

# ضرایب همخوانی برای متغیرهای اسمی

سیدمهدی امیرجهانشاهی<sup>۱</sup>

## چکیده

در اکثر تحقیقاتی که در علوم رفتاری یا علوم اجتماعی صورت می‌گیرند فرضیات بر اساس بررسی روابط متغیرهای اسمی بنا می‌شوند و هدف در این قبیل فرضیات بررسی ارتباط متغیرهای اسمی با یکدیگر می‌باشد. بنابراین آشنایی با ضرایب مناسب جهت بررسی ارتباط بین متغیرهای اسمی از اهمیت خاصی برخوردار می‌باشد. در این مقاله ضرایب همبستگی مناسب برای تحلیل ارتباط بین متغیرهای اسمی را معرفی نموده، ضریب جدیدی را تعریف می‌کنیم و به مقایسه توانایی تشخیص میزان ارتباط در ضریب جدید و سایر ضرایب می‌پردازیم و نشان می‌دهیم ضریب جدید از توانایی بالاتری در تشخیص میزان ارتباط، برخوردار است و در انتهای مقاله، ضرایبی برای حالت کلی ارائه می‌نماییم.

## ۱. مقدمه

توافق  $C$  به صورت کمیت در آوریم. این ضریب امکان دارد با هر تعداد سطر یا ستون در جدول پیش‌آیندی<sup>۳</sup> بکار برده شود. مقدار ضریب توافقی به مقدار  $\chi^2$  یا نهایتاً به میزانی که فراوانی‌های مشاهده شده از فراوانی‌های مورد انتظار فاصله می‌گیرند بستگی دارد [۶]، [۱]. رابطه  $C$  با  $\chi^2$  به شکل زیر بیان می‌شود:

$$C = \sqrt{\frac{\chi^2}{\chi^2 + N}}$$

که در آن  $N$  مجموع کل فراوانی‌ها و  $\chi^2$  خی دوی محاسبه شده می‌باشد.

حداقل مقدار ضریب  $C$  صفر است و در صورتی اتفاق می‌افتد که تمام مقادیر مشاهده شده و مورد انتظار در جدول پیش‌آیندی با هم یکسان باشند. در چنین شرایطی، خی دو نیز مساوی صفر می‌شود و دو متغیر کاملاً از یکدیگر مستقل هستند. با وجود آن که مقدار  $C$  تخمینی از ضریب همبستگی گشتاوری پیرسن است، چنین به نظر می‌رسد که بعلاوه انجام دسته بندی، کمتر از حد معمول، قادر به برآورد  $r$  می‌باشد. حداکثر  $C$  به تعداد طبقات در متغیرها بستگی دارد و حداکثر مقدار  $C$  برابر است با: [۲]

$$C_{Max} = \sqrt{\frac{K-1}{K}}$$

ملاک همبستگی اندازه ای بدست می‌دهد که بر اساس آن می‌توان به میزان ارتباط بین دو متغیر پی برد. معمولاً وقتی با متغیرهای گسسته سرو کار داریم، همیشه مناسب نیست مفهوم همبستگی را برای توصیف رابطه بین متغیرها بکار ببریم. اگر متغیرهای گسسته، شامل طبقه‌های بدون ترتیب باشند، به جای همبستگی مناسب‌تر است اصطلاح همخوانی را بکار ببریم. مشخصه آماری که میزان همخوانی را اندازه می‌گیرد ضریب همخوانی نامیده می‌شود، این ضریب در عوض تغییر بین -۱ الی +۱ بین صفر الی ۱ تغییر می‌کند. زیرا وقتی طبقه‌های متغیرها بیانگر روابط ترتیبی نیست، کاربرد مفاهیم رابطه‌های منفی یا مثبت مناسب نیست [۱].

