یکی از مزایای عالی هندسه دقیقاً در این حقیقت نهفته است؛ درکی که می‌تواند به کمک هوش و خرد بیاید و کمکی برای شناسایی مسیری که بایستی در آن قرار گرفته شود. ذهن و فکرهای متعددی ترجیح می‌دهند که مسائل آنالیزی را به شکل هندسی آن‌ها تقلیل دهند. هندسه در وهله اول زبان بسیار مناسبی را برای ما ایجاد می‌کند تا عبارت‌های معمولی که در زبان آنالیزی بسیار پیچیده هستند توسط عبارت کوتاه و فشرده‌ای بیان کنیم. علاوه بر این، این زبان ما را قادر می‌سازد نام یکسانی را به چیزهای مشابه نسبت دهیم و شباهت‌هایی را توصیف کنیم که اجازه فراموش کردن آن‌ها را نداریم؛

⁹Genus supremum

¹⁰Hermite

شناخته شده ولی به باور اشتباه نامرتبط باهمدیگر بودند را آشکار می‌کند. در میان این ترکیبات آن‌هایی که بیشترین ثمر را دارند بایستی انتخاب شوند. این انتخاب اغلب شامل آن‌هایی می‌شود که از عناصری با دامنه مجزای گسترده‌ای تشکیل شده‌اند. منظور این نیست که برای اکتشاف کافی است که اشیایی تا حد امکان متجانس را گردهم آوریم. تعداد بیشتری از ترکیبات تشکیل شده کاملاً بی‌فایده می‌باشند اما تعدادی در میان آن‌ها اگرچه بسیار نادر از همه مفیدتر هستند.

به باور پوانکاره، فردی که یک‌باره در تصادم با ظهور آنی روشنایی قرار می‌گیرد؛ دلالت آشکاری از دوره طولانی از کار ناخود آگاهانه پیشین وی دارد. نقشی که این کار ناخود آگاهانه در اکتشاف ریاضیات بازی می‌کند غیرقابل بحث به نظر می‌رسد. زمانی که فردی روی یک مسئله دشوار کار می‌کند، چیزی در ابتدای شروع به کار انجام نداده است. سپس کم‌وبیش استراحتی می‌کند و مجدداً پشت میز کارش می‌نشیند. در طول نیم ساعت اول هنوز کاری به انجام نرسانده است ولی به یک‌باره ایده قاطعی در ذهنش نمایان می‌شود. بایستی بگوییم که کار آگاهانه (زمان نیم‌ساعته که به مسئله فکر می‌کرده و عملاً کاری انجام نشده بود) بسیار مؤثر بوده است. اگرچه آن به صورت ممتد نبوده و استراحت موجب احیای نیرو و تازگی ذهنش گردید اما آن خیلی محتمل است که هنگام استراحت مشغول کار ناخود آگاهانه بود. به‌طور مستقل از آن کار آگاهانه که حداکثر فقط فرایند شروع بوده، استراحت به‌مثابه تلنگری بود که موجب برانگیخته شدن آن‌ها به فرم آگاهانه گردید.

البته یادآوری می‌شود که امکان مفید بودن و شرایط وقوع این کار ناخود آگاهانه بایستی همراه با یک دوره از کار آگاهانه باشد که به صورت مرحله مقدماتی صورت می‌پذیرد. این الهام‌های ناگهانی هرگز ایجاد نمی‌شود مگر بعد از چند روز کوشش ارادی که به‌ظاهر مطلقاً بی‌ثمر جلوه می‌کند و با یک نظر هیچ‌چیزی انجام نگرفته و حتی به نظر می‌رسد که کاملاً در مسیر اشتباهی هستند. به‌هرحال این تلاش‌ها به‌اندازه یک نظر بی‌حاصل نبوده است؛ آن‌ها ماشین ناخود آگاه را به حرکت درمی‌آورند و بدون آن‌ها در کل ماشین به حرکت درنیامده و چیزی نمی‌تواند ایجاد کند.

