

## همبستگی فضایی عیار عناصر طلا و نقره در منطقه قزل اوزن خلخال با روش زمین آماری

میثم یزدانی<sup>۱</sup>، فیروز علی نیا<sup>۲</sup>، محمد پارسا صدر<sup>۳</sup>

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۴/۲۸

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۱۰/۲۱

### چکیده:

هدف از این مطالعه تعیین و ارزیابی تغییرات عیار عناصر طلا و نقره با استفاده از روش های زمین آماری بوده است. این مطالعه در منطقه قزل اوزن خلخال، برای ۹۵ نمونه لیتوژئوشیمیایی انجام شده است. ابتدا داده های سانسور شده جایگزین شدند و سپس مقادیر خارج از ردیف داده ها با استفاده از نمودار جعبه ای و (Q-Q-Plot) شناسایی و با روش دورفل کاهش یافتند و در نهایت داده ها با تبدیل لگاریتمی و لگاریتمی سه متغیره نرمال شدند. پس از نرمال سازی، از تحلیل زمین آماری استفاده شد. مطالعات واریوگرافی نشان داد مدل کروی بهترین مدل برازش داده شده و دامنه وابستگی مکانی به ازای هر دو عنصر تقریباً ۲۵۰۰ متر است. در نهایت نقشه های تخمین و واریانس تخمین کرایگینگ با استفاده از روش زمین آماری کرایگینگ نقطه ای با مدل کروی در محیط نرم افزار (GS+) تهیه شد. ارزیابی نتایج با محاسبه مجذور میانگین توان دوم خطاها (RMSE) و میانگین خطا (MAE) نشان دهنده دقت قابل قبول مدل واریوگرام است. با بررسی نقشه های تخمین کرایگینگ و واریانس تخمین کرایگینگ، توزیع عیار طلا و نقره مشخص و مناطق عیار بالا معرفی شدند.

**واژه های کلیدی:** زمین آمار، داده های سانسور شده، کرایگینگ، مدل کروی.

### ۱ مقدمه

به طور معمول با خطای نظام دار همراه هستند، روش های زمین آمار اساساً نامایل و بدون چنین خطایی هستند. لازمه انجام پذیری کرایگینگ در هر فضایی، وجود ساختار فضایی در آن است که از راه رسم مدل واریوگرام حاصل می شود. امروزه زمین آمار به طور گسترده ای در مشخص کردن توزیع فضایی عیار در کانسارها به کار برده می شود. در این راستا تکنیک زمین آماری کرایگینگ با استفاده از داده های موجود و همبستگی فضایی بین آنها که توسط تابع کوواریانس و یا واریوگرام توصیف می شود، برای پیش بینی عیار در هر نقطه از کانسار به کار برده می شود.

در زمین آمار می توان بین مقادیر یک کمیت در جامعه نمونه ها و فاصله و جهت قرار گرفتن نمونه ها نسبت به یکدیگر ارتباط برقرار کرد. بنا براین در این روش ابتدا به بررسی وجود

زمین آمار برای اولین بار برای بررسی و محاسبه ذخایر کانسنگ مورد استفاده قرار گرفت و در حال حاضر به طور گسترده ای در خاک، آب شناسی، بوم شناسی و زمینه های دیگر استفاده می شود [۳۱، ۹، ۶]. روش های زمین آماری می تواند ابزار مفید، قابل اعتماد و مؤثری برای افزایش تعداد نقاط اندازه گیری در مناطقی که نمونه موجود نیست باشد و نیز تحلیل واریوگرام برای بررسی رابطه ساختاری است [۳۳، ۴۱]. درون یابی کرایگینگ به عنوان درون یابی مطلوب است و به طور گسترده مورد استفاده قرار می گیرد [۸، ۲۸، ۳۰، ۳۲، ۴۰].

بر خلاف برآوردهای مبتنی بر آمار کلاسیک که

<sup>۱</sup> کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

<sup>۲</sup> استادیار، دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

<sup>۳</sup> دکتری، دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

Hg را با استفاده از فنون زمین‌آمار و GIS مورد بررسی قرار دادند که کرایگینگ لگ‌نرمال و کرایگینگ عادی برای تهیه نقشه As، Cu، Pb و Hg مورد استفاده قرار گرفت [۳۸]. افراد زیادی در مطالعات خود برای تهیه نقشه‌های توزیع غلظت فلزات سنگین، روش‌های زمین‌آمار را مورد استفاده قرار دادند [۱۱، ۲۱، ۳۵].

چنیو و جینگرو برای تخمین عیار یک کانسار پلی‌متال از روش کرایگینگ انفصالی بهره گرفتند [۷]. آنها از مقایسه روش کرایگینگ انفصالی و کرایگینگ عادی به این نتیجه رسیدند که روش کرایگینگ انفصالی نسبت به کرایگینگ عادی نتایج واقع‌بینانه‌تری را ارائه می‌کند. همچنین محققان دیگری کرایگینگ انفصالی را در موارد متعددی برای انجام تخمین‌های زمین‌آمار به کار گرفته‌اند [۷، ۱۴، ۱۵، ۱۸].

## ۲ معرفی منطقه مورد مطالعه

منطقه مورد مطالعه در این پروژه شامل چهار منطقه کهل دشت، برندق، منامین و مندجین کمر، در مجموع به مساحت حدود ۱۶۰ کیلومترمربع در پهنه قزل‌اوزن است. وسعت محدوده اکتشافی کهل دشت ۳۸.۵ کیلومترمربع، محدوده برندق ۶۱.۵ کیلومترمربع، محدوده منامین ۲۶ کیلومترمربع و محدوده مندجین کمر ۳۴ کیلومترمربع است. این محدوده سراسر مرز جنوبی استان اردبیل را دربر می‌گیرد و با استان آذربایجان شرقی در غرب و استان زنجان در جنوب هم‌مرز است و در انتهای شمال باختری رشته کوه‌های طارم و باختر رشته کوه‌های طالش در شمال باختری کشور واقع است. ساختار زمین‌شناسی منطقه مشابه زون البرز باختری - آذربایجان است، به طوری که ردیفی از سنگ‌های توفی - توفیتی - رسوبی با میان‌لایه‌هایی از سنگ‌های گدازه‌ای با ستبرای بیش از سه هزار متر طی دوره ائوسن را در برمی‌گیرد. در دوره ائوسن پلتفرم آذربایجان مانند دیگر نقاط ایران در نتیجه جنبش‌های کششی شاهد فعالیت‌های ولکانیکی بوده، به طوری که در امتداد بازشدگی گسل میانه-اردبیل یک خط آتش‌فشانی به طول ۲۰۰ کیلومتر به وجود آمده است. عمده‌ترین

یا عدم وجود ساختار مکانی بین داده‌ها پرداخته می‌شود [۲۶، ۲۷، ۲۹]. تخمین زمین‌آمار شامل دو مرحله است: مرحله اول شناخت و مدل‌سازی ساختار مکانی متغیر ناحیه‌ای است که به وسیله تحلیل واریوگرام قابل بررسی است و مرحله دوم تخمین متغیر موردنظر به وسیله توابع زمین‌آمار از جمله کرایگینگ (که مقادیر متغیرها را با استفاده از داده‌های موجود همان متغیر تخمین می‌زند) است [۱۹].

امروزه به طور وسیعی از روش‌های مختلف زمین‌آمار برای پیش‌بینی تغییرات مکانی کیفیت آب زیرزمینی استفاده می‌شود [۴]. با استفاده از تکنیک زمین‌آمار، تغییرات مکانی کیفیت آب زیرزمینی در دشت بالارود را مورد بررسی قرار دادند. نتایج این محققان نشان داد که مدل کروی بهترین مدل جهت برازش بر روی واریوگرام تجربی متغیرهای شوری، کلر و سولفات است [۵]. [۱] تغییرات زمانی و مکانی نیترات در آب‌های زیرزمینی را به کمک روش‌های کرایگینگ و کوکرایگینگ مورد بررسی قرار دادند. نتایج آنها نشان داد که روش کوکرایگینگ باعث افزایش دقت در تخمین غلظت نیترات شده است [۱۲]. [۲] برای تخمین تغییرات سطح آب زیرزمینی در کشور هلند از کرایگینگ ساده استفاده نمودند و طبق نتایج این محققان کرایگینگ ساده روشی مناسب برای پایش و تهیه نقشه سطح آب زیرزمینی است [۱۷].