## ۲. ضریب توافق $C^2$

موقعی که هر دو توزیع را متغیرهای ناپیوسته تشکیل می‌دهند از ضریب توافق برای اندازه گیری همبستگی موجود بین متغیرها استفاده می‌کنیم، وسیله مناسب برای آزمون معنی دار بودن در این حالت استفاده از خی دو می‌باشد. موقعی که ارتباطی بین متغیرها وجود دارد و معنی دار بودن آن را به وسیله خی دو تعیین می‌کنیم، این ارتباط را می‌توانیم با بکار بردن ضریب همبستگی

۱- مربی گروه آمار دانشگاه بیرجند

۲- Contingency Coefficient

بالای  $\phi$  اساساً کمتر از یک می باشد. بیشینه مقدار  $\phi$  برای یک جدول چهارخانه معین بستگی به ترکیب نسبت های کناری جدول دارد [۳] و از فرمول زیر بدست می آید:

$$\phi_{Max} = \sqrt{\frac{p_i q_j}{q_i p_j}}, \quad p_i \geq p_j, \quad i \neq j$$

موقعی که ضریب فی را مشابه  $I$  بعنوان ضریب همبستگی تفسیر می کنیم، باید توجه کنیم که اگر مقدار عددی هر یک از توزیع های سطر یا ستون در اختیار باشند، این ضریب مقدار  $I$  را کمتر از حد معمول تخمین می زند. برای اینکه این برآورد خیلی کوچک  $\phi$  را جبران کنیم، می توانیم از رابطه زیر استفاده کنیم:

$$r = \sin(\phi^{90^\circ})$$

#### ۴. ضریب $V$ کرامر

یک شاخص همخوانی برای جداول  $k \times l$  که ماکزیمم مقدار آن به تعداد طبقه متغیرها بستگی ندارد،  $V$  کرامر است. این مشخصه آماری ناپارامتری در حقیقت تعمیم ضریب فی است. مقدار آن بدون توجه به مقادیر  $k, l$  همیشه بین صفر و یک قرار دارد [۲]. ضریب  $V$  کرامر به صورت زیر تعریف می شود:

$$V = \sqrt{\frac{\chi^2}{N \cdot \text{Min}\{(l-1), (k-1)\}}}$$

باید توجه داشت که اگر  $k = l = 2$  باشد، مقدار ضریب فی با ضریب  $V$  کرامر مساوی خواهد شد.

#### ۵. ضریب $T$ چوپروف

این شاخص همخوانی نیز برای جداول  $k \times l$  تعریف می شود. مقدار آن بدون توجه به مقادیر  $k, l$  همیشه بین صفر و یک قرار دارد [۲]. ضریب  $T$  چوپروف به صورت زیر تعریف می شود:

$$T = \sqrt{\frac{\chi^2}{N \sqrt{(k-1)(l-1)}}}$$

ضرایب  $V$  کرامر و  $T$  چوپروف تقریباً مشابه هستند، در جداول مربعی تقریباً  $V = T$  و برای جداول مستطیلی  $V > T$  است.

که در آن  $K$  تعداد طبقات در جداول مربعی می باشد. در جداول مستطیلی  $K$  طبقات متغیر با طبقات کمتر می باشد. برای جدول  $2 \times 2$  حداکثر مقدار  $C$  مساوی  $0.707$  می باشد، و برای جدول  $4 \times 4$  این مقدار برابر  $0.866$  است. در جدول  $10 \times 10$  حداکثر مقدار  $C$  مساوی  $0.947$  و برای یک جدول  $30 \times 30$  مساوی  $0.982$  می شود. با آوردن این مثال ها، روشن می شود که مقایسه  $C$  برای جدول  $2 \times 2$  با مقایسه  $C$  برای  $3 \times 3$ ،  $2 \times 4$  و یا  $5 \times 6$  متناسب نمی باشد. ولی می توانیم تصحیحی در گروه بندی ها با تقسیم کردن مقدار محاسبه شده  $C$  بر حداکثر مقدار  $C$  برای تعداد بخصوصی از طبقات انجام دهیم. وقتی جدول پیشابندی تخمین قابل قبولی از  $I$  محسوب می شود که تعداد طبقات زیاد باشند (یعنی  $5 \times 5$  یا بیشتر)، تعداد مشاهدات در نمونه بزرگ باشد، متغیرها را بتوان به درستی به چند طبقه دسته بندی کرد. اگر حصول این شرایط امکان پذیر نباشند، شاید مناسب تر باشد تا داده ها را به صورت جدول  $2 \times 2$  ترکیب و به محاسبه ضریب فی یا ضریب چهارخانه ای بپردازیم. [۲]

