

## مدل‌سازی سه متغیره مشخصه‌های خشک‌سالی شهر زاهدان با استفاده از مفصل واین

سمیه حوتی‌زاده<sup>۱</sup>، حبیب نادری<sup>۲</sup>، سید مرتضی محمدی<sup>۳</sup>

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۰۹/۲۵

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۱۱/۲۵

### چکیده:

خشک‌سالی از مفاهیم بسیار مهم در حوزه هیدرولوژی هستند که در سال‌های اخیر اهمیت بیشتری پیدا کرده است و نتایج حاصل از مدل‌سازی و تحلیل آن برای ارزیابی و مدیریت ریسک اهمیت دارد. این پژوهش، به بررسی خشک‌سالی در شهر زاهدان طی دوره آماری ۱۹۵۱ تا ۲۰۱۷ با استفاده از شاخص بارش استاندارد شده می‌پردازد و روش‌های مدل‌بندی داده‌های چندمتغیره با استفاده از توابع مفصل واین را توضیح می‌دهد. مدل‌های مختلف با استفاده از معیارهای نیکویی برازش مقایسه می‌شوند و بهترین مدل انتخاب می‌گردد. همچنین، دوره‌های بازگشت توأم محاسبه و تحلیل می‌شوند.

واژه‌های کلیدی: تابع مفصل واین، نیکویی برازش، توزیع حاشیه‌ای، توزیع توأم.

### ۱ مقدمه

اقتصادی و مصرفی جامعه است [۱۳].

در سال‌های اخیر، مدل‌سازی سه متغیره خشک‌سالی با استفاده از توابع مفصل مورد توجه قرار گرفته است. به‌عنوان مثال، هوی-مین و همکاران [۲۲] از مفصل سه متغیره برای تحلیل خشک‌سالی در شبه‌جزیره مالزی استفاده کردند و نشان دادند که این روش می‌تواند وابستگی بین شدت، مدت و طول دوره خشک‌سالی را به‌طور مؤثر مدل‌سازی کند. همچنین، هو همکاران [۲۱] از یک روش سه‌بعدی مبتنی بر مفصل برای تحلیل خطر خشک‌سالی در استان جیلین چین استفاده کردند و نتایج نشان داد که این روش می‌تواند برای پیش‌بینی دوره‌های بازگشت خشک‌سالی مفید باشد.

به‌منظور پایش و کمی‌سازی این پدیده، از نمایه‌هایی که توسط هواشناسان و متخصصان هیدرولوژی ارائه شده‌اند استفاده می‌شود. هدف یک نمایه، تعیین ساده و کمی سه ویژگی یعنی شدت، سختی (نسبت شدت-مدت)، تداوم و گستردگی مکانی خشک‌سالی است. شاخص‌های خشک‌سالی یکی از مهم‌ترین بخش‌های سیستم پایش خشک‌سالی و عامل تعیین‌کننده در وضعیت خشک‌سالی و همچنین ابزاری مناسب برای مدیریت خشک‌سالی هستند [۵]. برخی از معروف‌ترین نمایه‌های مورد استفاده عبارت‌اند از: شاخص بارش

خشکی، مشخصه همیشگی اقلیم است و محدود به مناطقی با بارش کم می‌شود؛ اما خشک‌سالی، یک نابهنجاری موقت محسوب می‌شود که تقریباً در تمامی نواحی اقلیمی از مناطق بسیار مناطق بسیار کم باران تا پرباران اتفاق می‌افتد. متغیرهای متفاوت هواشناسی و عوامل اجتماعی-اقتصادی گوناگون، بعلاوه طبیعت تصادفی تقاضای آب در مناطق مختلف دنیا، موانعی بزرگی برای ارائه تعریفی دقیق از این رویداد برای بررسی آن، به حساب می‌آید. اما به‌طور کلی خشک‌سالی کمبود آب در یک دوره زمانی پیوسته در مقایسه با شرایط نرمال تعریف شده است به‌طوری‌که برای چندین هفته، ماه و حتی سال استمرار یابد و از نظر مقیاس مکانی، منطقه بزرگی را تحت تأثیر قرار می‌دهد.

خشک‌سالی‌ها در چهار دسته تقسیم‌بندی می‌شود: خشک‌سالی هواشناسی شامل دوره‌هایی با بارش کمتر از نرمال، خشک‌سالی کشاورزی مشتمل بر دوره‌های زمانی که رطوبت خاک جوابگوی رشد گیاه نباشد، خشک‌سالی هیدرولوژیکی شامل دوره‌هایی با جریان کمتر از نرمال به‌طوری‌که این امر منجر به کاهش مخازن آبی شود و خشک‌سالی اقتصادی-اجتماعی که ناشی از اثر کم شدن مخازن آبی بر فعالیت‌های

<sup>۱</sup> گروه آمار، دانشکده ریاضی، آمار و کامپیوتر، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران.

<sup>۲</sup> گروه آمار، دانشکده ریاضی، آمار و کامپیوتر، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران. (نویسنده مسئول: h.h.naderi@gmail.com)

<sup>۳</sup> گروه آمار، دانشکده علوم، دانشگاه زابل، زابل، ایران.

نسبتاً یک پدیده جدید است و کاربردهای آن در حوزه هیدرولوژی برای مدل‌بندی داده‌های بارش به‌کاربرده شده است.

برای منطقه موردبررسی، با استفاده از نمایه SPI، دهک‌ها و درصد نرمال از بارش، استان سیستان و بلوچستان پهنه‌بندی شده است [۷]. نساجی زواره و صانعی [۳] جهت پایش و درجه‌بندی شدت خشک‌سالی در مقیاس‌های زمانی ۳، ۶، ۱۲، ۲۴ و ۴۸ ماهه در ایستگاه زابل از شاخص SPI استفاده کردند. رضیئی و همکاران [۲] نیز به بررسی خشک‌سالی در استان سیستان و بلوچستان پرداختند. پودینه و همکاران [۱] در پژوهش خشک‌سالی ایستگاه زاهدان را با استفاده از نمایه‌های SPI، CZI و ZSI برای دوره ۲۰۱۲-۱۹۹۵ برآورد کردند. نتایج نشان داد که هر چه بازه زمانی افزایش می‌یابد هماهنگی سه شاخص جهت پایش خشک‌سالی در زاهدان افزایش می‌یابد. هماهنگی در رفتار این سه شاخص را می‌توان در بررسی نوسانات مشاهده کرد که به‌طورکلی شاخص SPI نسبت به شاخص‌های ZSI و CZI خشک‌سالی را بهتر نشان می‌دهد. همچنین شاخص ZSI بیشترین درصد خشک‌سالی کلی را نسبت به شاخص SPI و CZI در همه بازه‌های زمانی از خود نشان داد که دلیل آن سهم زیاد این شاخص در وضعیت خشک‌سالی ضعیف و متوسط است.