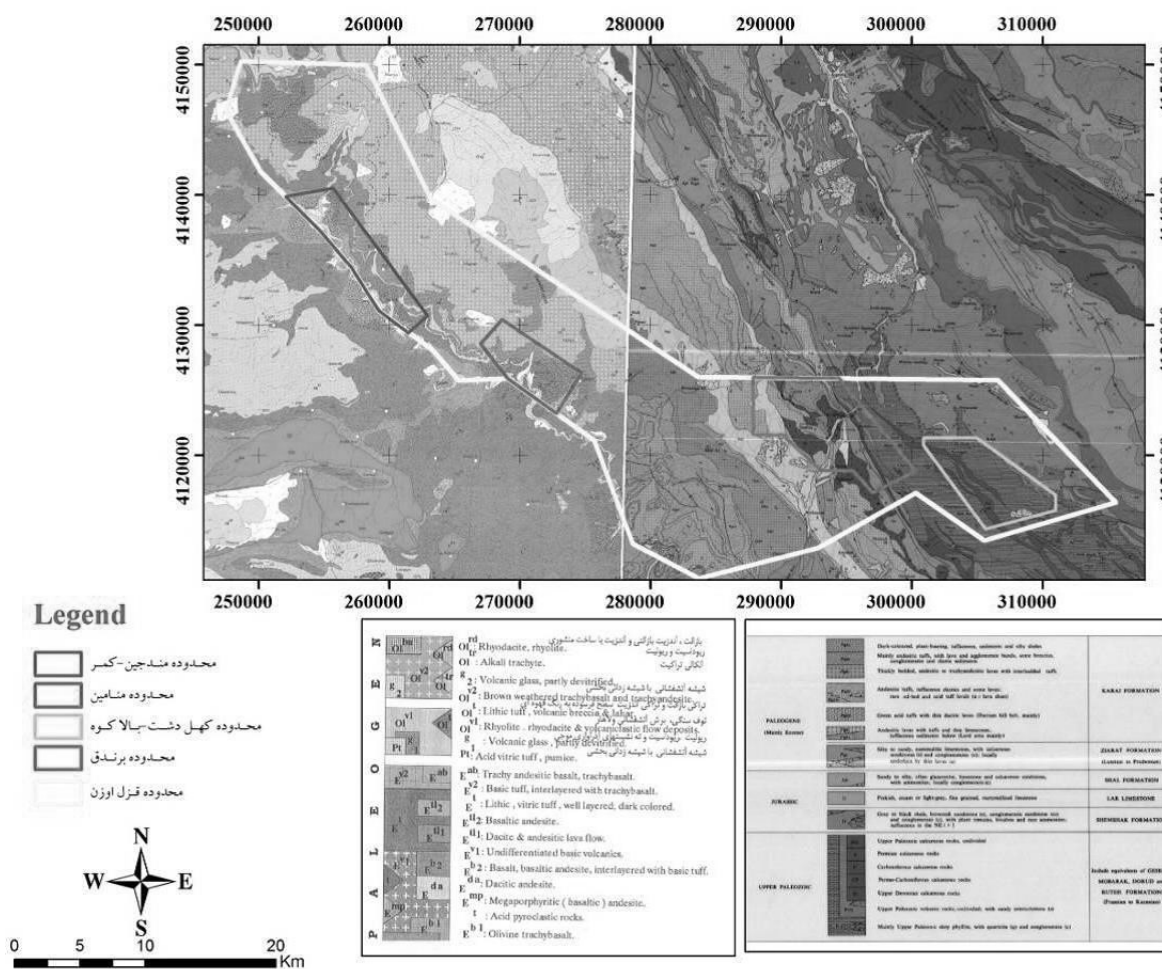
همچنین افراد زیادی مطالعات گسترده‌ای را در زمینه کاربرد زمین‌آمار در بررسی تغییرات مکانی فلزات سنگین انجام دادند [۱۶، ۲۲، ۲۵]. برای مثال در [۲] غلظت سرب، روی و کادمیم در خاک‌های حومه سپاهان شهر واقع در جنوب اصفهان را با استفاده از تحلیل زمین‌آمار مورد بررسی قرار دادند [۲].

[۱۸] مدل‌سازی توزیع مکانی هشت فلز سنگین حساس (آرسنیک، کادمیوم، کروم، مس، جیوه، نیکل، سرب و روی) را در خاک‌های سطحی اروپا با استفاده از ۱۵۸۸ نمونه زمین مرجع شده و با روش کرایگینگ رگرسیونی، انجام دادند و نیکویی برازش با استفاده از روش اعتبارسنجی متقابل<sup>۴</sup> ارزیابی شد [۲۳]. در چانگزینگ استان ژیانگ چین با بررسی ۶۵۵ نمونه خاک، تغییرات مکانی عناصر As، Cr، Cu، Pb، Cd و

<sup>۴</sup> Cross validation

عبارت‌اند از: پهنه دگرسانی کجل- شمس‌آباد، پهنه دگرسانی مندجین، پهنه دگرسانی گاو- کمر، پهنه دگرسان نیمهپل و بالأخره پهنه دگرسانی جیزوان. محدوده‌های اکتشافی مورد مطالعه بر روی قسمتی از نقشه‌های زمین‌شناسی هشتجین و ماسوله در مقیاس ۱:۱۰۰۰۰۰ واقع شده‌اند. در شکل ۱ جانمایی محدوده‌های مورد مطالعه بر روی نقشه مذکور نشان داده شده است.

پدیده آلتراسیون در حاشیه دو طرف رودخانه قزل‌اوزن به‌ویژه در نواحی روستاهای جیزوان، ترستان، نیمهپل، گاو، کمر، مندجین، شمس‌آباد و کجل به وجود آمده‌اند. آلتراسیون از نوع کائولینیتی شدن، سیلیسی شدن، پیریتی شدن، سریسیتی شدن، آرژیلیک، پروپیلیتیک و کلریتی همراه با مقادیر قابل توجهی گوگرد است. در حاشیه دو طرف رودخانه قزل‌اوزن حد اقل ۵ زون آلتراسیون گسترش چشمگیری دارند که این زون‌ها



شکل ۱. موقعیت پهنه قزل‌اوزن بر روی نقشه‌های ۱:۱۰۰۰۰۰ ماسوله و هشتجین

در ابتدا پارامترهای آماری توسط نرم‌افزار SPSS 22 مورد محاسبه قرار گرفت. لیکن با توجه به این موضوع که مهم‌ترین مبحث در تحلیل داده‌های ژئوشیمیایی جدایش آنومالی از زمینه و نشان دادن مناطق پتانسیل بالا است و نمی‌توان فقط با استفاده از اطلاعات زمین‌شناسی و روش‌های سنتی مناطق آنومال را با دقت بالا مشخص کرد، از این رو برای مشخص کردن مناطق

روش تحقیق ۳ در این تحقیق از داده‌های مربوط به ۹۵ نمونه لیتوژئوشیمیایی برداشت شده در منطقه قزل‌اوزن که با استفاده از دستگاه ICP-MS مورد تحلیل قرار گرفتند، استفاده شد. در این قسمت از داده‌هایی که توسط یکی از شرکت‌های مهندسی مشاور اکتشافی در سال ۹۵ از منطقه مورد مطالعه برداشت شد، استفاده گردید.

### ۳ روش تحقیق

- پتانسیل بالا از روش زمین آمار استفاده شده است.
- کرایگینگ ساده
- هدف از این مطالعه، شناسایی مناطق پتانسیل بالا و ارتباط آنها با کانی‌زایی با استفاده از روش زمین آمار بر پایه داده‌های به‌دست آمده از برداشت لیتوژئوشیمیایی در منطقه قزل‌اوزن و با استفاده از نرم‌افزارهای Arc GIS، Matlab، GS+، SPSS و EXCEL است.
- کرایگینگ عادی
- به‌ازای هر عنصر، مدل‌های مختلفی از واریوگرام مورد آزمایش قرار گرفت. معیارهای اعتبارسنجی ما را قادر به انتخاب بهترین مدل با کمترین خطای تخمین (RMSE) می‌کند [۲۹].
- کرایگینگ بلوک
- کرایگینگ مشترک
- کرایگینگ مفصل

در این مطالعه از کرایگینگ نقطه‌ای استفاده شد، کرایگینگ نقطه‌ای برای درون‌یابی و تحلیل فضایی عناصر مورد استفاده قرار گرفت.

بر خلاف روش‌های آمار کلاسیک، روش‌های زمین‌آمار ضمن در نظر گرفتن موقعیت مکانی نقاط و ارتباط بین آنها از کارایی بیشتری برای تحلیل توزیع فلزات سنگین برخوردار هستند. این روش‌ها قادر به مدل‌سازی مناسب زمانی و مکانی جهت توصیف متغیر ناحیه‌ای، با در نظر گرفتن مؤلفه‌های تغییرپذیری ساختاری و تصادفی هستند. اساس این روش‌ها تخمین مقدار نامعلوم متغیر مکانی  $Z$  به‌عنوان یک عدد تصادفی با یک توزیع احتمالاتی مشخص در نقطه‌ای دلخواه از منطقه مورد مطالعه است. در زمین‌آمار، تحلیل ساختار تغییرات مکانی متغیرها با استفاده از واریوگرام صورت می‌گیرد. واریوگرام، تغییرات فاصله‌ای یا ساختار تغییرپذیری یک متغیر خاص را نشان می‌دهد و از ابزارهای اساسی زمین‌آمار جهت بررسی تغییرات مکانی خصوصیات خاک است. محاسبه واریوگرام به‌صورت رابطه (۱) خواهد بود [۳، ۱۳، ۲۴].

$$\gamma_i(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [z(x_i) - z(x_i + h)]^2 \quad (1)$$

که در آن،  $\gamma_i(h)$  نیم‌واریوگرام،  $N(h)$  تعداد زوج نمونه‌هایی که به فاصله  $h$  از هم جدا می‌شوند،  $z(x_i)$  نقطه  $z$  در موقعیت  $x$  و  $z(x_i + h)$  موقعیت نقطه  $z$  در فاصله  $h$  است.