#### ۳. ضریب فی<sup>۱</sup>

ضریب فی فقط موقعی که یک جدول چهارخانه ای داریم مورد استفاده قرار می گیرد. در این روش برای محاسبه میزان ارتباط ضرورتی ندارد که یک یا هر دو خصیصه به صورت متغیرهای پیوسته باشند، ولی در عین حال متغیرها باید به صورت دو ارزشی اندازه گیری شده باشند [۳ و ۱]. اما اگر هدف این است که  $\phi$  بعنوان تخمینی از ضریب پیرسن ( $I$ ) بکار برده شود، باید هر دو توزیع نرمال باشند. جدول پیش آیندی زیر را در نظر بگیرید:

|           | ۱     | ۲     | جمع سطری |
|-----------|-------|-------|----------|
| ۱         | $a$   | $b$   | $a+b$    |
| ۲         | $c$   | $d$   | $c+d$    |
| جمع ستونی | $a+c$ | $b+d$ | $N$      |

ضریب فی با استفاده از فرمول ذیل برای جدول پیش آیندی فوق قابل محاسبه می باشد:

$$\phi = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}}$$

که در آن  $a, b, c, d$  فراوانی های مشاهده شده در یک جدول چهارخانه ای می باشند. ضرایب  $C, \phi$  بسیار شبیه یکدیگر هستند و همیشه  $\phi$  بزرگتر از  $C$  است. در بیشتر کاربردهای پژوهشی حد

صفر خواهد بود که فراوانی‌ها در چهار خانه، تقریباً به طور یکسان توزیع شوند. بر این اساس به مطالعه ضرایب معرفی شده می‌پردازیم. اگر  $ad - bc = 0$  یا به عبارتی  $ad = bc$  باشد در حالتی هم که  $ad - bc \gg 0$  یا به عبارتی  $bc$  تقریباً صفر باشد:

$$r_{11} = |\cos(\pi)| = 1$$

9

$$r_{12} = |\sin(\pi/2)| = 1$$

در حالتی هم که  $ad - bc \ll 0$  یا به عبارتی  $ad$  تقریباً صفر باشد:

$$r_{11} = |\cos(\pi)| = 1$$

9

$$r_{12} = |\sin(-\pi/2)| = 1$$

بنابراین ضرایب معرفی شده از سازگاری خوبی با مطالب تئوری مطرح شده از خود نشان می‌دهد.

## ۷. بررسی عملی توانایی ضرایب همخوانی

### مطرح شده

برای این منظور حالات مختلفی را برای مقادیر هر چهار خانه در نظر می‌گیریم و در مورد هر یک به محاسبه ضرایب چهارخانه ای  $r_{11}$  و ضرایب چهارخانه ای جدید معرفی شده می‌پردازیم. نتایج در جداول یک و دو ارائه شده‌اند، همان‌طور که در جدول یک ملاحظه می‌شود ابتدا حالتی را در نظر گرفته‌ایم که مقدار هر چهار خانه یکسان است که این نشان دهنده پایین‌ترین همخوانی بین دو متغیر می‌باشد زیرا  $ad - bc = 0$  است. مقدار محاسبه شده توسط ضرایب جدید مانند ضرایب چهارخانه ای  $r_{11}$  این عدم همخوانی را به خوبی نشان می‌دهد. در ادامه مقادیر را طوری تغییر داده‌ایم که از حالت عدم وجود همخوانی به همخوانی کامل نزدیک شویم با ملاحظه ضرایب متوجه می‌شویم که آن نیز به خوبی این مطلب را با مقادیرش که در حال نزدیک شدن به یک می‌باشد نشان می‌دهد. مطلبی که وجود دارد این است که در هر مرحله ضرایب چهارخانه ای جدید ( $r_{12}$ ) این میزان همخوانی رو به رشد ایجاد شده را بیشتر از  $r_{11}$  تشخیص می‌دهند. (جدول ۱)

در جدول ۲ نیز ابتدا کار را از حالت عدم وجود همخوانی بین دو متغیر شروع نموده و روند ایجاد همخوانی بین دو متغیر را پیش می‌گیریم، با این تفاوت که در جدول ۱ ایجاد همخوانی با افزایش مقادیر خانه‌های (۱و۱) و (۲و۲) و کاهش مقادیر خانه‌های (۱و۲) و (۲و۱) صورت می‌گرفت ولی در جدول ۲ ایجاد همخوانی با افزایش مقادیر خانه‌های (۱و۲) و (۲و۱) و کاهش مقادیر خانه‌های (۱و۱)

