توزیع وایبل گسسته

رضا پاکیاری*

چکیده

توزیع معروف وایبل در رده توزیعهای پیوسته جای دارد و توزیع وایبل گسسته ناشناخته وکمتر مورد توجه قرارگرفته است. بعضی از خواص توزیع وایبل پیوسته در بخش ۲ ذکر شده است. دو نوع توزیع وایبل گسسته را به ترتیب در بخشهای ۳ و ۴ معرفی کرده، به مطالعه خواص آنها خواهیم پرداخت و خواهیم دید که چه ارتباطی بین توزیع وایبل گسسته و صورت پیوسته آن وجود دارد.

۱ پیشگفتار

توزیعهای نمایی، گاما، وایبل و لاگ نرمال، توزیعهای پیوسته مهمی در مبحث قابلیت اعتماد هستند. گاهی اوقات، طول عمر یک وسیله یا یک ماده توسط یک متغیر تصادفی گسسته توصیف می‌شود. به عنوان مثال، تعداد روزهایی که طول می‌کشد تا یک دستگاه سالم از کار باز ایستد. یا تعداد دورهایی که یک لاستیک نو اتومبیل تا زمان فرسوده‌شدن می‌زند. یا تعداد دفعاتی که یک سوئیچ الکتریکی از وضعیت خاموش به وضعیت روشن تغییر می‌کند و برعکس، تا زمانی که ازکار افتد. داده‌های خرابی مثالهای فوق از نوع گسسته هستند.

توزیعهای گسسته متناظر با توزیعهای پیوسته نمایی وگاما به ترتیب عبارت‌اند از توزیع هندسی و توزیع دو جمله‌ای منفی و سئوالی که می‌تواند مطرح باشد، این است که چه توزیع گسسته‌ای متناظر با توزیع وایبل است؟ ناکاگاوا و اساکی [۲] اول بار در پاسخ به سئوال فوق، توزیع گسسته‌ای را ارائه کردند که ما آن را توزیع وایبل گسسته نوع I می‌نامیم و در بخش ۳ آنرا مرور خواهیم کرد.

۹ سال پس از آن، استین و داترو [۴] توزیع گسسته دیگری را معرفی کردند که ما آنرا توزیع وایبل گسسته نوع II نامیده‌ایم و در بخش ۴ به مطالعه آن خواهیم پرداخت.

۲ چند ویژگی توزیع وایبل پیوسته

واضح است که هر توزیع گسسته‌ای را نمی‌توان صورت گسسته توزیع وایبل پیوسته در نظر گرفت، بلکه باید دو توزیع در بعضی از خواص مهم خود با هم مشترک باشند.

۱.۲ تعریف

فرض کنید $F(x)$ تابع توزیع متغیر تصادفی X باشد. تابع بقاء $S(x)$، به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$S(x) = ۱ - F(x) \qquad (۱)$$

از تعریف فوق معلوم می‌شود که $S(x) = P[X > x]$. تابع بقاء را گاهی تابع قابلیت اعتماد نیز می‌نامند و در این صورت آنرا با $R(x)$

*- رضا پاکیاری، گروه ریاضی، دانشگاه سیستان و بلوچستان

[Downloaded from andisheyeamari.irstat.ir on 2025-04-10]

تابع چگالی احتمال و تابع بقای این توزیع توسط روابط زیر داده می‌شوند.

$$f(i) = c_i^{\beta-1} \prod_{j=1}^{i-1} (1 - c_j^{\beta-1}); \quad i = 1, 2, \ldots, m \qquad (10)$$

$$S(i) = \prod_{j=1}^{i-1} (1 - r_j); \quad i = 1, 2, \ldots, m \qquad (11)$$

توجیهی که استین و داترو برای توزیع وایبل گسسته خود آورده‌اند این است که اگر در رابطه (۳) یعنی فرمول نرخ خرابی برای توزیع وایبل پیوسته قرار دهیم $c = \alpha\beta$ رابطه (۸) حاصل خواهد شد. همچنین اگر در (۸) قرار دهیم $\beta = 1$، نرخ خرابی توزیع هندسی به دست می‌آید که صورت گسسته توزیع نمایی است. به علاوه از (۸) به راحتی معلوم می‌شود که نرخ خرابی به ازای $\beta > 1$ صعودی و به ازای $\beta < 1$ نزولی می‌باشد.

در خاتمه اضافه می‌کنیم که برآورد پارامترهای توزیع وایبل گسسته نوع I و نوع II به روشهای متعارف برآورد، قدری مشکل و پیچیده می‌باشد، اما علی‌خان، خالق و ابوعمو [۱] روشی ساده برای برآورد پارامترهای توزیع وایبل گسسته نوع I ارائه کرده‌اند.

مراجع

[1] Ali Khan, M.S. and Khalique, A. and Abouammoh, A. M. (1986), On estimating parameters in a discrete Weilbull distribution. IEEE Trans. Reliability, 38, 348-350.

[2] Nakagawa, T. and Osaki, S (1975), The discrete Weibull distribution. IEEE Trans. Reliability, 24, 300-301.

[3] Pakyari, R. (1993). Weibull distributation: A Survey. M. Sc. thesis, Shiraz Univ. (in persian)

[4] Stein, W. E. and Dattero, R. (1984), A new discrete Weibull distribution. IEEE Trans. Reliability, 33, 196-197.

[Downloaded from andisheyeamari.irstat.ir on 2025-04-10]