تحلیل همبستگی مکانی بر اساس ساختار واریوگرام‌ها صورت می‌گیرد که وجود همبستگی مکانی را در بین متغیرها تعیین می‌کنند. واریوگرام‌ها برای تعیین درجه همبستگی و دامنه همبستگی مکانی مورد استفاده قرار می‌گیرند. هر واریوگرام

## ۴ زمین آمار

زمین‌آمار می‌تواند به‌عنوان مجموعه‌ای از تکنیک‌ها یا ابزار مورد استفاده برای تخمین یا پیش‌بینی عیار یک فاصله یا زمان توزیع متغیر تعریف شود. برای تحلیل داده‌های نمونه، توسعه مدل‌های واریوگرام و تولید نقشه‌های کرایگینگ شده استفاده می‌شود [۲۶، ۲۷، ۲۹]. کرایگینگ عادی (بهترین تخمین گر ناریب خطی)، به دلیل مجذور میانگین خطای صفر آن، به‌صورت وسیعی در زمین‌آمار جهت تخمین بهینه از متغیرهایی در زمین‌شناسی، آب‌شناسی، علوم محیط‌زیست و جاهای دیگر که در آن درون‌یابی فضایی داده‌ها مورد نیاز است استفاده می‌شود. کرایگینگ دارای دو وظیفه اصلی است:

۱. برای تعیین کمیت ساختار فضایی داده‌ها

۲. تخمین و پیش‌بینی نقاط داده‌هایی که مجهول هستند.

برای پیش‌بینی مقدار نامعلوم در یک نقطه داده شده با استفاده از مناسب‌ترین مدل واریوگرام، کرایگینگ یک تنظیم فضایی خوبی از داده‌ها و مقادیر اندازه‌گیری شده در اطراف نقطه تخمین می‌زند [۳۷].

در زمین‌آمار، تحلیل ساختار تغییرات مکانی متغیرها با استفاده از واریوگرام صورت می‌گیرد. واریوگرام، تغییرات فاصله‌ای یا ساختار تغییرپذیری یک متغیر خاص را نشان داده و از ابزارهای اساسی زمین‌آمار جهت بررسی تغییرات مکانی است. انواع کرایگینگ شامل:

اگر داده‌های سانسور شده تخمین زده شوند و جایگزین گردند، مقدار زمینه و شدت آنومالی‌ها دقیق‌تر محاسبه خواهد شد [۱]. دو روش برای جایگزین کردن مقادیر سانسور شده وجود دارد:

### روش جایگزینی ساده

در این روش، مقادیر بزرگ‌تر از حد حساسیت دستگاه در مرز بالایی را با  $4/3$  حد بالایی و مقادیر کمتر از حد حساسیت دستگاه در مرز پایینی را با  $4/3$  آن جایگزین می‌شود. اگر تعداد داده‌های سانسور شده در مقابل کل داده‌ها ناچیز باشد (کمتر از ۱۰ درصد) معمولاً از این روش استفاده می‌کنند [۱].

### روش ماکسیمم درست‌نمایی کوهن

ایده اصلی این روش آن است که مقادیر سانسور شده به وسیله میانگین مقادیری که به دلیل محدودیت دستگاه اندازه‌گیری به صورت سانسور شده محاسبه شده‌اند، جایگزین گردد. در این روش بر اساس داده‌های سانسور نشده، میانگین جامعه کل تخمین زده می‌شود و سپس از روی آن میانگین جامعه سانسور شده محاسبه می‌شود. در نهایت مقادیر سانسور شده با میانگین به دست آمده برای آنها تخمین زده می‌شود [۱]. به دلیل کم بودن داده‌های سانسور شده در این پروژه از روش جایگزینی ساده برای تخمین داده‌های سانسور شده استفاده شده است. همچنین به دلیل زیاد بودن مقدار داده‌های سانسور شده در برخی از دسته داده‌ها (بیش از ۵۰ درصد) از این داده‌ها صرف نظر شده است.

مقادیر خارج از رده به مقادیری اطلاق می‌شوند که بنا به دلایلی به گونه‌ای چشمگیر، خارج از جامعه اصلی قرار گرفته و خود را جدا از بقیه نمونه‌ها قرار داده‌اند. روش‌های مختلفی برای شناسایی مقادیر خارج از رده وجود دارد از آن جمله می‌توان به نمودار جعبه‌ای، Q-Q-Plot، روش محاسباتی  $X_A \geq \bar{X} + s.g$  و نمودار دورفل اشاره کرد.

مقادیر غیرعادی بالا که در واقع آنومالی‌ها و یا پیکره‌های کانسنگ پرعیار را شامل می‌شوند موجب ایجاد چولگی در نمودار نرمال می‌شود به همین دلیل در صورتی که مقادیر پرعیار قابل قبول نباشند به عنوان داده خارج از رده تشخیص داده می‌شوند و باید حذف یا تصحیح گردند [۳۴].

می‌تواند با سه پارامتر اثر قطعه‌ای، آستانه و دامنه توصیف شود [۱۰].

آمار توصیفی داده‌ها به منظور بررسی چگونگی توزیع آنها و دستیابی به خلاصه‌ای از اطلاعات آماری داده‌ها مورد نظر صورت گرفت. توزیع فراوانی داده‌ها به لحاظ تأثیری که روی تخمین به روش‌های زمین آماری دارد، دارای اهمیت زیادی است. به منظور انجام تحلیل‌های زمین آماری بایستی نمونه‌ها از توزیع نرمال تبعیت کنند.

## ۵ یافته‌ها

### ۱.۵ پیش‌پردازش و نرمال‌سازی داده‌ها

پیش‌پردازش روی داده‌های منطقه مورد مطالعه انجام شد که شامل جایگزینی داده‌های سانسور شده و مقادیر خارج از ردیف بود [۱]. به علت بالا یا پایین بودن حد حساسیت دستگاه‌های تحلیل؛ برخی نتایج تحلیل به صورت مقادیر کوچک‌تر یا بزرگ‌تر از حد حساسیت دستگاه ثبت می‌شوند که به این داده سانسور شده گویند [۳۶].

در عملیات اکتشاف ژئوشیمیایی به دلیل عدم تناسب بین حد حساسیت دستگاه‌های اندازه‌گیری غلظت عناصر و فراوانی آنها در طبیعت، معمولاً بخشی از داده‌ها به صورت اعدادی کوچک‌تر و یا بزرگ‌تر از یک مقدار معین که همان حد قابل ثبت دستگاه اندازه‌گیری است، گزارش می‌شوند. تکنیک‌های آماری موجود این امکان را به دست می‌دهند که چنانچه فقط بخشی از داده‌های مربوط به یک عنصر سانسور شده باشد، بتوان در مورد توزیع داده‌ها در زیر حد سانسور شده، تخمین‌های لازم را انجام داد. وجود داده‌های سانسور شده در بین یک سری داده می‌تواند بررسی‌های آماری را دچار اختلاف کند زیرا:

۱. روش‌های آماری نیاز به مجموعه کاملی از داده‌های سانسور نشده دارد.

۲. در مواردی که سنجش‌های نسبی صورت می‌گیرد مانند جداسازی زمینه از آنومالی، وجود داده‌های سانسور شده موجب ارزیابی‌های غیردقیق می‌شود.

[۱] جهت تصحیح مقادیر خارج از ردیف به صورت متداول از

روش‌های زیر استفاده می‌شود:

$$X_A \geq \bar{X} + S.g \quad (2)$$

که  $g$  حد آستانه مقادیر خارج از ردیف است که از نمودار دورفل به دست می‌آید. مقدار میانگین  $\bar{X}$  داده‌ها و  $S$  انحراف از معیار داده‌ها است. این کار تا آنجا انجام می‌گیرد که این رابطه دیگر صادق نباشد؛ بنا بر این آخرین مقدار محاسبه شده به جای همه مقادیر خارج از ردیف جایگزین می‌گردد [۱].

بدین منظور پس از بررسی داده‌ها و ترسیم نمودارهای نمودار جعبه‌ای و Q-Q مقادیر خارج از ردیف شناسایی و با روش دورفل تصحیح شدند (شکل ۴ و شکل ۱۰)؛ که بدین منظور روابط روش دورفل در نرم‌افزار متلب کدنویسی و سپس کد فوق برای داده‌های مورد نظر اجرا گردید و داده‌ها تصحیح شدند که بخش کوتاهی از کد مورد نظر در شکل ۳ نشان داده شده است.

نمودار جعبه‌ای نقره قبل و بعد از استفاده از روش دورفل در شکل ۴ و شکل ۵ نشان داده شده است. با توجه به این اشکال در می‌یابیم قبل از استفاده از روش دورفل نقاط پرت بسیار زیادی در داده‌ها وجود داشته است که پس از استفاده از این روش بسیار کاهش یافته‌اند. به این علت از روش دورفل استفاده شد که داده‌های حساس و آنومال که هدف مسائل اکتشافی است، حذف نگردند و همچنان به عنوان داده آنومال باقی بمانند.