## ۶. ضریب چهارخانه ای ( $r_{11}$ )<sup>۱</sup>

اگر بخواهیم رابطه بین دو متغیر را موقعی که هیچ‌یک از آنها به جز با مقیاس اسمی قابل اندازه‌گیری نباشند و فقط دو نوع طبقه‌بندی مناسب باشد را تعیین کنیم، از ضریب چهارخانه ای می‌توانیم به عنوان روشی مطلوب و مطمئن استفاده کنیم. این روش را می‌توان فقط با جدول  $2 \times 2$  بکار برد. مفروضه‌هایی که بکار بردن این ضریب را تعیین می‌کنند عبارتند از اینکه هر دو متغیر، در دو طبقه‌بندی پیوسته قرار بگیرند و به طور نرمال توزیع شده باشند. بعلاوه، باید این مفروضه را قبول کنیم که رابطه بین دو متغیر رابطه ای خطی است [۱]. فرمول محاسبه ضریب همبستگی چهارخانه ای از یک رشته عبارات بسیار پیچیده تشکیل شده است [۵] و [۶]، اما اگر دو طبقه‌بندی تقریباً بطور مساوی در وسط توزیع تقسیم شده باشند، فرمول زیر برآورد خوبی برای  $r_{11}$  می‌باشد:

$$r_{11} = \left| \cos\left(\frac{\pi}{1 + \sqrt{bc/ad}}\right) \right|$$

در اینجا  $d, c, b, a$  فراوانی‌های خانه‌های یک جدول چهارخانه ای می‌باشند. در این ضریب وقتی که  $ad - bc = 0$  باشد ارتباطی بین دو متغیر اسمی وجود ندارد و در صورتی که  $ad - bc \neq 0$  باشد همخوانی بین دو متغیر وجود دارد. در ضریب چهارخانه ای که معرفی نمودیم از این ایده که برد تابع مثلثاتی کسینوس بین ۱- و ۱ است استفاده شده است. ما نیز از همین ایده استفاده می‌نماییم و به تعریف ضرایب چهارخانه ای جدید می‌پردازیم. آنرا با  $r_{12}$  مشخص می‌نماییم و به صورت زیر به معرفی آن می‌پردازیم:

$$r_{11} = \left| \cos\left(\pi \cdot \frac{\sqrt{ad}}{\sqrt{ad} + \sqrt{bc}}\right) \right|$$

9

$$r_{12} = \left| \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{ad - bc}{ad + bc}\right) \right|$$

در هر جدول چهارخانه ای وقتی که  $ad - bc = 0$  باشد مینیمم همخوانی بین دو متغیر و در حالاتی که  $ad - bc \gg 0$  یا  $ad - bc \ll 0$  با ماکزیمم همخوانی بین دو متغیر روبرو خواهیم بود. در حالتی  $ad - bc$  بسیار متفاوت از صفر خواهد بود که بیشتر فراوانی‌ها در خانه‌های (۱و۱) و (۲و۲) یا خانه‌های (۱و۲) و (۲و۱) جدول چهارخانه ای قرار گیرند و در حالاتی  $ad - bc$  نزدیک به

$$r_{G\gamma} = \left| \cos\left(\pi \cdot \frac{\sum_{i \neq j}^L a_{ii} a_{jj}}{\sum_{i \neq j}^L a_{ii} a_{jj} + \sum_{i < j, j \neq k} a_{ij} a_{ik}}\right) \right|$$

$$r_{G\delta} = \left| \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\sum_{i \neq j}^L a_{ii} a_{jj} - \sum_{i < j, j \neq k} a_{ij} a_{ik}}{\sum_{i \neq j}^L a_{ii} a_{jj} + \sum_{i < j, j \neq k} a_{ij} a_{ik}}\right) \right|$$