نتایج همه موارد پیشین بیانگر آن است که ضمیر ناخود آگاه که ضمیر نیمه ناخود آگاهانه نیز نامیده می‌شود نقش بسیار مهمی در اکتشاف ریاضیاتی ایفا می‌کند. حال مشاهده می‌کنیم که کار ریاضیاتی یک کار ساده مکانیکی نیست و آن را نمی‌توان به هیچ ماشینی با قابلیت انجام با بالاترین درجه کمال واگذار کرد. کار ریاضیاتی صرفاً مسئله به کار بردن قواعد معین و یا ساخت حداکثری از ترکیبات ممکن بر اساس قوانین ثابت نیست. این چنین ترکیبات ایجاد شده بسیار زیاد، بی‌فایده

منجر به کشف ریاضیاتی می‌شود آن‌چنان شفاف و صریح بیان شده که خواننده را به عمق موضوع هدایت می‌کند.

یک ریاضیدان اغلب بایستی از قاعده‌ها استفاده کند و به‌طور طبیعی با استدلال از قواعد شروع نماید. هنگامی که استدلال در ذهن او کاملاً تازه است به‌طور کامل و بی‌نقص مقصود و مفهوم آن را درک می‌کند و آن در خطر دگرگونی و تغییر نیست. ولی بعد از این‌که آن را به خاطرش بسپارد تنها در یک مکانسیم مکانیکی آن را به کار می‌برد و در صورتی که حافظه‌اش یاری نکند آن را به‌طور اشتباه به کار خواهد برد. با این دیدگاه، قابلیت بخصوص ریاضی دلیلی جز حافظه بسیار مطمئن و یا قدرت شگرف دقت و توجه نمی‌تواند باشد. از طرفی می‌توانیم درک کنیم که این احساس یعنی بینش ترتیب ریاضیاتی که ما را قادر به حدس هماهنگی (هارمونی) پنهان و رابطه‌ها می‌سازد به هرکسی متعلق نیست.

افرادی که این ظرافت احساس که توصیف آن پیچیده است و حافظه توانمند و توجه بیش از معمول را ندارند، مطلقاً ناتوان از درک حتی اولین مراحل ریاضیات پیشرفته هستند. این موضوع برای اکثر افراد صادق است. افراد دیگری که تنها این احساس را اندکی دارند در مقابل حافظه استثنایی و ظرفیت توجه شگرفی به آن‌ها هدیه داده شده است، جزییات را یکی پس از دیگری با روح دل یاد می‌گیرند. آن‌ها ریاضیات را می‌فهمند و معمولاً آن را به کار می‌برند ولی شرایط خلق آن را ندارند. نهایتاً، افراد دیگری که احساس مذکور را در حد کم‌وبیش در سطح بالایی رشد یافته دارند؛ آن‌ها نه تنها ریاضیات را درک می‌کنند در عین حال اگرچه حافظه‌شان فوق‌العاده نباشد می‌توانند بیافرینند و در جستجوی انجام اکتشافی با شانس موفقیت کم‌وبیش متناسب با مقیاس رشد یافتگی آن احساسشان هستند.

”اکتشاف ریاضیاتی در حقیقت چیست؟ آن شامل ایجاد ترکیبات جدید با هویت‌های مستقل ریاضیاتی که از قبل می‌دانستیم نمی‌شود؛ این کار توسط هرکسی قابل انجام است. تعداد نامتناهی ترکیب این‌چنینی قابل ساخت است و بخش بزرگی از آن‌ها کاملاً تهی از جذابیت هستند. اکتشاف دقیقاً نه تنها شامل ایجاد ترکیبات بی‌فایده نمی‌شود بلکه ایجاد ساختارهای سودمندی که در اقلیت بینهایت کوچک هستند را شامل می‌شود. اکتشاف تشخیص و انتخاب است.”