برای تعیین وضعیت نرمال داده‌ها از بافت‌نگاشت، نمودار P-Q، Q-Q، پارامترهای چولگی و کشیدگی در نرم‌افزار SPSS استفاده شد؛ که در حالت نرمال؛ بافت‌نگاشت باید زنگوله‌ای شکل، نمودار P-P و Q-Q هر چه از نیمساز ربع اول انحراف کمتری داشته باشند به وضعیت نرمال نزدیک تر هستند و همچنین در حالت نرمال کشیدگی و چولگی به ترتیب باید ۰ و ۳ باشند و میانگین و میانه در حالت نرمال اختلاف ناچیزی با یکدیگر دارند [۱۹]. نمودار فراوانی، نمودار Q-Q و P-P عناصر طلا و نقره رسم شد (شکل ۶ تا شکل ۱۷) و پارامترهای آماری آنها مورد بررسی قرار گرفتند (جدول ۱) و در نهایت توزیع آنها مشخص شدند که طلا و نقره از خود توزیع نرمال نشان نمی‌دهند و باید با یک تبدیل به توزیع نرمال تبدیل شوند که در این مقاله از تبدیل لگاریتمی و تبدیل لگاریتمی سه‌متغیره استفاده شد. با اعمال تبدیل لگاریتمی

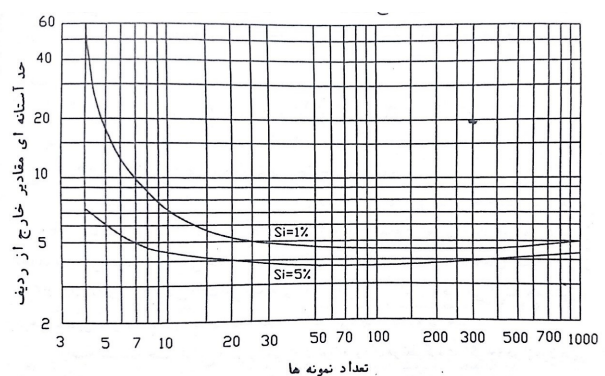
## روش دورفل:

یکی از متداول‌ترین روش‌ها برای تصحیح داده‌های خارج از ردیف است که با استفاده از یک نمودار با سطح معنی‌دار پنج درصد و یک درصد حد آستانه مقادیر خارج از ردیف مشخص می‌شوند [۱].

## روش کاهش بزرگ‌ترین مقدار به مقدار ماقبل از آن:

در این روش مقادیر خارج از ردیف را به بزرگ‌ترین مقداری که قابل قبول است کاهش می‌دهد. این روش در عین سادگی نتایج قابل قبول را ارائه می‌کند و از محاسبات پیچیده جلوگیری می‌کند [۱].

دورفل نموداری برای تعیین حد آستانه‌ای مقادیر خارج از ردیف تهیه کرد. شکل ۲ این نمودار را نشان می‌دهد. این نمودار برای دو سطح اعتماد ۹۵ درصد و ۹۹ درصد تهیه شده است [۱].



شکل ۲. نمودار دورفل

برای انجام آزمون مقادیر خارج از ردیف، ابتدا داده‌ها به طور صعودی مرتب می‌گردد و میانگین و انحراف معیار داده‌ها بدون در نظر گرفتن بزرگ‌ترین مقدار داده‌ها محاسبه می‌شود. سپس بزرگ‌ترین مقدار داده‌ها ( $X_A$ ) در صورتی که در رابطه (۲) صدق کند، یک مقدار خارج از ردیف در نظر گرفته می‌شود

هیچ یک از عناصر طلا و نقره از توزیع نرمال تبعیت نکرده و در نهایت با اعمال تبدیل لگاریتمی سه متغیره به توزیع نرمال نزدیک شدند.

در حالت نرمال همان طور که گفته شد؛ بافت نگاشت باید زنگوله ای شکل، پارامترهای کشیدگی و چولگی به ترتیب باید نزدیک ۳ و ۰ و میانگین و میانه در حالت نرمال اختلاف ناچیزی با یکدیگر داشته باشند که با توجه به شکل های ۷ و ۹ و جدول ۱ در می یابیم به درستی نرمال شده اند. نمودار P-P و Q-Q در حالت نرمال هر چه از نیمساز ربع اول انحراف کمتری داشته باشند به وضعیت نرمال نزدیک تر هستند که با توجه به شکل های ۱۱، ۱۳، ۱۵ و ۱۷ به درستی داده ها نرمال شده اند.

همچنین آزمون ناپارامتری کولموگروف - اسمیرونف نیز با دقت بالایی فرض نرمال بودن جامعه را آزمون می کند. در آزمون ناپارامتری کولموگروف اسمیرونف اگر مقدار سطح معنی داری مشخص شده در جدول بالاتر از ۰/۰۵ باشد توزیع جامعه از توزیع نرمال تبعیت می کند [۳۹]؛ که نتیجه این آزمون برای داده ها قبل و بعد از نرمال سازی در جدول ۲ آورده شده است که نشان می دهد داده ها به خوبی نرمال شدند.

```

for i=1:j
    a=max(x);
    for k=1:j
        if x(k)==a
            x(k)=[ ];
            break
        end
    end
    y=mean(x);
    s=stdev(x);
    if a>=(y+(s*g))
        disp(a);
        disp('kharej az radif mibashad');

        for h=1:length(e)
            if e(h)==a
                f(i)=h;
            end
        end
        y=mean(x);
        s=stdev(x);
        l=y+(s*g);
    else
        z=ceil(l);
        disp('jaygozin=');
        disp(z);
        break;
    end
end

end
if i~=1

    for p=1:length(f)
        e(f(p))=z;
    end
end
n(:,o)=e;
end

```

شکل ۳. بخشی از کد روش دورفل در نرم افزار متلب

جدول ۱. پارامترهای آماری داده‌های خام و نرمال شده



میانگین	طلا	نقره	لگاریتم (۳*طلا + ۸/۵)	لگاریتم (نقره + ۰/۱۵)
۱۲/۱۷۱۱	۱/۲۴۱۲	۳/۰۲۴۳	-۰/۵۴۵۴	
۳/۷۵	۰/۴۴	۲/۹۸۳۲	-۰/۵۲۷۶	
۳/۷۵	۰/۴۴	۲/۹۸	۰/۱۴	
۴۲/۴۲۹۶	۳/۵۰۲۳	۰/۲۹۹۵	۰/۳۶۲۱	
۱۸۰۰/۲۷	۱۲/۲۶	۰/۰۹۰	۰/۱۳۱	
۶/۳۴۴	۵/۰۶۳	۰/۰۲۱	۰/۰۴۹	
۴۰/۹۵۹	۲۷/۳۲۱	۰/۳۷۹	-۰/۲۷۵	
۱	۰/۱۴	۲/۴۴	-۱/۲۴	
۳۱۲	۲۴/۷۰	۳/۵۷	۰/۱۴	

جدول ۲. نتایج آزمون ناپارامتری کولموگروف-اسمیرونف قبل و بعد از تبدیل لگاریتمی سه متغیره

طلا	نقره	لگاریتم (۳*طلا + ۸/۵)	لگاریتم (نقره + ۰/۱۵)
Asymp. Sig. (2-tailed)	سطح معنی داری	آزمون ناپارامتری کولموگروف-اسمیرونف یک نمونه‌ای	
۰/۰۰۰			
۰/۰۰۰			
۰/۰۵۵			
۰/۳۲۲/۰			

رفته‌اند.

## ۲.۵ تحلیل زمین آماری

اولین گام در استفاده از روش‌های زمین آماری بررسی وجود ساختار مکانی در بین داده‌ها توسط تحلیل واریوگرام است. شرط استفاده از این تحلیل، نرمال بودن داده‌ها است که داده‌ها در بخش قبلی نرمال شد. به منظور پیوستگی مکانی یک متغیر به وسیله واریوگرام لازم است تا مجموع توان دوم تفاضل زوج نقاطی که به فاصله معلوم  $h$  از یکدیگر قرار دارند محاسبه و در مقابل  $h$  ترسیم شوند [۱۹]. اجزای یک واریوگرام عبارت‌اند از:

۱. دامنه: فاصله‌ای که در آن واریوگرام به حد ثابتی می‌رسد و به حالت خط افقی نزدیک می‌شود. این دامنه محدوده‌ای را مشخص می‌کند که می‌توان از داده‌های موجود در آن برای تخمین مقدار متغیر مجهول استفاده کرد و در خارج از این فاصله دیگر پیوستگی مکانی وجود ندارد و نمونه‌ها به صورت مستقل عمل می‌کنند.