معمولاً تحلیل فراوانی خشک‌سالی با استفاده از یک ویژگی و به‌صورت تک متغیره انجام می‌شود؛ اما از آنجایی که خشک‌سالی پدیده‌ی پیچیده‌ای است، یک متغیر نمی‌تواند ارزیابی جامعی از این پدیده را ارائه نماید. از طرف دیگر، تحلیل جداگانه از توزیع مدت و شدت خشک‌سالی قادر به بیان وابستگی معنی‌دار موجود بین این متغیرها نیست. با توجه به این موارد، رهیافت بهتر برای توصیف ویژگی‌های خشک‌سالی، استخراج توزیع توأم متغیرهای خشک‌سالی به‌جای استفاده از تحلیل‌های تک متغیره آن است. اگرچه روش‌های متفاوتی برای شناسایی توزیع توأم ویژگی‌های خشک‌سالی همانند شدت، مدت یا سختی پیشنهاد شده است اما در استفاده از این روش‌ها محدودیت‌هایی وجود دارد. بزرگ‌ترین مشکل توزیع‌های دو متغیره، شامل استنتاج‌های پیچیده ریاضی برای برازش پارامترهای به‌دست‌آمده از داده‌های تولیدی یا مشاهداتی است. همچنین در چنین توزیع‌هایی، وابستگی موجود بین متغیرها لحاظ نمی‌شود. با توجه به عدم پژوهشی در خصوص برآورد دوره‌های بازگشت سه متغیره در این پژوهش، محاسبه سه مشخصه شدت خشک‌سالی، مدت خشک‌سالی و طول دوره خشک‌سالی برای ایستگاه زاهدان برای دوره ۱۹۵۱ تا ۲۰۱۷ انجام شده و برآورد دوره‌های بازگشت سه متغیره با استفاده از مفصل‌های و این صورت گرفته است.

استاندارد شده یا SPI [۲۵]، شاخص بارش-تبخیر و تعرق استاندارد شده یا SPEI [۱۰]، شاخص دهک‌ها یا DI [۱۷]، شاخص شدت خشک‌سالی پالمیر یا PDSI [۲۹]، شاخص رطوبت زراعی یا CMI [۳۰]، شاخص خشک‌سالی احيایی یا RDI [۳۴].

در چند دهه گذشته کاربرد توابع مفصل در علوم مختلف بیش‌تر شده و این رشد چشم‌گیر، در حوزه‌های مختلف دیده‌شده است. واژه مفصل برای اولین بار توسط اسکالر در سال ۱۹۵۹ به‌منظور توصیف توابعی که دارای توزیع تک‌بعدی هستند، معرفی شده است. اسکالر، مفصل‌ها را به‌عنوان یک ابزار قدرتمند برای مدل‌بندی ساختار وابستگی میان متغیرها معرفی کرده است. مشخصه اصلی مفصل‌ها این است که هیچ‌گونه پیش‌فرضی در مورد توزیع احتمال ندارند (مفصل تابعی است که به مقیاس بستگی ندارد) بنابراین روش‌های مبتنی بر مفصل با برازش تابع مفصل تجربی به داده‌ها (بدون در نظر گرفتن رابطه خطی یا غیرخطی میان متغیرها)، ساختار وابستگی میان متغیرها را تشخیص می‌دهند. هافدینگ [۱۹] و هافدینگ [۲۰] از جمله پژوهش‌هایی هستند که نقش عمده‌ای در گسترش تابع مفصل داشته‌اند. به‌منظور بررسی تاریخچه پیدایش و گسترش توابع مفصل به فصل دوم [۲۸] مراجعه شود.

فاوری و همکاران [۱۵] و همچنین دمیشل و همکاران [۱۳] از جمله اولین پژوهشگرانی بودند که از توابع مفصل در حوزه هیدرولوژی استفاده کردند. آس و برگ [۹] عنوان کردند که «توابع مفصل در حوزه مدل‌بندی بارش انعطاف‌پذیری بالایی دارند و می‌توانند ساختارهای وابستگی با ابعاد بالا را مدل‌بندی کنند اما با این حال، تعیین توزیع‌های پارامتری برای بردارهای تصادفی با ابعاد بالا یک امر پیچیده است». با در نظر گرفتن، وابستگی متغیرهای هیدرولوژیکی، کائوگینداراجو [۲۳] نمایه کمبود توأم (JDI) (با توزیع‌های کناری بارش و جریان) را معرفی نمودند. در این نمایه، تابع مفصل برای لحاظ رفتار توأم این دو متغیر استفاده شده است. مطالعات در این حوزه ادامه پیدا کرد و چن و سینگ [۱۲] بر روی مدل‌های خشک‌سالی سه متغیره و گانگولی و ردی [۱۶] بر روی مدل‌های سیل سه متغیره کار کردند. یکی از جالب‌ترین پژوهش‌هایی که در این حوزه ارائه شده است، پژوهش چن و همکاران [۱۲] است که در آن یک تحلیل خشک‌سالی با استفاده از توابع مفصل انجام داده‌اند. نتایج نشان داد خشک‌سالی در این کشور روند کاهشی داشته است. همچنین هائو سینگ [۱۸] مروری را بر روی مدل‌بندی وابستگی در حوزه هیدرولوژی و منابع آب انجام دادند. یکی از رایج‌ترین این مفصل‌ها، مفصل و این نامیده می‌شود. استفاده از توابع مفصل و این

## ۲ مواد و روش‌ها

این شاخص توسط سازمان هواشناسی جهانی به منظور برآورد خشک‌سالی توصیه شده است [۳۲]. سری SPI در واقع همان چندک‌های تابع توزیع نرمال استاندارد را در نقاط تابع توزیع تجمعی سری بارش در ایستگاه هواشناسی مورد نظر نشان می‌دهد [۶، ۲۶، ۲۷]. برای محاسبه شاخص SPI ابتدا بر داده‌های بارش تاریخی تابع توزیع احتمال گاما برازش داده می‌شود:

$$g(x) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}}, \quad x > 0 \quad (1)$$

به طوری که  $\Gamma(a) = \int_0^\infty y^{a-1} e^{-y} dy$  و در رابطه (۱) مقدار بارش با نماد  $x$ ، پارامتر شکل توزیع گاما با  $\alpha$ ، پارامتر مقیاس توزیع گاما با  $\beta$  و تابع گاما با نماد  $\Gamma$  نشان داده شده‌اند. با توجه به اینکه تابع توزیع تجمعی برای محاسبه کردن توزیع بارش به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$G(x) = \int_0^x g(y) dy = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_0^x y^{\alpha-1} e^{-\frac{y}{\beta}} dy$$