نویسنده یادآوری و تأکید می‌کند؛ حقایق ریاضیاتی که ارزش مطالعه دارند آن‌هایی هستند که شباهتشان با سایر حقایق ما را در هدایت به سمت دانش قوانین ریاضیاتی توانمند می‌سازد. مشابه روشی که در آن حقایق تجربی با دانش قوانین فیزیک هدایت می‌شود. این حقایق آن‌هایی هستند که روابط مسلم بین حقایق دیگری که از مدت‌ها قبل

در لحظه شروع را بدانیم، می‌توانیم دقیقاً وضعیت عمومی یکسانی در لحظات بعدی را پیش‌بینی کنیم؛ اما حتی اگر در موردی که قوانین طبیعت هیچ ابهامی برای ما نداشته باشند، فقط می‌توانیم شرایط اولیه را به‌طور تقریبی بدانیم. اگر این فرایند قادر سازد که شرایط بعدی را با همان تقریب پیش‌بینی کنیم آن‌همه‌چیزی هست که نیازش داریم و بایستی بگوییم که آن پدیده قابل پیش‌بینی هست و از قوانین حاکم بر آن پیروی می‌کند؛ اما همیشه این چنین نیست. در مواردی با حقیقتی مواجهیم که اندکی تغییر در شرایط اولیه تغییرات زیادی را در نتایج نهایی ایجاد می‌کند. خطای کوچکی در مراحل پیشین موجب خطای بسیار زیادی در مراحل بعدی می‌شود و پیش‌بینی را غیرممکن می‌نماید. در این صورت با پدیده جبری مواجهیم.

به عقیده پوانکاره، مطالعه قوانین شانس مربوط به پدیده‌هایی است که علت‌های بسیار کوچک و یا بسیار پیچیده منجر به معلول‌های بسیار بزرگ و عظیم می‌شوند. البته دیدگاه دیگری نیز مطرح می‌نماید که به نظر نویسنده اندکی کم‌اهمیت‌تر از مورد قبلی است. به حقایقی اشاره می‌کند که وقوع آن با چشم‌اندازی از شرایط محیط که با نگاه اولیه به نظر می‌رسد کاملاً از حقیقت مورد انتظار بیگانه است، به‌طوری‌که هرگز رؤیای نسبت دادن تأثیری که علیرغم مغایرت با همه موارد مورد انتظار است و در ذهن نمی‌توان پروراند، ظاهر شده و نقش مهمی را ایفا می‌کند. در ادامه برای مطالعه دقیق شانس تعاریف بسیار دقیقی از مقیاس‌های بسیار کوچک و بسیار پیچیده ارائه می‌شود. به عقیده نویسنده زمانی که تغییرات کوچک در علت‌ها تغییرات بزرگی را در معلول‌ها ایجاد می‌کند، توزیع معلول‌ها بر اساس قوانین شانس است و برای شفافیت این مفهوم مصداق‌هایی از علوم متفاوت از جمله فیزیک و تاریخ بیان کرده و نمونه‌هایی که احتمالاً موجب فهم نادرست آن می‌شود را تفسیر می‌کند.

در مصداق با علم تاریخ، تاریخدانان مجبور هستند از وقایع دوره مورد مطالعه‌شان انتخاب نمایند و تنها مواردی را ثبت می‌کنند که در نظرشان از اهمیت بیشتری برخوردار هستند. پس برای مثال خودش را در رابطه با قابل ملاحظه‌ترین وقایع قرن شانزدهم و مشابه با حقایق قابل توجه قرن هفدهم محاط می‌کند. اگر پیشینه برای توضیح وقایع اخیر کافی هستند می‌گوییم که این روزگار اخیر با قوانین تاریخ مطابقت دارد؛ اما اگر یک واقعه بزرگ در قرن هفدهم به سبب علتی باشد که مرتبط با حقیقتی از قرن شانزدهم که هیچ تاریخدانی آن را گزارش نکرده باشد و همه آن را نادیده گرفته باشند؛ می‌گوییم که این واقعه به دلیل شانس است و بنابراین این کلمه حس یکسانی به مشابه موارد مطرح در علوم فیزیکی دارد. این بدین معنی هست که علت‌های کوچک

و دست و پاگیر می‌باشد. کار حقیقی اکتشاف، شامل انتخاب از میان ترکیباتی است با دیدگاه حذف آن‌هایی که بی‌فایده هستند و یا به‌زحمت ساختشان نمی‌ارزد. قواعدی که بایستی دانشمند را به این انتخاب هدایت کند تا حد زیادی ماهرانه و ظریف هستند و به لحاظ عملی شرح آن‌ها با زبان صریح و مختصر ممکن نیست. آن‌ها بایستی به‌جای فرموله کردن احساس شوند.