که در آنها  $a_{ij}$  فراوانی خانه سطر  $i$  ام و ستون  $j$  ام جدول پیش‌آیندی حاصل از دو متغیر می باشد. این ضرایب که اعدادی بین ۰ و ۱ هستند را به عنوان ضرایب عمومی همخوانی بین دو متغیر معرفی می‌نماییم. در ضرایب  $r_{G1}, r_{G2}$  در حالتی که  $\sum_{i=1}^L a_{ii} - 2 \sum_{i < j, j \neq k} a_{ij} a_{ik} = 0$  متغیر را خواهیم داشت و در حالتی که بین این دو جزء اختلاف زیادی باشد یا به عبارتی

$$\prod_{i=1}^L a_{ii} - 2 \sum_{i < j, j \neq k} a_{ij} a_{ik} \gg 0$$

یا

$$\prod_{i=1}^L a_{ii} - 2 \sum_{i < j, j \neq k} a_{ij} a_{ik} \ll 0$$

باشد همخوانی به ماکزیمم خود نزدیک خواهد شد و در حالتی که  $\sum_{i=1}^L a_{ii} = 2 \sum_{i < j, j \neq k} a_{ij} a_{ik}$  یا  $\prod_{i=1}^L a_{ii} = 0$  باشند همخوانی برابر ماکزیمم مقدار خود یعنی یک خواهد شد. برای ضرایب  $r_{G\delta}, r_{G\gamma}$  نیز با استدلال مشابهی می توان سازگاری آنها را با مطالب تئوری نشان داد.

### ۹. مقایسه توانایی ضرایب چندخانه ای جدید

برای این منظور حالات مختلفی را برای مقادیر خانه های یک جدول فرضی  $3 \times 3$  در نظر می گیریم و در هر مورد به محاسبه ضرایب چند خانه ای معرفی شده می پردازیم. بدین ترتیب توانایی آنها در مقابل یکدیگر براحتی قابل مقایسه خواهد بود. (جدول ۴)

در جدول فراوانی ها را طوری در نظر می گیریم که از وضعیت عدم وجود ارتباط به وضعیت ارتباط کامل برسیم و برای هر مورد به محاسبه هر چهار ضرایب می پردازیم. همان طور که در جدول ۴ ملاحظه می شود ضرایب  $r_{G1}, r_{G2}$  در حالت عدم وجود ارتباط (وضعیت اول) به اشتباه وجود ارتباط را نشان می دهند در حالی که

و (۲ و ۲) انجام می شود. در این جدول نیز ملاحظه می کنیم ضریب چهارخانه ای جدید ( $r_{T2}$ ) این میزان همخوانی رو به رشد ایجاد شده را بیشتر از  $r_{T1}$  ارزیابی می نماید. (جدول ۲)

برای درک بهتر توانایی ضریب چهارخانه ای جدید نمودار ۱ را رسم نموده ایم. همانطور که در نمودار ۱ مشاهده می شود ضریب جدید ( $r_{T2}$ ) در تمام موارد میزان همخوانی را بیشتر از  $r_{T1}$  تشخیص داده است.

به منظور مقایسه توانایی کلیه ضرایب مطرح شده جدول ۳ را در ادامه ارائه می نماییم. جدول ۳ شبیه جدول شماره ۱ می باشد. با این تفاوت که سایر ضرایب همخوانی نیز در آن ارائه شده است. (جدول ۳)

همانطور که ملاحظه می شود در تمام موارد، ضریب چهارخانه ای جدید ( $r_{T2}$ ) از توانایی بالاتری در تشخیص همخوانی بین دو متغیر برخوردار است. ضریب  $\phi$  نسبت به  $C$  در تمام موارد همخوانی را بیشتر تشخیص می دهد و ضرایب  $V, T$  نیز در اکثر موارد همخوانی را بیشتر از  $\phi$  تشخیص می دهند که در نمودار یک کاملاً مشخص می باشد.

از ضریب جدید چهارخانه ای برای متغیرهای ترتیبی نیز می توان استفاده نمود، البته به این صورت که قدممطلق از فرمولها حذف شود تا ضریب بتواند علاوه بر مقدار جهت ارتباط را هم مشخص نماید. (نمودار ۱)

### ۸. ضرایب چند خانه ای<sup>۱</sup>

برای تعمیم ضرایب چهار خانه ای به حالت کلی تر، یعنی متغیرهای اسمی  $L$  سطحی ( $L > 2$ ) فرمولهای زیر را ارائه می نماییم:

$$r_{G1} = \left| \cos\left(\pi \cdot \frac{\prod_{i=1}^L a_{ii}}{\prod_{i=1}^L a_{ii} + 2 \sum_{i < j, j \neq k} a_{ij} a_{ik}}\right) \right|$$

$$r_{G2} = \left| \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\prod_{i=1}^L a_{ii} - 2 \sum_{i < j, j \neq k} a_{ij} a_{ik}}{\prod_{i=1}^L a_{ii} + 2 \sum_{i < j, j \neq k} a_{ij} a_{ik}}\right) \right|$$

تشخیص وجود ارتباط کامل از خود نشان می دهند. بنابراین در مجموع با توجه به بررسی چهار ضریب در حالات مختلف، در عمل استفاده از ضرایب  $r_{G_4}, r_{G_3}$  توصیه می شود.