از آنجایی که توزیع گاما برای مقدار  $x=0$  تعریف نشده است و با توجه به وجود داده صفر در مقادیر بارش و عدم امکان استفاده از تابع گاما، از توزیع آمیخته در رابطه (۲) استفاده می‌شود:

$$H(x) = q + (1-q)G(x) \quad (2)$$

که در آن  $q$  احتمال صفر بودن مقدار بارش است [۱۴]. اگر  $0.5 < H(x) < 0.5$  داریم:

$$SPI = - \left[ \sqrt{\ln \left[ \frac{1}{(H(x))^2} \right]} - \frac{C_0 + C_1 t + C_2 t^2}{1 + d_1 t + d_2 t^2 + d_3 t^3} \right] \quad (3)$$

اگر  $0.5 < H(x) \leq 1$  داریم:

$$SPI = + \left[ \sqrt{\ln \left[ \frac{1}{(1-H(x))^2} \right]} - \frac{C_0 + C_1 t + C_2 t^2}{1 + d_1 t + d_2 t^2 + d_3 t^3} \right] \quad (4)$$

در روابط (۳) و (۴) مقادیر ثابت معادلات به شرح زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$d_2 = 0.001308, \quad d_3 = 0.189269, \quad d_1 = 1.432788$$

$$C_2 = 0.0010328, \quad C_1 = 0.802853, \quad C_0 = 2.515517$$

طبق استدلال مک‌کی و همکاران [۲۵]، اگر مقادیر این شاخص مثبت باشند یعنی بارش بیش‌تر از متوسط بوده است و اگر این مقادیر منفی باشند، یعنی بارش کم‌تر از متوسط بارش بوده است. با استفاده از این شاخص، زمانی می‌توان گفت خشک‌سالی اتفاق افتاده است که مقدار شاخص مورد نظر به  $-1$  برسد و اگر مقدار این شاخص به  $+1$  برسد، یعنی خشک‌سالی پایان یافته است (جدول ۱).

تامپسون [۳۳] نظریه ران (Run Theory) را به عنوان یک روش مناسب برای برآورد ویژگی‌های خشک‌سالی و ارزیابی خصوصیات آماری این دوره‌ها ارائه کرد. مدت (Duration)، شدت (Severity) و طول دوره خشک‌سالی (Length) سه ویژگی اصلی خشک‌سالی در پایش این پدیده محسوب می‌شوند که بر این اساس از سری زمانی شاخص خشک‌سالی استخراج می‌شوند. شدت اشاره به درجه کاهش بارش دارد و به صورت مقدار تجمعی نمایه طی مدت خشک‌سالی محاسبه می‌گردد. بزرگی خشک‌سالی عبارت از مجموع کمبود آب در زمان‌های متوالی یک دوره خشک‌سالی است. فاصله زمانی بین آغاز خشک‌سالی تا پایان آن را مدت خشک‌سالی یا دوره تداوم آن تعریف شده است. این مدت زمان را می‌توان با مقیاس‌های زمانی مختلفی مانند روز، ماه و سال مورد بررسی قرار داد. فراوانی وقوع خشک‌سالی به عنوان تعداد کل رویدادها در دوره مورد مطالعه در نظر گرفته می‌شود. به منظور محاسبه مشخصه‌های خشک‌سالی یادشده، از روش‌های مختلفی می‌توان استفاده کرد که در ادامه به چند مورد از آن‌ها اشاره شده است.

### ۱.۲ شاخص‌های خشک‌سالی

در پژوهش حاضر، از شاخص SPI به منظور بررسی خشک‌سالی استفاده شده است که در ادامه، روش محاسبه این نمایه آورده شده است.

#### ۱.۱.۲ شاخص بارش استاندارد شده SPI

اولین بار مک‌کی و همکاران [۲۵] شاخص بارش استاندارد شده<sup>۴</sup> را برای پایش خشک‌سالی یکی از ایالت‌های آمریکا با استفاده از مقیاس‌های زمانی سه‌ماهه، شش‌ماهه، دوازده‌ماهه، بیست و چهار ماهه و چهل و هشت ماهه معرفی کردند. بوناکورسو همکاران [۱۱] تأکید کردند که برای محاسبه این شاخص نیاز به میانگین و انحراف معیار دراز مدت مقادیر بارش برای دوره‌های زمانی مورد مطالعه وجود دارد و باید سه نکته به خوبی در نظر گرفته شود:

(۱) داده‌های مورد مطالعه باید ماهانه باشند،

(۲) داده‌ها باید با استفاده از برازش توزیع گاما، نرمال شوند،

(۳) داده‌ها باید با استفاده از تبدیل مناسب، در صورت نیاز نرمال شوند و طول دوره آماری حداقل ۳۰ سال برای محاسبه این نمایه مورد نیاز است [۴].

<sup>4</sup>Standard Precipitation Index

جدول ۱: طبقه‌بندی شدت خشک‌سالی بر اساس شاخص‌های SPI

طبقه‌بندی شدت	مقدار شاخص SPI
ترسالی خیلی شدید	۲ یا بیشتر
ترسالی شدید	۱.۵ تا ۱.۹۹
ترسالی متوسط	۱ تا ۱.۴۹
نرمال	۰.۸۹ تا ۰.۹۹
خشک‌سالی متوسط	-۱ تا -۱.۹۹
خشک‌سالی شدید	-۱.۵ تا -۱.۹۹
خشک‌سالی خیلی شدید	-۲ یا کمتر

### ۳ تابع مفصل سه متغیره و مفصل واین

سه متغیره  $C_{123}$  وجود دارد که تابع توزیع تجمعی توأم  $F_{123}(x_1, x_2, x_3)$  را به صورت زیر بیان می‌کند:

$$F_{123}(x_1, x_2, x_3) = C_{123}(F_1(x_1), F_2(x_2), F_3(x_3)).$$

از دیدگاه مدل‌سازی با توابع مفصل واین، ساختار وابستگی بین سه متغیره تصادفی را می‌توان با ترکیب مفصل‌های دو متغیره و شرطی بدین صورت مدل‌سازی کرد:

$$\begin{aligned} F_{123}(x_1, x_2, x_3) &= \int_{-\infty}^{x_1} \int_{-\infty}^{x_2} \int_{-\infty}^{x_3} f_{123}(r, s, t) dr ds dt \\ &= \int_{-\infty}^{x_1} \int_{-\infty}^{x_2} \int_{-\infty}^{x_3} f_{12|3}(r, t|s) f_3(s) dr ds dt \\ &= \int_{-\infty}^{x_2} F_{12|3}(x_1, x_2|s) dF_3(s) \\ &= \int_{-\infty}^{x_2} C_{12|3}(F_{1|3}(x_1|s), F_{2|3}(x_2|s)) dF_3(s) \end{aligned}$$