۲. حد آستانه: به مقدار ثابتی که واریوگرام در دامنه به آن می‌رسد حد آستانه گفته می‌شود. این مقدار برابر واریانس کل نمونه‌هایی است که در محاسبه واریوگرام به کار

۳. اثر قطعه‌ای (واریانس بدون ساختار): مقدار واریوگرام در مبدأ مختصات یعنی به‌ازا  $h = 0$  را اثر قطعه‌ای می‌نامند که جزء تصادفی یا غیر ساختار دار متغیر را نشان می‌دهد و در حالت ایده‌آل باید صفر باشد؛ اما بیشتر مواقع بزرگ‌تر از صفر است. واریوگرام بر اساس مقادیر زوج نقاطی که در یک راستا و یک فاصله مشخص از یکدیگر قرار گرفته‌اند، ترسیم می‌گردد. روش‌های مختلفی برای برآورد متغیرهایی که تغییرات زمانی و مکانی دارند، وجود دارد. در این تحقیق از روش کرایگینگ نقطه‌ای استفاده شد. کرایگینگ تخمین‌گری است که مقادیر یک متغیر را در نقاط نمونه‌برداری نشده به صورت ترکیبی خطی از مقادیر همان متغیر در نقاط اطراف آن در نظر می‌گیرد و برای برآورد نقاط ناشناخته به هر یک از نمونه‌ها، وزنی نسبت می‌دهد. روش کرایگینگ بهترین تخمین‌گر نارایب خطی با کمترین مقدار واریانس می‌باشد. در این‌جا تحلیل‌های زمین آماری با استفاده از نرم‌افزار GS+ انجام شده است.

جدول ۳. نتایج برازش مدل کروی در واریوگرامها

متغیر	مدل	اثر قطعه‌ای ( $C_0$ )	آستانه ( $C + C_0$ )	دامنه (متر)	نسبت بخش ساختاری واریانس به کل واریانس داده‌ها ( $\frac{C}{C + C_0}$ )	ضریب همبستگی $R^2$
طلا	کروی	۰/۰۶۲	۰/۰۸۷	۲۴۶۰	۰/۷۶۰	۰/۸۶۲
نقره	کروی	۰/۰۳۸	۰/۱۲	۲۶۳۲	۰/۸۴۸	۰/۹۳۱

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{x=1}^n |(x) - z(x)| \quad (3)$$

میانگین استاندارد شده مجذور خطا<sup>۹</sup>

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [z(x_i) - (x_i)]^2} \quad (4)$$

در این فرمول‌ها  $N$  تعداد نمونه،  $z(x)$  مقدار نمونه معلوم و  $(x)$  مقدار برآورد شده برای نقطه  $x$  است. مقادیر این پارامتر هرچه به عدد صفر نزدیک‌تر باشد نشان‌دهنده تخمین بهتر مدل مورد استفاده در ارزیابی مقادیر مجهول پارامتر مورد استفاده است [۲۴، ۴۲]. در این تحقیق با سعی و خطا مناسب‌ترین الگوی متغیرهای مورد مطالعه تعیین گردید. معیارهای کنترل اعتبار واریوگرام‌های مورد مطالعه در جدول ۴ خلاصه شده است. مقادیر میانگین قدر مطلق خطا نزدیک به صفر بوده و بیان‌کننده صحت بالای مدل واریوگرام است، همچنین پایین بودن میانگین استاندارد شده مجذور خطا نیز بیان‌کننده دقت قابل قبول واریوگرافی است. لذا می‌توان اظهار نمود که نتایج کنترل اعتبار واریوگرام بیان‌کننده مناسب بودن پارامترهای مدل‌های برازش داده شده بر واریوگرام‌های تجربی است. شکل ۲۰ و شکل ۲۱ بافت‌نگاشت‌های تحلیل باقیمانده‌ها را نشان می‌دهد و همان‌طور که مشخص است تحلیل باقیمانده هر ۲ عنصر نزدیک به صفر است.

واریوگرام‌های متغیرهای مورد مطالعه در شکل ۱۸ و شکل ۱۹ و پارامترهای آنها در جدول ۳ نشان داده شده است. با توجه به شکل‌های فوق و جدول ۳، ساختار کروی به‌عنوان بهترین مدل برازش داده شده برای داده‌ها است. هر دو عنصر طلا و نقره تا فاصله تقریباً ۲۵۰۰ متری ساختار وابسته به مکان را نشان می‌دهند. طبق نظر جیاچون و دیگران این امر می‌تواند ناشی از یکسان بودن منشأ این عناصر در منطقه مورد مطالعه باشد [۲۰]. نسبت بخش ساختاری واریانس به کل واریانس داده‌ها را با  $\frac{C}{C + C_0}$  نشان می‌دهند که هر چه قدر به یک نزدیک‌تر باشد، بهتر و نشان‌دهنده همبستگی قوی‌تر است. با توجه به جدول ۳، مقدار  $\frac{C}{C + C_0}$  عناصر نزدیک به یک به دست آمد که وجود همبستگی مکانی قوی را نشان می‌دهد.

### ۳.۵ ارزیابی صنعت

در این بررسی برای ارزیابی صحت واریوگرافی از روش ارزیابی متقابل<sup>۵</sup> استفاده شده است. در این روش همه داده‌های اولیه، یک‌به‌یک و به ترتیب از محاسبات خارج شده و دوباره با استفاده از مدل واریوگرام و سایر داده‌ها برآورد می‌شوند. سپس از مجموع تفاضل مقادیر اولیه با مقادیر برآورد شده برای ارزیابی صحت واریوگرافی استفاده می‌شود. در نهایت با محاسبه دو آماره میانگین خطا<sup>۶</sup> و خطای برآورد<sup>۷</sup> در باره اعتبارسنجی مدل واریوگرام قضاوت می‌شود. مقادیر این پارامترها هرچه به عدد صفر نزدیک‌تر باشد نشان‌دهنده تخمین بهتر مدل مورد استفاده در ارزیابی مقادیر مجهول پارامتر مورد استفاده است [۴۲].

میانگین قدر مطلق خطاها<sup>۸</sup>

<sup>۵</sup> Cross Validation

<sup>۶</sup> MAE

<sup>۷</sup> RMSE

<sup>۸</sup> Mean Absolute Errors(MAE)

<sup>۹</sup> Standard Squared Error(SSE)

جدول ۴. پارامترهای کنترل اعتبار واریوگرام‌ها در منطقه

مورد مطالعه		
متغیر	خطای برآورد (RMSE)	میانگین خطا (MAE)
طلا	۰/۲۷۸	۰/۰۰۴
نقره	۰/۳۲۷	۰/۰۰۲

#### ۴.۵ تهیه نقشه کرایگینگ

پهنه‌بندی و تهیه نقشه‌های غلظت عناصر، یکی از مراحل مهم و اولیه در راستای تصمیم‌گیری برای جداسازی یا تعیین محدوده‌های مناسب است. از تخمین‌گر کرایگینگ نقطه‌ای بر اساس واریوگرام‌های همسانگرد برای تخمین مقادیر هر یک از متغیرهای مورد مطالعه در نقاط نمونه‌برداری نشده استفاده گردید. پارامترهای کرایگینگ بر اساس نتایج حاصل از اعتبارسنجی دوطرفه بهینه‌سازی شدند. نقشه‌های کرایگینگ طلا و نقره با نرم‌افزار GS+ رسم و در شکل ۲۲ و شکل ۲۴ نمایش داده شده‌اند. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، توزیع مکانی تمامی متغیرها پیوسته و وابسته به موقعیت جغرافیایی نقاط نمونه‌برداری است؛ و همچنین نقشه‌های واریانس تخمین کرایگینگ در شکل ۲۳ و شکل ۲۵ نشان داده شده است که با توجه به شکل‌ها در مناطقی که نمونه‌برداری شده است کمترین واریانس تخمین کرایگینگ را داریم.

#### ۶ نتایج

مطالعات زمین‌آماری نشان داد که متغیرها وابستگی مکانی برابر در حدود ۲۵۰۰ متر دارند که این امر می‌تواند ناشی از یکسان بودن منشأ طلا و نقره در منطقه مورد مطالعه باشد که نشان می‌دهد طلا با نقره رابطه مستقیمی دارد. واریوگرام‌های تجربی با استفاده از مدل کروی مدل‌سازی شدند. نقشه‌های واریانس تخمین کرایگینگ در مورد متغیرهای مورد مطالعه نشان داد که در حاشیه منطقه و فواصل بین نمونه‌ها بیشترین واریانس تخمین وجود دارد. نقشه‌های کرایگینگ دو عنصر طلا و نقره در مناطق مختلف تقریباً مشابه هم هستند.

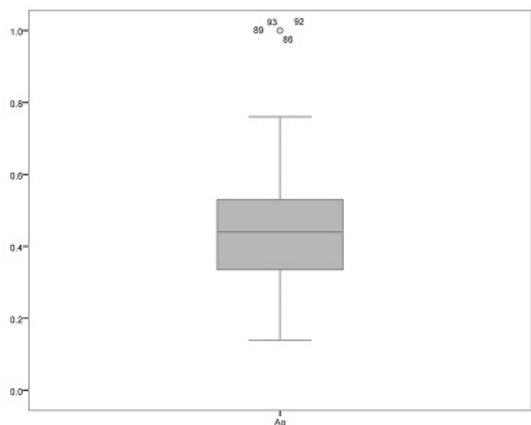
- نقشه کرایگینگ طلا نشان داد در شرق و جنوب غرب منطقه مورد مطالعه عیار عنصر طلا بالا است و با توجه به

نقشه واریانس تخمین کرایگینگ در می‌یابیم که در منطقه شرقی نتایج تخمین کرایگینگ به‌خوبی درست است و واریانس تخمین در این منطقه پایین است و نشان‌دهنده تأیید این آنومالی در شرق است ولی در قسمت جنوب غربی واریانس تخمین بالا و نیز آنومالی تأیید نمی‌گردد.