ضرایب  $r_{G_4}, r_{G_3}$  به درستی عدم وجود ارتباط را مشخص می کنند. در حالات میانی با اینکه به آرامی به ارتباط کامل نزدیک می شویم ولی  $r_{G_2}, r_{G_1}$  با سرعت غیر قابل قبولی به یک نزدیک می شوند که این مطلب دلیلی بر عدم کفایت آنهاست. در حالت وجود ارتباط کامل (وضعیت آخر) هر چهار ضریب توانایی خوبی در

جدول یک - مقایسه میزان توانایی ضرایب  $r_{I_1}, r_{I_2}$

| A  | B  | C  | D  | $r_{I_1}$ | $r_{I_2}$ |
|----|----|----|----|-----------|-----------|
| ۱۵ | ۱۵ | ۱۵ | ۱۵ | ۰/۰۰۰۷۹۶  | ۰/۰۰۰۷۹۶  |
| ۱۶ | ۱۴ | ۱۴ | ۱۶ | ۰/۱۰۳۶۸   | ۰/۲۰۶۱۲   |
| ۱۷ | ۱۳ | ۱۳ | ۱۷ | ۰/۲۰۷۰۳   | ۰/۳۹۹۷۲   |
| ۱۹ | ۱۱ | ۱۱ | ۱۹ | ۰/۴۰۵۸۱   | ۰/۷۰۳۹۵   |
| ۲۱ | ۹  | ۹  | ۲۱ | ۰/۵۸۶۸۸   | ۰/۸۸۲۸۸   |
| ۲۳ | ۷  | ۷  | ۲۳ | ۰/۷۴۲۳۳   | ۰/۹۶۴۳۶   |
| ۲۵ | ۵  | ۵  | ۲۵ | ۰/۸۶۵۳۶   | ۰/۹۹۲۵۲   |
| ۲۷ | ۳  | ۳  | ۲۷ | ۰/۹۵۰۶۱   | ۰/۹۹۹۲۰   |
| ۲۸ | ۲  | ۲  | ۲۸ | ۰/۹۷۷۸۴   | ۰/۹۹۹۸۵   |
| ۲۹ | ۱  | ۱  | ۲۹ | ۰/۹۹۴۳۶   | ۰/۹۹۹۹۹   |
| ۳۰ | ۰  | ۰  | ۳۰ | ۱/۰۰۰۰۰   | ۱/۰۰۰۰۰   |

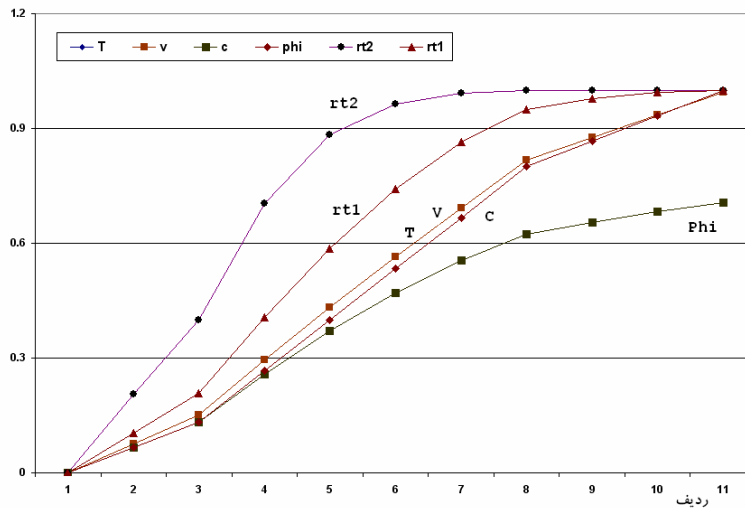
جدول دو - مقایسه میزان توانایی ضرایب  $r_{I_1}, r_{I_2}$