که در آن،  $C_{12|3}(u_1, u_2|x_3) = \frac{\partial^2 C_{123}(u_1, u_2, u_3)}{\partial u_1 \partial u_2}$  مفصل شرطی و  $F_{1|3}(x_1|x_3) = \frac{\partial}{\partial u_1} C_{123}(u_1, u_2, u_3)$  و  $F_{2|3}(x_2|x_3) = \frac{\partial}{\partial u_2} C_{123}(u_1, u_2, u_3)$  توابع توزیع تجمعی شرطی  $X_1$  و  $X_2$  به شرط  $X_3 = s$  هستند. با مشتق‌گیری از تابع توزیع تجمعی توأم، تابع چگالی سه متغیره به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} f_{123}(x_1, x_2, x_3) &= c_{12|3}(F_{1|3}(x_1|x_3), F_{2|3}(x_2|x_3)) \\ &\cdot c_{12}(F_1(x_1), F_2(x_2)) \cdot c_{23}(F_2(x_2), F_3(x_3)) \\ &\cdot f_1(x_1) f_2(x_2) f_3(x_3) \end{aligned}$$

که در آن تابع چگالی مفصل شرطی  $c_{12|3}$  به صورت

$$c_{12|3}(u_1, u_2|x_3) = \frac{\partial^2}{\partial u_1 \partial u_2} C_{12|3}(u_1, u_2|x_3)$$

تعریف می‌شود. برای مشاهده اثبات روابط به مرجع [۲۸] مراجعه شود.

مفصل‌ها توابعی هستند که توابع توزیع حاشیه‌ای (کناری) متغیره‌های تصادفی را به تابع توزیع توأم آن‌ها متصل می‌کند و در نهایت ساختار وابستگی بین این متغیره‌های تصادفی را به خوبی شرح می‌دهد [۳۱]. با استفاده از این استدلال، مفصل واین نیز یک مفصل چند متغیره است که توابع توزیع حاشیه‌ای متغیره‌های تصادفی را به تابع توزیع توأم چند متغیره آن‌ها وصل می‌کند و ساختار وابستگی چند متغیره را بررسی می‌کند. در این پژوهش، مدل مفصل واین در حالت سه متغیره به منظور بررسی ویژگی‌های خشک‌سالی بکار رفته است.

یک مفصل واین در واقع مفصل‌های دو متغیره (شرطی) را مرحله به مرحله با هم ترکیب می‌کند تا یک مفصل با بعد بالا بسازد. به عبارت ساده‌تر، تابع چگالی کامل در مفصل واین از توابع چگالی با ابعاد پایین‌تر تشکیل شده است. طبق استدلال نلسن [۲۸] و قضیه اسکالر [۳۱]، برای دو متغیره تصادفی پیوسته  $X_1$  و  $X_2$  با توابع توزیع تجمعی حاشیه‌ای پیوسته  $F_1(x_1)$  و  $F_2(x_2)$ ، یک مفصل دو متغیره  $C_{12}$  وجود دارد که تابع توزیع تجمعی توأم  $F_{12}(x_1, x_2)$  را به صورت زیر بیان می‌کند:

$$F_{12}(x_1, x_2) = C_{12}(F_1(x_1), F_2(x_2)).$$

تابع چگالی مفصل دو متغیره  $c_{12}(u_1, u_2)$  نیز به صورت

$$c_{12}(u_1, u_2) = \frac{\partial^2 C_{12}(u_1, u_2)}{\partial u_1 \partial u_2},$$

تعریف می‌شود که در آن  $u_1 = F_1(x_1)$  و  $u_2 = F_2(x_2)$  هستند.

مفصل سه متغیره، ساختار وابستگی بین سه متغیره تصادفی  $X_1$ ،  $X_2$  و  $X_3$  را توصیف می‌کند. برای سه متغیره تصادفی پیوسته با توابع توزیع تجمعی حاشیه‌ای پیوسته  $F_1(x_1)$ ،  $F_2(x_2)$  و  $F_3(x_3)$ ، یک مفصل

مثلاً یک متغیر کلیدی در سیستم) وجود داشته باشد. در مقابل،  $D$ -vine ساختاری زنجیره‌ای دارد و هیچ متغیر پایه‌ی مرکزی در آن وجود ندارد. در این ساختار، وابستگی‌ها به صورت متوالی و بین متغیرهای مجاور سازمان‌دهی می‌شوند.  $D$ -vine برای داده‌هایی مناسب است که وابستگی‌ها به صورت خطی یا زنجیره‌ای بین متغیرها توزیع شده‌اند و هیچ متغیر غالب خاصی وجود ندارد. به طور خلاصه،  $C$ -vine حول یک متغیر پایه متمرکز است، در حالی که  $D$ -vine ساختاری متقارن و زنجیره‌ای دارد. انتخاب بین این دو ساختار به ماهیت داده‌ها و الگوی وابستگی‌های بین متغیرها بستگی دارد و معمولاً با استفاده از معیارهای آماری مانند  $AIC^1$  یا  $BIC^1$  انجام می‌شود. مفصل‌های  $C$ -vine و  $D$ -vine دو ساختار رایج در مدل‌سازی وابستگی‌های چندمتغیره هستند و برای مطالعه بیشتر در این مورد می‌توان به کتاب جو [۲۳] مراجعه نمود.

ترسالی) و رنگ قرمز برای مقادیر منفی SPI (دوره‌های خشک‌سالی) استفاده شده است. این رنگ‌ها به صورت بصری به تفکیک و شناسایی دوره‌های ترسالی و خشک‌سالی کمک می‌کنند و درک سریع‌تر و ساده‌تر از تغییرات شاخص SPI را امکان‌پذیر می‌سازند.

نمودارهای پراکنش در شکل ۳ و ضرایب همبستگی پیرسون، اسپیرمن و کندال در جدول ۲ برای مشخصه‌های خشک‌سالی (شدت، مدت و طول دوره) ارائه شده است. نمودارهای پراکنش بین مشخصه‌های خشک‌سالی نشان‌دهنده‌ی روابط مثبت و معنادار بین این متغیرها هستند. نتایج ضرایب همبستگی در جدول ۲ نشان می‌دهد که بین شدت و مدت خشک‌سالی ( $Se, Du$ ) همبستگی بسیار قوی وجود دارد، به طوری که ضریب همبستگی پیرسون ۰.۸۲۳، اسپیرمن ۰.۹۵۵ و کندال ۰.۸۳۰ است. این نشان می‌دهد که با افزایش شدت خشک‌سالی، مدت آن نیز افزایش می‌یابد. همچنین، بین شدت و طول دوره خشک‌سالی ( $Se, Len$ ) و مدت و طول دوره خشک‌سالی ( $Du, Len$ ) نیز همبستگی مثبت و معناداری وجود دارد، اگرچه این همبستگی‌ها نسبت به رابطه بین شدت و مدت ضعیف‌تر هستند. این نتایج تأیید می‌کند که مشخصه‌های خشک‌سالی به طور معناداری با یکدیگر مرتبط هستند و مدل‌سازی وابستگی بین آن‌ها ضروری است.