۵ شانس

نویسنده در این بخش به مفهوم شانس می‌پردازد و توجیه شانس مبتنی بر نا آگاهی بشر بر پدیده‌های متناظر آن را غیرقابل قبول و متناقض می‌شمارد. از دیدگاه وی اگرچه دیرینان بین پدیده‌هایی که از قوانین موزون پیروی می‌کنند که حاکم بر همه آن‌ها هستند و آن پدیده‌هایی که به شانس نسبت داده می‌شدند یعنی آن‌هایی که قابل پیش‌بینی به دلیل اینکه در چهارچوب هیچ قانونی قرار نمی‌گیرند تمایز قائل بودند. با این دیدگاه، در هر حوزه‌ای قوانین دقیق هر چیزی را تصمیم‌گیری نمی‌کند بلکه آن‌ها حدودی را که شانس در آن اجازه پیشروی دارد را تعیین می‌کند. در این مفهوم، واژه شانس معنی عینی دقیقی دارد، چیزی که بنام شانس برای یک فردی هست برای دیگران و حتی برای خدا (یان) نیز شانس است. پوانکاره با واداشتن خواننده به تفکر عمیق در این مفهوم و ارائه شواهد تجربی و تاریخی بیان می‌دارد که چنین برداشتی از مفهوم شانس متقاعدکننده نیست. در ادامه نتیجه می‌گیرد که بنابراین شانس بایستی چیزی بیش از نامی باشد که به نا آگاهی‌مان نسبت می‌دهیم.

در میان پدیده‌هایی که از علت آن‌ها نا آگاهی، بین پدیده‌های جبری که محاسبات احتمالی اطلاعات مشروطی در اختیار ما قرار می‌دهد و آن‌هایی که جبری نیستند و درباره آن‌ها نمی‌توانیم چیزی بگوییم صرفاً به خاطر اینکه هنوز قوانین حاکم بر آن‌ها شناسایی نشده‌اند، بایستی تمایزی قائل شویم. به جهت دستیابی به بهترین تعریف از شانس تعدادی از حقایقی که به پدیده جبری موسوم‌اند و محاسبات آماری در آن‌ها قابل کاربرد هستند را تفسیر کرده و سپس می‌کوشد تا مشخصه‌های مشترک آن‌ها را توصیف نماید.

نویسنده با ارائه مثال‌های صریح و ساده فیزیکی به تأمل در رخداد پدیده‌های جبری و قابل پیش‌بینی می‌پردازد. او بیان می‌کند که دلایل بسیار کوچکی که از نظر ناپدید و محو می‌شوند تأثیر قابل توجهی را ایجاد می‌کنند که از دیدن آن‌ها ناتوانیم و سپس می‌گوییم که رخداد آن اتفاق به دلیل شانس است. اگر دقیقاً قوانین طبیعت و وضعیت عمومی

و آن نسبی بودن نسبت به این و یا آن فرد نیست، بلکه نسبت به حالت واقعی جهان هستی است. مفهوم آن زمانی تغییر خواهد کرد که جهان هستی بیشتر یکنواخت شود و همه چیز به همان ترتیب پیچیده‌تر گردد؛ اما شکی نیست که بشر قادر به زیستن طولانی نخواهد بود و بایستی به شکل موجود دیگری بسیار کوچک‌تر و یا بزرگ‌تر تغییر یابد؛ بنابراین مقیاسمان برای همه بشر صحیح مانده و مفهوم عینی آن را حفظ می‌نماید.