| A  | B  | C  | D  | $r_{I_1}$ | $r_{I_2}$ |
|----|----|----|----|-----------|-----------|
| ۱۵ | ۱۵ | ۱۵ | ۱۵ | ۰/۰۰۰۷۹۶  | ۰/۰۰۰۷۹۶  |
| ۱۴ | ۱۶ | ۱۶ | ۱۴ | ۰/۱۰۵۲۷   | ۰/۲۰۷۶۸   |
| ۱۳ | ۱۷ | ۱۷ | ۱۳ | ۰/۲۰۸۵۹   | ۰/۴۰۰۵۸   |
| ۱۱ | ۱۹ | ۱۹ | ۱۱ | ۰/۴۰۷۲۷   | ۰/۷۰۵۰۸   |
| ۹  | ۲۱ | ۲۱ | ۹  | ۰/۵۸۸۱۷   | ۰/۸۸۳۶۳   |
| ۷  | ۲۳ | ۲۳ | ۷  | ۰/۷۴۳۳۹   | ۰/۹۶۴۷۸   |
| ۵  | ۲۵ | ۲۵ | ۵  | ۰/۸۶۶۱۶   | ۰/۹۹۲۷۲   |
| ۳  | ۲۷ | ۲۷ | ۳  | ۰/۹۵۱۱۱   | ۰/۹۹۹۲۷   |
| ۲  | ۲۸ | ۲۸ | ۲  | ۰/۹۷۸۱۷   | ۰/۹۹۹۸۷   |
| ۱  | ۲۹ | ۲۹ | ۱  | ۰/۹۹۴۵۳   | ۰/۹۹۹۹۹   |
| ۰  | ۳۰ | ۳۰ | ۰  | ۱/۰۰۰۰۰   | ۱/۰۰۰۰۰   |

جدول سه - مقایسه میزان توانایی ضرایب مورد بررسی

| ردیف | A  | B  | C  | D  | $r_{t1}$ | $r_{t2}$ | $\phi$  | C       | V       | T       |
|------|----|----|----|----|----------|----------|---------|---------|---------|---------|
| ۱    | ۱۵ | ۱۵ | ۱۵ | ۱۵ | ۰/۰۰۰۷۹۶ | ۰/۰۰۰۷۹۶ | ۰/۰۰۰۰  | ۰/۰۰۰۰۰ | ۰/۰۰۰۰۰ | ۰/۰۰۰۰۰ |
| ۲    | ۱۶ | ۱۴ | ۱۴ | ۱۶ | ۰/۱۰۳۶۸  | ۰/۲۰۶۱۲  | ۰/۰۶۶۶۷ | ۰/۰۶۶۵۲ | ۰/۰۷۶۰۹ | ۰/۰۷۶۰۹ |
| ۳    | ۱۷ | ۱۳ | ۱۳ | ۱۷ | ۰/۲۰۷۰۳  | ۰/۳۹۹۱۲  | ۰/۱۳۳۳۳ | ۰/۱۳۲۱۶ | ۰/۱۵۰۴۴ | ۰/۱۵۰۴۴ |
| ۴    | ۱۹ | ۱۱ | ۱۱ | ۱۹ | ۰/۴۰۵۸۱  | ۰/۷۰۳۹۵  | ۰/۲۶۶۶۷ | ۰/۲۵۷۶۶ | ۰/۲۹۴۳۱ | ۰/۲۹۴۳۱ |
| ۵    | ۲۱ | ۹  | ۹  | ۲۱ | ۰/۵۸۶۸۸  | ۰/۸۸۲۸۸  | ۰/۴۰۰۰۰ | ۰/۳۷۱۳۹ | ۰/۴۳۲۲۹ | ۰/۴۳۲۲۹ |
| ۶    | ۲۳ | ۷  | ۷  | ۲۳ | ۰/۷۴۲۳۳  | ۰/۹۶۴۳۶  | ۰/۵۳۳۳۳ | ۰/۴۷۰۵۹ | ۰/۵۶۴۹۶ | ۰/۵۶۴۹۶ |
| ۷    | ۲۵ | ۵  | ۵  | ۲۵ | ۰/۸۶۵۳۶  | ۰/۹۹۲۵۲  | ۰/۶۶۶۶۷ | ۰/۵۵۴۷۰ | ۰/۶۹۲۸۳ | ۰/۶۹۲۸۳ |
| ۸    | ۲۷ | ۳  | ۳  | ۲۷ | ۰/۹۵۰۶۱  | ۰/۹۹۹۲۰  | ۰/۸۰۰۰۰ | ۰/۶۲۴۷۰ | ۰/۸۱۶۳۲ | ۰/۸۱۶۳۲ |
| ۹    | ۲۸ | ۲  | ۲  | ۲۸ | ۰/۹۷۷۸۴  | ۰/۹۹۹۸۵  | ۰/۸۶۶۶۷ | ۰/۶۵۴۹۳ | ۰/۸۷۶۵۵ | ۰/۸۷۶۵۵ |
| ۱۰   | ۲۹ | ۱  | ۱  | ۲۹ | ۰/۹۹۴۳۶  | ۰/۹۹۹۹۹  | ۰/۹۳۳۳۳ | ۰/۶۸۲۳۲ | ۰/۹۳۵۸۱ | ۰/۹۳۵۸۱ |
| ۱۱   | ۳۰ | ۰  | ۰  | ۳۰ | ۱/۰۰۰۰۰  | ۱/۰۰۰۰۰  | ۱/۰۰۰۰۰ | ۰/۷۰۷۱۱ | ۰/۹۹۴۱۶ | ۰/۹۹۴۱۶ |