مفصل‌های  $C$ -Vine<sup>۶</sup> و  $D$ -Vine<sup>۷</sup> دو ساختار رایج در خانواده‌ی مفصل‌های واین<sup>۸</sup> هستند که برای مدل‌سازی وابستگی‌های پیچیده بین متغیرهای چندبعدی استفاده می‌شوند [۲۳، ۸]. مفصل‌های واین ابزار قدرتمندی در تحلیل داده‌هایی هستند که وابستگی‌های غیرخطی و ناهمسان دارند. این مفصل‌ها با ترکیب مفصل‌های دومتغیره و ایجاد یک ساختار سلسله‌مراتبی، امکان مدل‌سازی وابستگی‌های چندمتغیره را فراهم می‌کنند.  $C$ -vine و  $D$ -vine دو نوع اصلی از این ساختارها هستند که هرکدام برای شرایط خاصی مناسب‌اند.

تفاوت اصلی بین  $C$ -vine و  $D$ -vine در نحوه‌ی سازمان‌دهی وابستگی‌ها بین متغیرهاست. در  $C$ -vine، یک متغیر پایه (مرکزی) وجود دارد که نقش محوری در ساختار وابستگی‌ها ایفا می‌کند. این متغیر پایه معمولاً متغیری است که بیشترین تأثیر را بر سایر متغیرها دارد و وابستگی‌ها در هر لایه نسبت به این متغیر و متغیرهای قبلی مدل‌سازی می‌شوند. این ساختار برای داده‌هایی مناسب است که یک متغیر غالب

## ۴ نتایج و بحث

در این پژوهش از ۷۹۲ داده مربوط به میزان بارش ماهانه ایستگاه زاهدان طی دوره آماری سال ۱۹۵۱ تا ۲۰۱۷ استفاده شد. علاوه بر این، مقیاس زمانی یک‌ماهه برای محاسبه شاخص خشک‌سالی (SPI) انتخاب شده است، زیرا این مقیاس حساسیت بیشتری به تغییرات کوتاه‌مدت بارش دارد و خشک‌سالی‌های سریع را به طور دقیق‌تری شناسایی می‌کند. این مقیاس برای مناطق خشک و نیمه‌خشک مانند زاهدان بسیار مناسب است، چراکه مدیریت منابع آب و کشاورزی در این مناطق به شدت به بارش‌های ماهانه وابسته است. همچنین، داده‌های بارش ماهانه به طور گسترده در دسترس هستند و با استانداردهای بین‌المللی سازگارند که امکان مقایسه نتایج این پژوهش با مطالعات دیگر را فراهم می‌کند.

نمودار سری زمانی داده‌های بارش ماهانه شهر زاهدان در شکل ۱ از سال ۱۹۵۱ تا سال ۲۰۱۷ ارائه شده است. همچنین، نمودار سری SPI در مقیاس ماهانه ایستگاه زاهدان در بازه زمانی مربوطه در شکل ۲ نمایش داده شده است. برای داده‌های موردنظر سه مشخصه شدت خشک‌سالی، مدت خشک‌سالی و طول دوره خشک‌سالی محاسبه شده است. در شکل ۲، رنگ‌های قرمز و آبی به ترتیب نشان‌دهنده‌ی مقادیر مثبت و منفی شاخص SPI هستند. رنگ آبی برای مقادیر مثبت SPI (دوره‌های

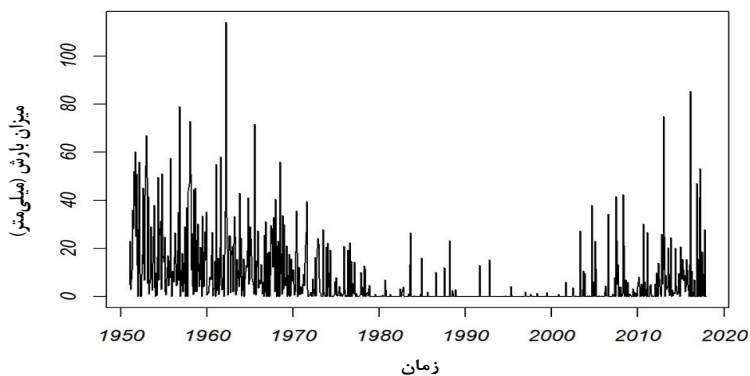
Canonical Vine<sup>۶</sup>

Drawable Vine<sup>۷</sup>

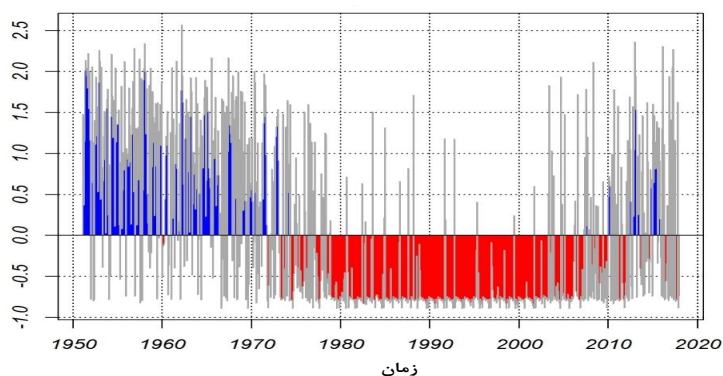
Vine Copulas<sup>۸</sup>

Akaike Information Criterion<sup>۱</sup>

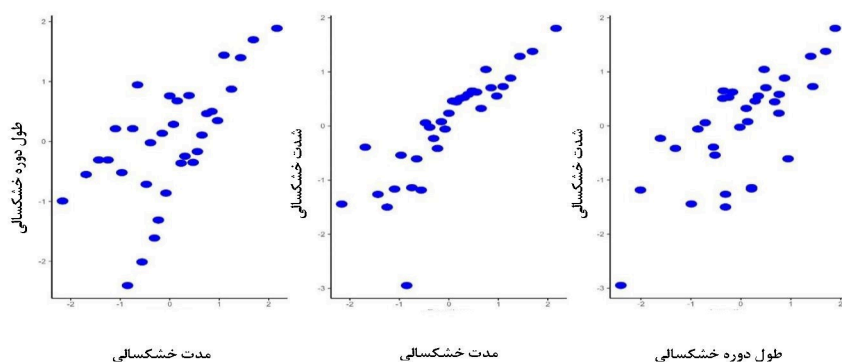
Bayesian Information Criterion<sup>۱</sup>



شکل ۱: نمودار سری زمانی ماهانه بارش ایستگاه زاهدان طی دوره آماری ۱۹۵۱-۲۰۱۷



شکل ۲: شاخص SPI یا دوره ۱ (ماهانه) برای داده‌های بارش ماهانه شهر زاهدان



شکل ۳: نمودار پراکنش جفت مشخصه‌های خشک‌سالی شهر زاهدان

#### ۱.۴ توزیع‌های حاشیه‌ای

در ادامه، نتایج حاصل از انتخاب توزیع‌های حاشیه‌ای، مدل‌سازی با مفصل و این و دوره‌های بازگشت برای مشخصه‌های خشک‌سالی ارائه می‌شوند.