تشکر و قدردانی

در خاتمه از آقای دکتر محمد جلوداری ممقانی که سهم بسزایی در نگارش و تدوین این مقاله داشتند تشکر و قدردانی می‌نمایم. ویرایش علمی، نگرش استادانه و حمایت معنوی ایشان در ساختار این مقاله مشهود است.

معلول‌های بسیار بزرگ ایجاد کرده‌اند. نویسنده در رابطه با مقیاس کوچک و پیچیده در علت‌های بیان‌شده یادآوری و تأکید می‌کند که از عصر اولیه، علت‌های پیچیده‌ای وجود دارند که هرگز کارکرد و فعالیت در یک جهت را متوقف نمی‌کند و موجب می‌شوند جهان به‌طور مداوم به سمت یکنواختی بدون امکان هیچ برگشتی متمایل شود. این علت‌هایی هستند که به تدریج تصویرها را هموار و فرورفتگی‌های عمیق را پر می‌کنند و این دلیلی هست که منحنی‌های احتمالاتی‌مان به‌غیر از نوسانات ملایم را نمایش نمی‌دهند. در طول میلیون‌ها قرن در گام دیگری به سمت یکنواختی پیش رفته‌ایم و نوسانات هنوز هم با آن روند ده برابر ملایم‌تر خواهند شد. شعاع میانگین انحنای منحنی‌هایمان ده برابر زیاده‌تر خواهد گردید و بنابراین مقیاس طولی که برای ما امروزه بسیار کوچک به نظر نمی‌رسد به آن دلیل است که قوس این چنین طول‌هایی که به‌عنوان خطوط راست در نظر گرفته نمی‌شود در آن دوره زمانی به‌درستی به‌عنوان خیلی کوچک ارزیابی خواهند شد. پس کلمه بسیار کوچک نسبی باقی خواهد ماند.

مراجع

- [۱] زهرا آخوندی، رضا افهمی، (۱۳۹۷). تأثیر اندیشه‌های پوانکاره بر ریشه‌های تصادف و شانس در آثار مارسل دوشان و جان کیچ. *کیمیای هنر*، ۸۴-۱۰۳.
- [2] Poincare, H. (1914). *Science and method*, translated by Francis Maitland, T. Nelson London.
- [3] Bellivier, A. (1956). *Henri Poincaré ou la Vocation Souveraine*, Paris, Gallimard.
- [4] Folina, J. (2014) Poincaré and the Invention of Convention. *Poincare, philosopher of science: Problems and perspectives*, 25-45.
- [5] Heinzmann, G., and Stump, D. (2017). Henri Poincaré, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*.
- [6] Ginoux, J.M., and Gerini, C. (2013). *Henri Poincaré: A Biography Through the Daily Papers*, World Scientific, 61-3.
- [7] Goldberg, S. (1970). Poincaré's Silence and Einstein's Relativity: the role of theory and experiment in Poincaré's physics. *The British Journal for the History of Science*, **5**(1), 73-84.
- [8] Mazliak, L. (2014). Poincaré's Odds, In Duplantier, B.; Rivasseau, V. (eds.). *Poincaré 1912-2012: Poincaré Seminar 2012, Progress in Mathematical Physics*, Springer.
- [9] Milnor, J. (2003). Towards the Poincaré conjecture and the classification of 3-manifolds. *Notices AMS*, **50**(248), 1226-1233.

Methodology of science from the point of view of Poincaré

Ali Safdari-Vaighani¹

Abstract:

In this paper, we take a look at Henri Poincaré's view on the methodology of mathematics, taken from the book *Science and Method*, and look at the role of choosing facts in the discovery of mathematics. The author deals with the foundations of the methodology of science and beautifully explains the future of mathematics and the direction of the development of mathematics, which started from the past and is continuing, and impresses the reader with this deep thinking. The author's belief in the framework of discovery of mathematical rules based on facts is well evident in this book. Poincaré's profound thinking in studying the laws of chance and its hidden realities in relation to the facts of existence is undeniable. This short article presents a selection of the content of the first part of the book to get familiar with it.

Keywords: Choice of truth, future of mathematics, mathematical science, chance.

¹Department of Mathematics, Allameh Tabataba'i University