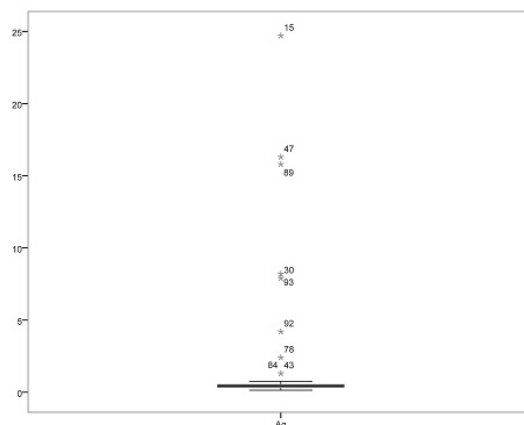
- با توجه به نقشه کرایگینگ نقره در می‌یابیم که عیار نقره در مناطقی که عیار طلا بالا است، بیشتر است با این تفاوت که نقره در منطقه کوچک‌تری آنومال است و در قسمت‌های جنوب شرق و غرب منطقه مورد مطالعه آنومالی نشان داده است ولی با توجه به نقشه واریانس تخمین کرایگینگ نقره در می‌یابیم که در منطقه جنوب شرقی و تا حدودی شمال غربی واریانس تخمین کرایگینگ پایین است و نشان‌دهنده تأیید این آنومالی در جنوب شرق و تا حدودی شمال غرب است ولی در قسمت غربی واریانس تخمین بالا و نیز آنومالی تأیید نمی‌گردد و نتیجه می‌گیریم که نقره هم در همان منطقه جنوب شرق عیار بالا است.

- در نهایت با توجه به نقشه‌های تخمین و واریانس تخمین کرایگینگ طلا و نقره در می‌یابیم در قسمت شرق به جنوب شرقی منطقه مورد مطالعه هر دو عنصر آنومال هستند و واریانس تخمین در این مناطق بسیار پایین است که نشان‌دهنده تأیید نتایج تخمین است.

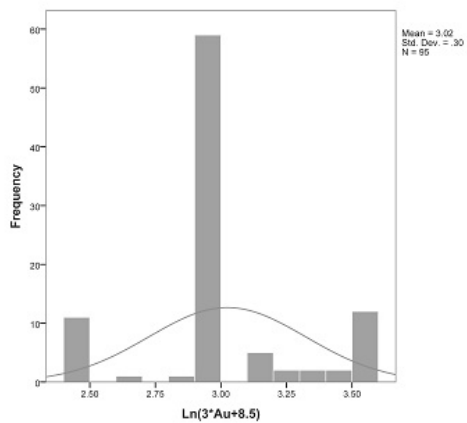
رسم نقشه‌های آنومالی مربوط نشان می‌دهد که مناطق در مجاورت سازندهای آهکی، ماسه‌سنگ و همراه با رگه‌های سیلیسی دارای بیش‌ترین میزان آنومالی عناصر هستند. به همین دلیل می‌توان مطالعات بیش‌تر در منطقه کهل‌دشت را در این مناطق ادامه داد. در منطقه کهل‌دشت تعداد زیادی رگه‌های سیلیسی وجود دارد. رگه‌های سیلیسی موجود روند غالب آنها شرقی غربی و شمال غرب جنوب شرق است. این رگه‌ها از بلورهای درشت کوارتز شیری رنگ به همراه اکسیدها و هیدروکسیدهای آهن تشکیل شده‌اند. در تعدادی از این رگه‌ها آثار کانی‌سازی‌های ضعیف به‌صورت پیریت و کالکوپیریت مشاهده می‌شود.



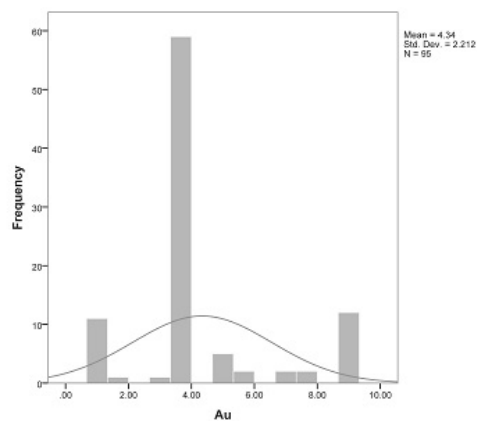
شکل ۵. نمودار جعبه‌ای متغیر نقره بعد از استفاده از روش دورفل



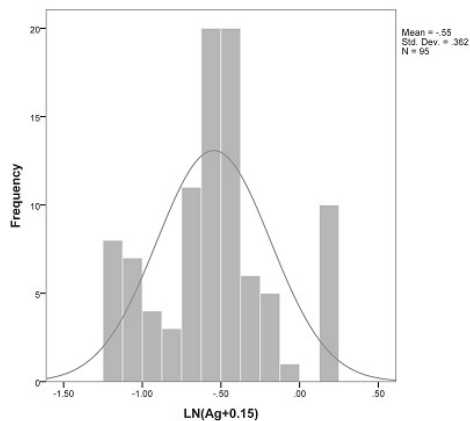
شکل ۴. نمودار جعبه‌ای متغیر نقره قبل از استفاده از روش دورفل



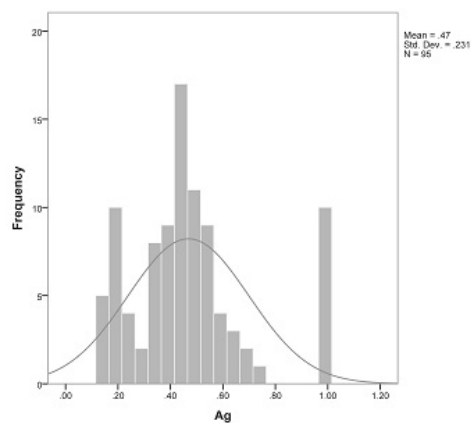
شکل ۷. نمودار فراوانی متغیر طلا بر روی داده‌های خام



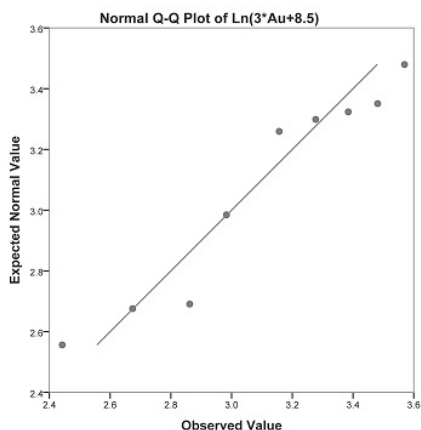
شکل ۶. نمودار فراوانی متغیر طلا بر روی داده‌های خام



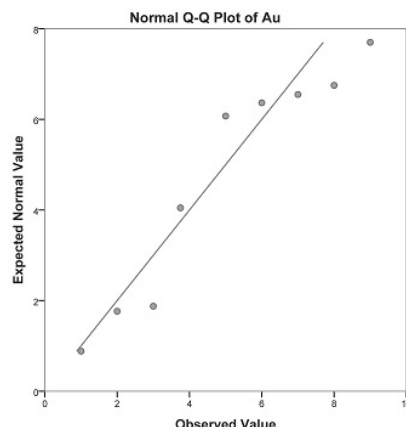
شکل ۹. نمودار فراوانی متغیر نقره بعد از تبدیل لگاریتمی سه‌متغیره



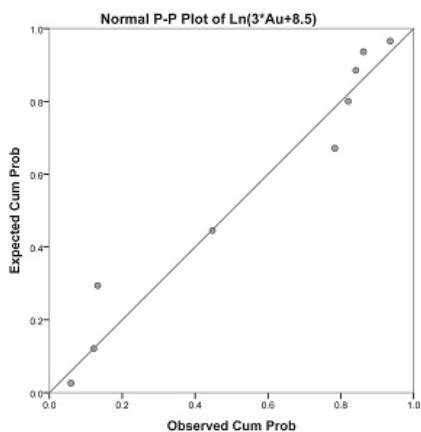
شکل ۸. نمودار فراوانی متغیر نقره بر روی داده‌های خام



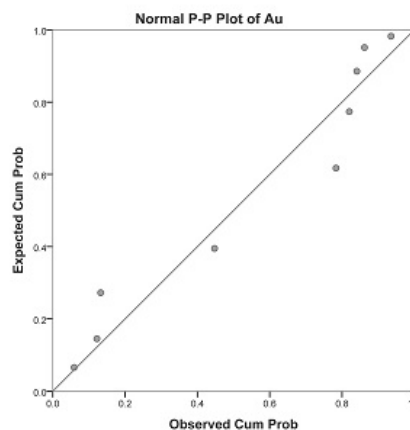
شکل ۱۱. نمودار Q-Q متغیر طلا بعد از تبدیل لگاریتمی سه متغیره