مناسب‌ترین توزیع‌های حاشیه‌ای متغیرهای خشک‌سالی (شدت، مدت و طول دوره خشک‌سالی) از بین توزیع‌های گاما، وایبول، نمایی و پارتو برای برازش به داده‌ها انتخاب شدند. از معیارهای اطلاعات آکائیکه

جدول ۲: ضرایب همبستگی پیرسون، اسپیرمن و کندال بین مشخصه‌های خشک‌سالی

مشخصه‌ها	پیرسون	اسپیرمن	کندال
شدت و مدت	۰/۹۲۳	۰/۸۵۵	۰/۸۳۰
شدت و طول دوره	۰/۷۹۸	۰/۶۸۰	۰/۵۱۵
مدت و طول دوره	۰/۸۷۳	۰/۶۲۷	۰/۴۶۶

(AIC) و معیار اطلاعات بیزی (BIC) برای انتخاب مناسب‌ترین توزیع برای هر متغیر استفاده شد. نتایج برازش توزیع‌های حاشیه‌ای در جدول ۳ ارائه شده است. همان‌طور که در جدول ۳ مشاهده می‌شود، توزیع وایبول برای شدت و مدت خشک‌سالی و توزیع گاما برای طول دوره خشک‌سالی بهترین را داشتند. نتایج آزمون کولموگروف-اسمیرنوف (KS) نیز مناسب بودن این توزیع‌ها را تأیید کرد.

جدول ۳: نتایج برازش توزیع‌های حاشیه‌ای برای متغیرهای خشک‌سالی

متغیر	مناسب‌ترین توزیع	پارامترها	لگاریتم درست‌نمایی	AIC	BIC
شدت	وایبول	شکل = ۰/۵۵۰، مقیاس = ۵/۴۶۹	-۹۳/۶۳۴	۱۹۱/۲۶۹	۱۹۴/۲۶۲
مدت	وایبول	شکل = ۰/۸۰۸، مقیاس = ۱۰/۷۸۹	-۱۱۴/۳۱۱	۲۳۲/۶۲۳	۲۳۵/۶۱۶
طول دوره	گاما	شکل = ۱/۶۳۷، مقیاس = ۰/۰۶۸	-۱۳۵/۸۳۸	۲۷۵/۶۷۷	۲۷۸/۶۷۰

## ۲.۴ مدل‌سازی با مفصل واین

طول دوره خشک‌سالی به‌عنوان مناسب‌ترین مفصل زوجی انتخاب شدند. ۲. مقایسه مدل‌های C-Vine و D-Vine: مدل‌های کلی C-Vine و D-Vine با استفاده از معیارهای AIC و BIC مقایسه شدند تا مناسب‌ترین ساختار مفصل واین برای مدل‌سازی وابستگی بین متغیرهای خشک‌سالی تعیین شود. نتایج مقایسه در جدول ۵ ارائه شده است. همان‌طور که در جدول ۵ مشاهده می‌شود، مدل C-Vine با AIC پایین‌تر (۱۰۰/۰۲-) و BIC پایین‌تر (۹۷/۰۳-) نسبت به مدل D-Vine برتر است. این نشان می‌دهد که ساختار C-Vine می‌تواند وابستگی‌های پیچیده بین متغیرهای خشک‌سالی را بهتر مدل‌سازی کند.

۳. ساختار مفصل واین: نتایج حاصل از برازش مفصل C-Vine به مشخصه‌های خشک‌سالی ایستگاه زاهدان با قرار دادن مفصل‌های دوتایی مطابق با اصول ساخت این مفصل در جدول ۶ ارائه شدند.

توزیع توأم متغیرهای خشک‌سالی محاسبه شد. بر اساس این توزیع توأم، دوره‌های بازگشت توأم برای دو حالت «و» (AND) و «یا» (OR) محاسبه و تفسیر شدند.

حالت «و» (AND): دوره بازگشت توأم برای وقوع هم‌زمان چند

فرآیند برازش مدل‌های مفصل واین شامل C-Vine و D-Vine بین متغیرهای خشک‌سالی (شدت، مدت و طول دوره خشک‌سالی) به‌صورت مراحل زیر بود: ۱. انتخاب خانواده‌های مفصل جفتی (زوجی): برای هر جفت متغیر، چندین خانواده مفصل دوتایی شامل فرانک، گامبل، کلیتون، جو، نرمال و تی مورد بررسی قرار گرفت. مفصل بهینه برای هر جفت بر اساس معیارهای نیکویی برازش مانند AIC و BIC انتخاب شد. نتایج انتخاب مفصل‌های دوتایی و برآورد پارامتر مناسب‌ترین مفصل با استفاده از تخمین حداکثر درست‌نمایی در جدول ۴ ارائه شده است. مفصل گامبل برای زوج متغیر شدت و مدت خشک‌سالی، مفصل جو برای زوج متغیر شدت و طول دوره خشک‌سالی و مفصل جو برای زوج متغیر مدت و

## ۳.۴ دوره‌های بازگشت توأم

نتایج تحلیل دوره‌های بازگشت توأم، بینش‌های ارزشمندی را برای ارزیابی و مدیریت ریسک خشک‌سالی در منطقه مورد مطالعه فراهم می‌کند. از این رو، با استفاده از مدل مفصل C-Vine برازش شده،

جدول ۴: نتایج انتخاب مفصل‌های دوتایی برای جفت متغیرها

جفت متغیرها	مناسب‌ترین مفصل	پارامترها	لگاریتم درست‌نمایی	AIC	BIC
شدت و مدت	گامبل	۵/۴	۳۹/۱۸	-۷۶/۳۶	-۷۴/۸۷
شدت و طول دوره	جو	۳/۱	۱۴/۴۳	-۲۶/۸۷	-۲۵/۳۷
مدت و طول دوره	جو	۳/۰۲	۱۴/۱۷	-۲۶/۳۴	-۲۴/۸۴

جدول ۵: مقایسه مدل‌های C-Vine و D-Vine

مدل	لگاریتم درست‌نمایی	AIC	BIC
C-Vine	۵۲/۰۱	-۱۰۰/۰۲	-۹۷/۰۳
D-Vine	۴۹/۹۶	-۹۳/۹۳	-۸۹/۴۴

جدول ۶: نتایج برازش مفصل C-Vine به مشخصه‌های خشک‌سالی ایستگاه زاهدان

پارامتر	خانواده	مفصل	درخت
۵/۴۰	گامبل	$C_{1,2}$	درخت ۱
۳/۱۰	جو	$C_{1,3}$	
۱/۱۲	جو	$C_{2,3 1}$	درخت ۲

رویداد با استفاده از تابع مفصل  $C$  به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$T_{\text{AND}} = \frac{1}{1 - C(u, v, w)}$$

که در آن  $C(u, v, w)$  تابع مفصل سه متغیره برای متغیرهای  $u, v, w$  است. برای محاسبه دوره بازگشت توأم، مقادیر  $u, v, w$  به وسیله تابع توزیع تجربی و  $C(u, v, w)$  با استفاده از مفصل و این به دست می‌آیند. در این حالت، دوره بازگشت توأم برای وقوع هم‌زمان شرایط خاصی از متغیرها محاسبه می‌شود. به‌عنوان مثال، دوره بازگشت توأم برای شدت خشک‌سالی بیشتر از ۲۰، مدت بیشتر از ۱۲ روز و طول دوره بیشتر از ۱۵ روز، ۴۳ سال محاسبه شد.