نمودار ۱- مقایسه میزان توانایی ضرایب مورد بررسی



جدول چهار- مقایسه توانایی ضرایب چند خانه‌ای جدید

| $a_{11}$ | $a_{12}$ | $a_{13}$ | $a_{21}$ | $a_{22}$ | $a_{23}$ | $a_{31}$ | $a_{32}$ | $a_{33}$ | $r_{G1}$ | $r_{G2}$ | $r_{G3}$ | $r_{G4}$ |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| ۱۵       | ۱۵       | ۱۵       | ۱۵       | ۱۵       | ۱۵       | ۱۵       | ۱۵       | ۱۵       | ۰/۶۲۲۶۰  | ۰/۶۲۳۲۲  | ۱/۰۰۰۷۹۶ | ۰/۰۰۰۰۰  |
| ۲۰       | ۱۲       | ۱۲       | ۱۲       | ۲۰       | ۱۲       | ۱۲       | ۱۲       | ۲۰       | ۰/۹۳۳۱۴  | ۰/۹۳۳۴۳  | ۰/۵۷۲۶۷  | ۰/۵۷۳۳۲  |
| ۳۵       | ۱۰       | ۱۰       | ۱۰       | ۳۵       | ۱۰       | ۱۰       | ۱۰       | ۳۵       | ۰/۹۹۶۷۹  | ۰/۹۹۶۸۵  | ۰/۹۱۶۹۸  | ۰/۹۱۷۳۰  |
| ۴۰       | ۵        | ۵        | ۵        | ۴۰       | ۵        | ۵        | ۵        | ۴۰       | ۰/۹۹۹۶۶  | ۰/۹۹۹۶۸  | ۰/۹۸۷۶۹  | ۰/۹۸۷۸۲  |
| ۵۰       | ۰        | ۰        | ۰        | ۵۰       | ۰        | ۰        | ۰        | ۵۰       | ۱/۰۰۰۰۰  | ۱/۰۰۰۰۰  | ۱/۰۰۰۰۰  | ۱/۰۰۰۰۰  |

## مراجع

- [1] – Morehouse, C. A. and Stull, G. A., 1990, *Statistical Principles and Procedures with Applications for Physical Education*, Lea and Febiger Press, Philadelphia.
- [2] – Graham J.G. and Upton, 1978, *The Analysis of Cross-Tabulated Data*. John Wiley, New York.
- [3] – Hooman , H. A., 1998, *Categorical Data Analysis and Log-Linear Models in Scientific Reasearch*. State Management Training Center, Tehran.
- [4] – Joreskog, K. G., 1994, On the estimation of polychoric correlations and their asymptotic covariance matrix. *Psychometrika*, 59, 381-390.
- [5] – Olsson, U. , 1979. Maximum likelihood estimation of the polychoric correlation coefficient. *Psychometrika*, 44, 443-460.
- [6] – Siegel, S., 1956, *Nonparametric Statistics for Behavior Sciences*. John Wiley, New York.