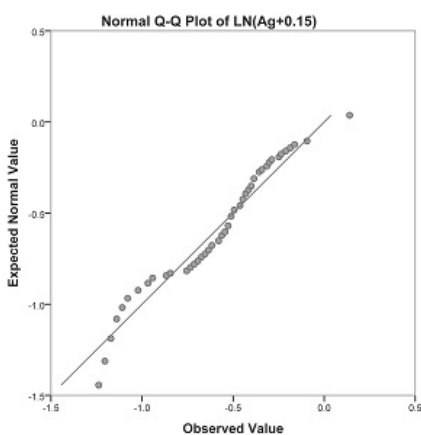
شکل ۱۰. نمودار Q-Q متغیر طلا بر روی داده‌های خام



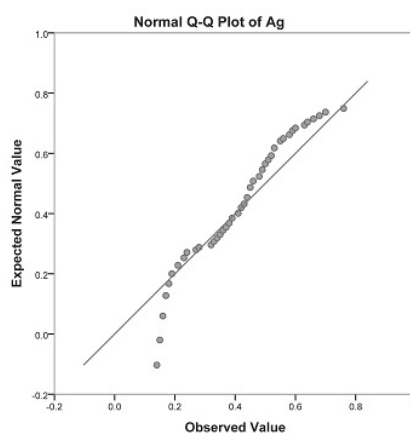
شکل ۱۳. نمودار P-P متغیر طلا بعد از تبدیل لگاریتمی سه متغیره



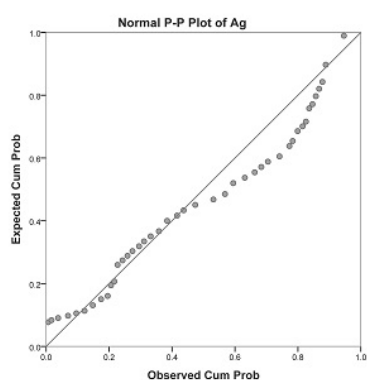
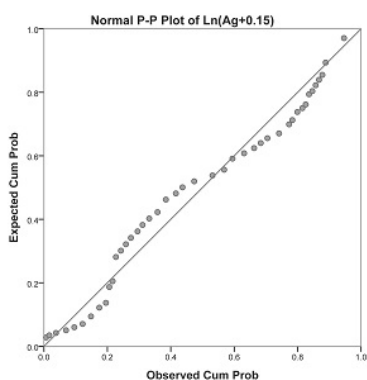
شکل ۱۲. نمودار P-P متغیر طلا بر روی داده‌های خام



شکل ۱۵. نمودار Q-Q متغیر نقره بعد از تبدیل لگاریتمی سه متغیره

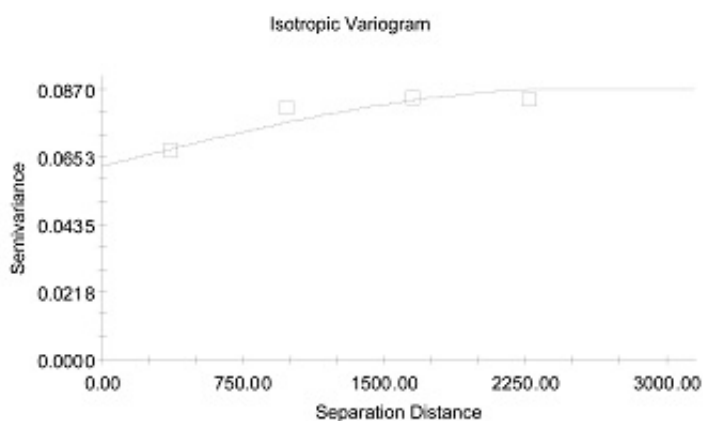


شکل ۱۴. نمودار Q-Q متغیر نقره بر روی داده‌های خام



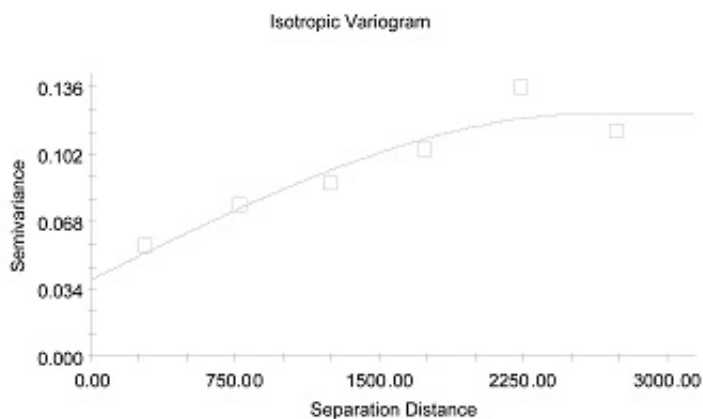
شکل ۱۷. نمودار P-P متغیر نقره بعد از تبدیل لگاریتمی سه متغیره

شکل ۱۶. نمودار P-P متغیر نقره بر روی داده‌های خام



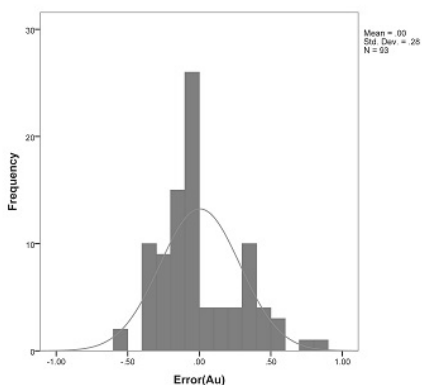
Spherical model ( $C_0 = 0.0622$ ;  $C_0 + C = 0.0870$ ;  $A_0 = 2460.00$ ;  $r^2 = 0.862$ ;  $RSS = 3.108E-05$ )

شکل ۱۸. واریوگرام طلا در منطقه مورد مطالعه

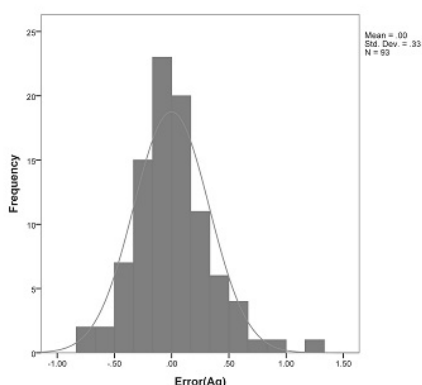


Spherical model ( $C_0 = 0.0388$ ;  $C_0 + C = 0.1226$ ;  $A_0 = 2632.00$ ;  $r^2 = 0.899$ ;  $RSS = 4.140E-04$ )

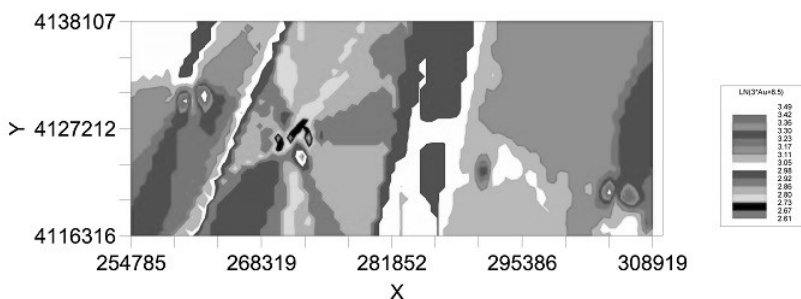
شکل ۱۹. واریوگرام نقره در منطقه مورد مطالعه



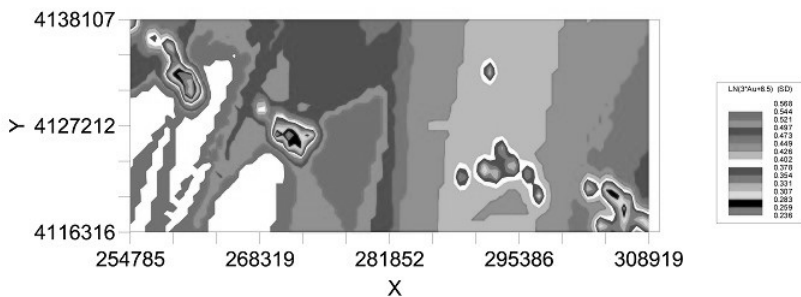
شکل ۲۱. بافت‌نگاشت تحلیل باقیمانده‌های عنصر طلا



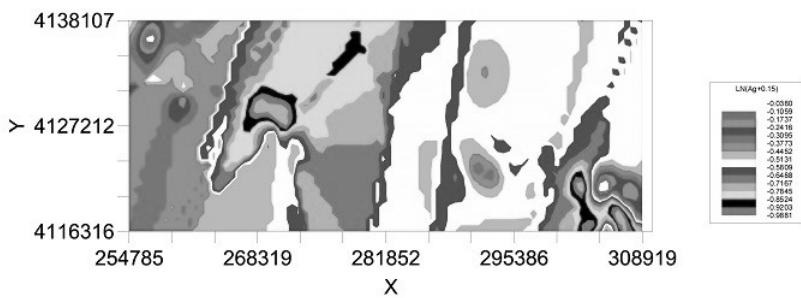
شکل ۲۰. بافت‌نگاشت تحلیل باقیمانده‌های عنصر نقره