حالت "یا" (OR): دوره بازگشت توأم برای وقوع حداقل یکی از چند رویداد با استفاده از تابع مفصل  $C$  به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$T_{\text{OR}} = \frac{1}{1 - C(1 - u, 1 - v, 1 - w)}$$

که در آن  $C(1 - u, 1 - v, 1 - w)$  تابع مفصل سه متغیره برای مقادیر مکمل  $1 - u, 1 - v, 1 - w$  است. در این حالت، دوره بازگشت توأم

برای وقوع حداقل یکی از شرایط خاصی از متغیرها محاسبه می‌شود. به‌عنوان مثال، دوره بازگشت توأم برای شدت خشک‌سالی بیشتر از ۲۰ یا مدت بیشتر از ۱۲ روز یا طول دوره بیشتر از ۱۵ روز، ۳۳ سال برآورد شد.

همان‌طور که در جدول ۷ مشاهده می‌شود، دوره‌های بازگشت توأم برای حالت "و" به‌طور قابل‌توجهی بزرگ‌تر از حالت "یا" هستند. در این جدول، مقادیر دوره بازگشت توأم برای حالت‌های "و" و "یا" بر اساس مقدار احتمال یکنواخت و برابر برای هر سه متغیر محاسبه شده‌اند. نتایج این نشان می‌دهد که وقوع هم‌زمان شرایط خاص خشک‌سالی (مانند شدت بالا، مدت طولانی و طول دوره زیاد) بسیار نادر است و احتمال آن کم است. در مقابل، وقوع حداقل یکی از این شرایط (حالت "یا") محتمل‌تر است و دوره بازگشت کوتاه‌تری دارد. این نتایج تأیید می‌کند که مدل‌سازی وابستگی بین متغیرهای خشک‌سالی برای ارزیابی دقیق‌تر دوره‌های بازگشت ضروری است.

جدول ۷: مقایسه دوره‌های بازگشت توأم برای حالت‌های "و" و "یا"

مقدار احتمال	۰/۵۰	۰/۵۵	۰/۶۰	۰/۶۵	۰/۷۰	۰/۷۵	۰/۸۰	۰/۸۵	۰/۹۰	۰/۹۵
دوره بازگشت (حالت "و")	۱۰/۲	۱۲/۵	۱۵/۸	۲۰/۴	۲۶/۷	۳۵/۷	۴۹/۰	۶۹/۳	۱۰۲/۰	۱۶۳/۳
دوره بازگشت (حالت "یا")	۵/۱	۶/۳	۷/۹	۱۰/۲	۱۳/۳	۱۷/۸	۲۴/۵	۳۴/۶	۵۱/۰	۸۱/۷

## ۵ نتیجه‌گیری

انتخاب شدند. همچنین، دوره‌های بازگشت توأم برای حالت‌های "و" و "یا" محاسبه شد. نتایج نشان داد که وقوع هم‌زمان شرایط خاص خشک‌سالی (مانند شدت بالا، مدت طولانی و طول دوره زیاد) بسیار نادر است و دوره بازگشت طولانی‌تری دارد، درحالی‌که وقوع حداقل یکی از این شرایط محتمل‌تر است و دوره بازگشت کوتاه‌تری دارد. این یافته‌ها تأیید می‌کنند که مدل‌سازی وابستگی بین متغیرهای خشک‌سالی برای ارزیابی دقیق‌تر دوره‌های بازگشت و مدیریت ریسک خشک‌سالی ضروری است.

در این پژوهش، داده‌های بارش شهر زاهدان با استفاده از مفصل و این در دو حالت C-Vine و D-vine برای سه ویژگی خشک‌سالی شامل شدت، مدت و طول دوره خشک‌سالی مدل‌سازی شد. نتایج نشان داد که مدل C-Vine با AIC و BIC پایین‌تر نسبت به مدل D-vine عملکرد بهتری دارد. توزیع وایبول برای شدت و مدت خشک‌سالی و توزیع گاما برای طول دوره خشک‌سالی به‌عنوان بهترین توزیع‌های حاشیه‌ای

## مراجع

- [۱] پودینه، م. ر.، حیدری‌نیا، م.، موسوی، س. ر. و دوستی مقدم، ح. (۱۳۹۹). پایش شاخص‌های خشک‌سالی در شهر زاهدان در بازه‌های زمانی مختلف. *جغرافیای طبیعی*، ۱۳(۴۷)، ۱۳۳-۱۴۳.
- [۲] رضیعی، ط.، دانشکار آراسته، پ.، اختر، ر. ا. و ثقفیان، ب. (۱۳۸۶). بررسی خشک‌سالی هواشناسی در استان سیستان و بلوچستان با استفاده از نمایه SPI و مدل زنجیره مارکوف. *تحقیقات منابع آب ایران*، ۳، ۱-۶.
- [۳] نساجی زواره، م. و صانعی، م. (۱۳۸۰). تعیین دوره خشک‌سالی با استفاده از شاخص خشک‌سالی SPI. *مجموعه مقالات اولین کنفرانس ملی راهکارهای مقابله با بحران آب زابل*، ۲۳۵-۲۴۶.
- [۴] سهرابی، ر. ا.، سهرابی، ح. و عرب، د. ر. (۱۳۸۷). بررسی شاخص‌های پایش خشک‌سالی از مناظر تحول، ماهیت و عملکرد پیشنهاد فرآیند انتخاب شاخص متناسب با شرایط مناطق. *مجموعه مقالات سومین کنفرانس مدیریت منابع آب، دانشگاه تبریز، دانشکده مهندسی عمران*، ۱۳-۱.
- [۵] قبائی‌سوق، م.، مساعدی، ا. و زارع ابیانه، ح. (۱۳۹۵). ضرورت پایش خشک‌سالی بر اساس شاخص‌های چندمتغیره. *ششمین کنفرانس ملی مدیریت منابع آب ایران، دانشگاه کردستان*، ۱-۱۰.
- [۶] محمدی، م.، عمادی، م. و امینی، م. (۱۳۹۸). تحلیل وابستگی دومتغیره با استفاده از اندازه‌های واگرایی جفری و هلینجر بر اساس برآورد تابع چگالی مفصل به روش تبدیل پروبیت بهبودیافته. *مجله علوم آماری*، ۱۵(۱)، ۲۳۳-۲۵۴.
- [۷] مقدم، ح.، بلاق جمالی، ج.، جوانمرد، س.، مهدویان، ع. ر. و خزانه‌داری، ل. (۱۳۸۰). پایش خشک‌سالی بر اساس نمایه SPI، دهک‌ها و درصد نرمال در استان سیستان و بلوچستان. *مجموعه مقالات اولین کنفرانس ملی بررسی راهکارهای مقابله با بحران آب، جلد سوم، دانشگاه زابل*.
- [۸] ملائی‌نیا، م.، موسوی، ز. و محمدی، م. (۱۴۰۳). مدل‌سازی سیل در حوضه آبریز رودخانه قره سو مبتنی بر مفصل‌های چهاربندی و این پژوهش‌های اقلیم‌شناسی، ۱۵(۵۷)، ۱۰۱-۱۱۸.