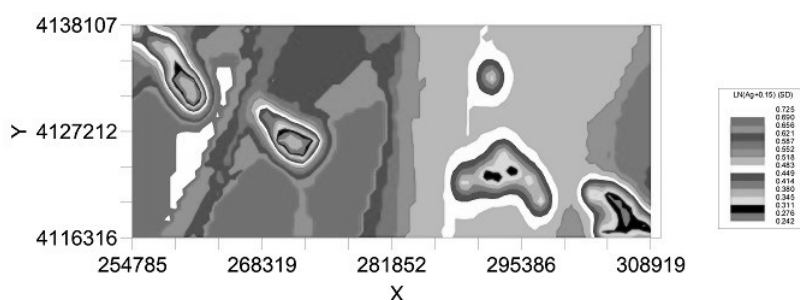
شکل ۲۲. نقشه کرایگینگ طلا در منطقه مورد مطالعه



شکل ۲۳. نقشه واریانس تخمین کرایگینگ طلا در منطقه مورد مطالعه



شکل ۲۴. نقشه کرایگینگ نقره در منطقه مورد مطالعه



شکل ۲۵. نقشهٔ واریانس تخمین کرایگینگ نقره در منطقهٔ مورد مطالعه

## مراجع

- [۱] حسنی پاک، ع. و شرف‌الدین، م. (۱۳۸۰)، تحلیل داده‌های اکتشافی (جدایش زمین از آنومالی، آمار و احتمال مهندسی، تخمین ذخیره)، انتشارات دانشگاه تهران.
- [۲] دیانی، م.، محمدی، ج. و نادری، م. (۱۳۸۸)، تجزیه و تحلیل زمین‌آماري غلظت سرب، روی و کادمیم در خاک‌های حومه سپاهان شهر واقع در جنوب اصفهان، نشریه آب و خاک (علوم و صنایع کشاورزی)، جلد ۲۳، شماره ۴، زمستان ۱۳۸۸، صفحات ۶۷-۷۶.
- [۳] مدنی، ح. (۱۳۷۳) مبانی زمین‌آمار، انتشارات دانشگاه صنعتی امیرکبیر واحد تفرش، صفحه ۶۵۹.
- [۴] مهدیان، م. (۱۳۸۵)، کاربرد زمین‌آمار در خاکشناسی، کارگاه آموزشی کاربرد زمین‌آمار در خاک‌شناسی اولین همایش خاک، توسعه پایدار و محیط زیست ۱۷-۱۸ آبان ماه ۱۳۸۵، دانشگاه تهران.
- [۵] نظری زاده، ف.، ارشادیان، ب. و زندوکیلی، ک. (۱۳۸۵)، بررسی تغییرات مکانی کیفیت آب زیرزمینی دشت بالارود در استان خوزستان، اولین همایش منطقه‌ای بهره‌برداری بهینه از منابع آب حوزه‌های کارون و زاینده‌رود، دانشگاه شهرکرد، صفحات ۱۲۳۶-۱۲۴۰.

- [1] Abu-El-Shar, W. I. and Rihani, J. F. (2007). Application of the high performance computing techniques of parflow simulator to model groundwater flow at Azraq basin. *Water Resources Management*, **21**(2), 409–425.
- [2] Armstrong, M. and Matheron, G. (1986). Disjunctive kriging revisited: Part I. *Mathematical Geology*, **18**(8), 711-728.
- [3] Choi, W., Galasinski, U., Cho, S. and Hwang, C. (2012). A spatiotemporal analysis of groundwater level changes in relation to urban growth and groundwater recharge potential for Waukesha County, Wisconsin. *Geographical Analysis*, **44**, 219–234.
- [4] Christakos, G. (2000). *Modern Spatiotemporal Geostatistics* (Vol. 6). Oxford University Press.



- [5] Coakes, S. J. and Steed, L. (2009). *SPSS: Analysis Without Anguish Using SPSS Version 14.0 for Windows*. John Wiley and Sons, Inc.
- [6] Corwin, D. L. and Wagenet, R. J. (1996). Applications of GIS to the modeling of nonpoint source pollutants in the vadose zone: A conference overview. *Journal of Environmental Quality*, **25(3)**, 403-411.
- [7] D'Agostino, V., Greene, E. A., Passarella, G. and Vurro, M. (1998). Spatial and temporal study of nitrate concentration in groundwater by means of coregionalization. *Environmental Geology*, **36(3-4)**, 285-295.
- [8] Dengiz, O., Özyazici, M. A. and Sağlam, M. (2015). Multi-criteria assessment and geostatistical approach for determination of rice growing suitability sites in Gokirmak catchment. *Paddy and Water Environment*, **13(1)**, 1-10.
- [9] Emery, X. (2003). Disjunctive kriging with hard and imprecise data. *Mathematical Geology*, **35(6)**, 699-718.
- [10] Emery, X. (2006). A disjunctive kriging program for assessing point-support conditional distributions. *Computers and Geosciences*, **32(7)**, 965-983.
- [11] Facchinelli, A., Sacchi, E. and Mallen, L. (2001). Multivariate statistical and GIS-based approach to identify heavy metal sources in soils. *Environmental Pollution*, **114(3)**, 313-324.
- [12] Finke, P. A., Brus, D. J., Bierkens, M. F. P., Hoogland, T., Knotters, M. and De Vries, F. (2004). Mapping groundwater dynamics using multiple sources of exhaustive high resolution data. *Geoderma*, **123(1)**, 23-39.
- [13] Gaus, I., Kinniburgh, D. G., Talbot, J. C. and Webster, R. (2003). Geostatistical analysis of arsenic concentration in groundwater in Bangladesh using disjunctive kriging. *Environmental Geology*, **44(8)**, 939-948.
- [14] Hassani pak, A. (1998). *Geostatistic*. Tehran University Press, 314p.
- [15] Jiachun S., Hazian W., Jianming X., Jinjun W., Xingmei L., Haiping Z. and Shunlan J. (2006). Spatial distribution of heavy metals in soil: A case study of Changning, China. *Environmental Geology*, **10**, 245-264.
- [16] Juang, K. W., Lee, D. Y. and Ellsworth, T. R. (2001). Using rank-order geostatistics for spatial interpolation of highly skewed data in a heavy-metal contaminated site. *Journal of Environmental Quality*, **30(3)**, 894-903.
- [17] Krishna, A. K. and Govil, P. K. (2005). Heavy metal distribution and contamination in soils of Thane-Belapur industrial development area, Mumbai, Western India. *Environmental Geology*, **47(8)**, 1054-1061.
- [18] Lado, L. R., Hengl, T. and Reuter, H. I. (2008). Heavy metals in European soils: A geostatistical analysis of the FOREGS Geochemical database. *Geoderma*, **148(2)**, 189-199.

- [19] Marko, K., Al-Amri, N. S. and Elfeki, A. M. (2014). Geostatistical analysis using GIS for mapping groundwater quality: case study in the recharge area of Wadi Usfan, western Saudi Arabia. *Arabian Journal of Geosciences*, **7(12)**, 5239-5252.
- [20] Martín, J. A. R., Arias, M. L. and Corbí, J. M. G. (2006). Heavy metals contents in agricultural topsoils in the Ebro basin (Spain). Application of the multivariate geostatistical methods to study spatial variations. *Environmental Pollution*, **144(3)**, 1001-1012.
- [21] Meli'i, J. L., Bisso, D., Njandjock Nouck, P., Mbarga, T. N., Mbanga, A. F., Manguelle-Dicoum, E. (2013). Water table control using ordinary kriging in the Southern part of Cameroon. *Journal of Applied Sciences* **13(3)**, 393-400.
- [22] Nijmeijer, R., Haas, A., Dost, R., Budde, P. (2001). *Ilwis 3.0 Academic User's Guide*. ITC, Enschede, The Netherlands.
- [23] Njandjock Nouck, P., Kenfack, C., Diab D. A., Njeudjang, K., Meli'i, L. J. and Kamseu, R. (2013). A Geostatistical reinterpretation of gravity surveys in the Yagoua, Cameroon region, *Geofisica International*, **52(4)**, 365-373.
- [24] Nikroo, L., Kompani-Zare, M., Sepaskhah, A. R. and Shamsi, S. R. F. (2010). Groundwater depth and elevation interpolation by kriging methods in Mohr Basin of Fars province in Iran. *Environmental Monitoring and Assessment*, **166(1-4)**, 387-407.
- [25] Njandjock Nouck, P., Yene, A.Q., Amougou, L., Lissom, P. and Mbida, Y. (2013). Geoelectrical prospection of aquifers in Eseka region, Centre-Cameroon. *Journal of Emerging Trends in Engineering and Applied Sciences*, **4(3)**, 471-477.
- [26] Parsa, M., Maghsoudi, A., Yousefi, M. and Carranza, E. J. M. (2017). Multifractal interpolation and spectrum-area fractal modeling of stream sediment geochemical data: Implications for mapping exploration targets. *Journal of African Earth Sciences*, **128**, pp.5-15.
- [27] Passarella, G., Vurro, M., Dagostino, V., Giuliano, G. and Barcelona, M. J. (2002). A probabilistic methodology to assess the risk of groundwater quality degradation. *Environmental Monitoring and Assessment*, **79(1)**, 57-74.
- [28] Rabah, F. K. J., Ghabayen, S. M. and Salha, A. A. (2011). Effect of GIS interpolation techniques on the accuracy of the spatial representation of groundwater monitoring data in Gaza strip. *Journal of Environmental Science and Technology*, **4(6)**, 579-589.