- [9] Aas, K., Czado, C., Frigessi, A. and Bakken, H. (2009). Pair-copula constructions of multiple dependence. *Insurance: Mathematics and Economics*, **44**(2), 182-198.
- [10] Beguería, S., Vicente-Serrano, S. M., Reig, F., and Latorre, B. (2014). Standardized precipitation evapotranspiration index (SPEI) revisited: parameter fitting, evapotranspiration models, tools, datasets and drought monitoring. *International journal of climatology*, **34**(10), 3001-3023.
- [11] Bonaccorso, B., Bordi, I., Cancelliere, A., Rossi, G. and Sutera, A. (2003). Spatial variability of drought: an analysis of the SPI in Sicily. *Water resources management*, **17**(4), 273-296.
- [12] Chen, L., Singh, V. P., Guo, S., Mishra, A. K. and Guo, J. (2013). Drought analysis using copulas. *Journal of Hydrology Engineering*, **18**(7), 797-808.
- [13] De Michele, C., Salvadori, G., Passoni, G. and Vezzoli, R. (2007). A multivariate model of sea storms using copulas. *Coastal Engineering*, **54**(10), 734-751.
- [14] Edwards, D. C., and McKee, T. B. (1997). *Characteristics of 20th century drought in the United States at multiple time scales* (Vol. 634). Climatology Report.
- [15] Favre, A. C., Musy, A. and Morgenthaler, S. (2004). Unbiased parameter estimation of the Neyman-Scott model for rainfall simulation with related confidence interval. *Journal of Hydrology*, **286**(4), 168-178.
- [16] Ganguli, P. and Reddy, M. J. (2013). Probabilistic assessment of flood risks using trivariate copulas. *Theoretical and applied climatology*, **111**(1), 341-360.
- [17] Gibbs, W. J. and Maher, J. V. (1967). *Rainfall deciles drought indicators*.
- [18] Hao, Z. and Singh, V. P. (2016). Review of dependence modeling in hydrology and water resources. *Progress in Physical Geography*, **40**(4), 549-578.
- [19] Hoeffding, W. (1940). Masstabinvariante korrelationstheorie. *Schriften des Mathematischen Instituts und Instituts für Angewandte Mathematik der Universität Berlin*, **5**, 181-233.
- [20] Hoeffding, W. (1941). Masstabinvariante korrelationsmasse für diskontinuierliche Verteilungen. *Archiv für mathematische Wirtschafts-und Sozialforschung*, **7**, 49-70.
- [21] Hou, Z., Wang, B., Zhang, Y., Zhang, J., & Zhu, D. (2023). Drought Hazard Analysis in the Jilin Province Based on a Three-Dimensional Copula Method. *Water*, **15**, 2775.
- [22] Hui-Mean, F., Yusof, F., Yusop, Z., & Suhaila, J. (2019). Trivariate copula in drought analysis: a case study in peninsular Malaysia. *Theoretical and Applied Climatology*, **138**, 657-671.
- [23] Joe, H. (2014). *Dependence Modeling with Copulas*. Chapman and Hall/CRC.
- [24] Kao, S. C., and Govindaraju, R. S. (2010). A copula-based joint deficit index for droughts. *Journal of Hydrology*, **380**(1-2), 121-134.
- [25] McKee, T. B., Doesken, N. J. and Kleist, J. (1993). The relationship of drought frequency and duration to time scales. *In Proceedings of the 8th Conference on Applied Climatology*, **17**(22), 179-183.

- [26] Mohammadi, M., and Emadi, M. (2023). Nonparametric tests of independence using copula-based Renyi and Tsallis divergence measures. *Statistics, Optimization and Information Computing*, **11**(4), 949-962.
- [27] Mohammadi, M., Emadi, M., and Amini, M. (2024). Testing bivariate independence based on  $\alpha$ -divergence by improved probit transformation method for copula density estimation. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, **53**(1), 499-517.
- [28] Nelsen, R. B. (2006). *An Introduction to Copulas*, Second edition. Springer, New York.
- [29] Palmer, W. C. (1965). Meteorological drought. US. *Weather Bureau Res. Paper*, **45**, 1-58.
- [30] Palmer, W. C. (1968). *Keeping track of crop moisture conditions, nationwide: the new crop moisture index*.
- [31] Sklar, M. (1959). Fonctions de repartition an dimensions et leurs marges. *Publ. Inst. Statist. Univ. Paris*, **8**, 229-231.
- [32] Svoboda, M., Hayes, M. and Wood, D. (2012). *Standardized precipitation index: user guide*, World Meteorological Organization.
- [33] Thompson, S. A. (1990). A Markov and runs analysis of drought in the central United States. *Physical Geography*, **11**(3), 191-205.
- [34] Tsakiris, G., Pangalou, D. and Vangelis, H. (2007). Regional drought assessment based on the Reconnaissance Drought Index (RDI). *Water resources management*, **21**(5), 821-833.

## Trivariate Modeling of Drought Characteristics in Zahedan City using Vine Copula

Somayeh Hutizadeh<sup>1</sup>, Habib Naderi<sup>2</sup> and Seyed Morteza Mohammadi<sup>3</sup>

Abstract:

Drought is one of the most important concepts in hydrology, which has gained increased significance in recent years, and the results of its modeling and analysis are crucial for risk assessment and management. This study examines drought at the Zahedan station during the statistical period from 1951 to 2017 using the standardized precipitation index and explains multivariate data modeling methods using Vine Copulas. Various models are compared using goodness-of-fit criteria, and the best model is selected. Additionally, joint return periods are calculated and analyzed.

**Keywords:** Vine Copula Function, Goodness of Fit, Marginal Distribution, Joint Distribution.

---

<sup>1</sup>Department of Statistics, Faculty of Mathematics, Statistics, and Computer Science, University of Sistan and Baluchestan, Zahedan, Iran

<sup>2</sup>Department of Statistics, Faculty of Mathematics, Statistics, and Computer Science, University of Sistan and Baluchestan, Zahedan, Iran

<sup>3</sup>Department of Statistics, Faculty of Science, University of Zabol, Zabol, Iran